CADERNO DE ATIVIDADES

sequências didáticas para o ensino de matemática

Volume 4 - 2025

UFCAT
IMTec

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Elaborada pelo bibliotecário-documentalista
Marcio Luiz Fernandes Barbosa (CRB 1/3161)

Caderno de atividades: [livro eletrônico] sequências didáticas para o ensino de matemática. / organizado por Jardel Vieira ; design por Thiago Porto de Almeida Freitas ; editoração por André Luiz Galdino. - Catalão (GO) : IMTec / UFCAT, 2025.
Recurso on-line (525 p.) : il.

V. 4. Periodicidade anual.
ISSN: 2764-0825

1. Ensino de matemática 2. Caderno de atividades. 3. Sequências didáticas. I. Vieira, Jardel. II. Freitas, Thiago Porto de Almeida. III. Galdino, André Luiz. IV. Título.

CDU: 51.37

EXPEDIENTE

Universidade Federal de Catalão

Roselma Lucchese - Reitora
Cláudio Lopes Maia - Vice-Reitor
Luiz Carlos do Carmo - Pró-Reitor de Graduação
Moisés Fernandes Lemos - Pró-Reitor de Pesquisa, Pós-Graduação e Inovação
Heloisa Vitória de Castro Paula - Pró-Reitora de Extensão e Cultura
Emerson Gervásio de Almeida - Pró-Reitor de Administração e Finanças
Jordana Alves de Aguiar - Pró-Reitora de Políticas Estudantis
Fabiana Alves de Assunção Mesquita - Pró-Reitora de Gestão de Pessoas

Instituto de Matemática e Tecnologia

Celso Vieira Abud - Diretor
Élida Alves da Silva - Vice-Diretora
Daniel da Silveira Guimarães - Coordenador do Curso de Matemática Licenciatura - EaD
Crhistiane da Fonseca Souza - Vice-Coordenadora do Curso de Matemática Licenciatura - EaD

Núcleo Docente Estruturante do Curso de Matemática Licenciatura EaD

André Luiz Galdino
Crhistiane da Fonseca Souza
Daniel da Silveira Guimarães
Élida Alves da Silva
Fernando da Costa Barbosa
Fernando Kennedy da Silva
Jardel Vieira
Márcio Roberto da Rocha Ribeiro
Renato Alejandro Tintaya Mollo

Organizador

Jardel Vieira

Design: Thiago Porto de Almeida Freitas
Editoração: André Luiz Galdino

Periodicidade: Anual
Idioma: Português
Ano de publicação (online): 2025

Universidade Federal de Catalão
Avenida Dr. Lamartine Pinto de Avelar, 1120, Setor Universitário
CEP 75704-020 - Catalão (GO)
Fone: + 55 (64) 3441-5300

As sequências didáticas foram transcritas de acordo com os originais enviados, sendo, portanto, de inteira responsabilidade de seus autores e autoras os conceitos, a formatação, as imagens e todos os demais conteúdos neles veiculados.

A reprodução parcial ou total desta obra é permitida, desde que a fonte seja citada.

APRESENTAÇÃO

Este caderno de atividades é resultado da consolidação de sequências didáticas elaboradas pelos estudantes matriculados no componente curricular "Trabalho de Conclusão de Curso" do Curso de Licenciatura em Matemática, modalidade a distância, do Instituto de Matemática e Tecnologia (IMTec), da Universidade Federal de Catalão (UFCAT), nos semestres letivos de 2024.2 e 2025.1.

O Curso de Licenciatura em Matemática EaD da UFCAT é ofertado no âmbito do Programa Universidade Aberta do Brasil (UAB), criado pelo Decreto nº 5.800, de 8 de junho de 2006, com a finalidade de expandir e interiorizar a oferta de cursos e programas de educação superior no País[1]. A UFCAT, anteriormente vinculada à Universidade Federal de Goiás (UFG) como Regional Catalão, tornou-se universidade autônoma em 2018 e, desde então, reafirma seu compromisso com a formação de professores de Matemática para a Educação Básica.

O Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), previsto no Projeto Pedagógico do Curso de Matemática EaD, constitui-se em um produto bibliográfico que visa proporcionar ao estudante um espaço de reflexão e produção escrita, integrando a construção teórica com as experiências adquiridas ao longo de sua formação[2]. No formato de sequências didáticas, os trabalhos aqui reunidos expressam a consolidação do percurso acadêmico dos licenciandos, representando um espaço de síntese entre teoria, prática pedagógica e compromisso social.

Importa destacar que os estudantes autores deste volume atuam em diferentes polos de apoio presencial vinculados ao curso de Matemática EaD da UFCAT, localizados nos municípios de Inhumas, Goianésia, Goiás, Alexânia e Mineiros, reafirmando o papel fundamental da interiorização do ensino superior público e gratuito no estado de Goiás.

As sequências didáticas apresentadas contemplam diferentes etapas e modalidades da Educação Básica, como o Ensino Fundamental, o Ensino Médio e a Educação de Jovens e Adultos. Os trabalhos abordam conteúdos variados — geometria, operações básicas, frações, estatística, matemática financeira, entre outros — e exploram múltiplas abordagens metodológicas, incluindo o uso de materiais concretos e manipuláveis, jogos, Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs) e robótica educacional. Também são contempladas propostas voltadas a públicos específicos, como alunos neurodivergentes e alunos com baixa visão, reforçando a perspectiva inclusiva da formação docente.

Neste volume, as sequências didáticas estão organizadas segundo três critérios principais: (i) etapa de ensino (Ensino Fundamental ou Ensino Médio), (ii) unidade temática da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e (iii) ano ou série escolar a que se destinam.

Assim, o Caderno de Atividades, Volume 4, reafirma a função social da universidade pública ao compartilhar práticas pedagógicas que poderão ser adotadas por professores em exercício ou contribuir para a formação inicial de futuros docentes. Espera-se que este material fomente a criatividade, a criticidade e o interesse pelo novo, colaborando para a transformação da realidade educacional e social por meio do ensino de Matemática.

[1] BRASIL. O que é UAB. Disponível em: https://www.gov.br/capes/pt-br/acesso-a-informacao/acoes-e-programas/educacao-a-distancia/universidade-aberta-do-brasil/mais-sobre-o-sistema-uab/o-que-e-uab. Acesso em: 7 out. 2025.

[2] UNIVERSIDADE FEDERAL DE CATALÃO. Instituto de Matemática e Tecnologia. Resolução CEPEC UFCAT N.º 004/2022. Aprova as alterações no Projeto Pedagógico do Curso de Matemática - Licenciatura - EAD, vinculado ao Instituto de Matemática e Tecnologia (IMTec) da Universidade Federal de Catalão, para os alunos ingressos a partir de 2021-1. Catalão: UFCAT, 2022. Disponível em: https://plone.ufcat.edu.br/imtec/pt-br/menu/ensino/graduacao/matematica-licenciatura-ead/mat-ead-ppc. Acesso em: 7 out. 2025.

Sumário

ETAPA: ENSINO FUNDAMENTAL 1

Unidade Temática: Números 1

2 MATEMÁTICA ATRAVÉS DE JOGOS DE RPG PARA NEURODIVERGENTES
Arturo Roberto Claudio Romansina, Crhistiane da Fonseca Souza

52 JOGOS COMO FERRAMENTA DE ENSINO DAS QUATRO OPERAÇÕES BÁSICAS
Jessé Felipes da Silva, Jairo Menezes e Souza

68 FRAÇÕES EM MOVIMENTO: ATIVIDADES LÚDICAS E JOGOS PARA APRENDER BRINCANDO
Mayjane de Oliveira Natalino dos Santos, Thiago Porto de Almeida Freitas

127 A IMPORTÂNCIA DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA NA VIDA REAL: CONTROLANDO GASTOS E COMPRAS
Claúdia Alves Campos Cruz, Jairo Menezes e Souza

163 O ENSINO DE NOTAÇÃO CIENTÍFICA BASEADA EM PROBLEMAS QUE ENVOLVEM MEDIDAS MACRO E MICRO
Beatriz de Pinho Canabrava Rick, Jairo Menezes e Souza

183 PROPRIEDADES DE POTENCIAÇÃO: APRENDENDO MATEMÁTICA COM SCRATCH
Lucas Gonçalves dos Santos, Crhistiane da Fonseca Souza

Unidade Temática: Álgebra 220

221 RAZÃO E PROPORÇÃO NO ENSINO E NO COTIDIANO DOS ALUNOS
Francisco Clerton Rodrigues Sena, Fernando Kennedy da Silva

242 JOGOS LÓGICOS COMPUTACIONAIS E RACIOCÍNIO DEDUTIVO
Raquel Ferreira Oliveira, Vaston Gonçalves da Costa

Unidade Temática: Geometria 273

274 MATEMÁTICA E PROGRAMAÇÃO: INTRODUÇÃO AO PENSAMENTO COMPUTACIONAL COM O SCRATCH
Patrícia de Sousa Moreira, Crhistiane da Fonseca Souza

290 TEOREMA DE PITÁGORAS COM MATERIAIS MANIPULATIVOS
Kleber Elias Costa, Jairo Menezes e Souza

318 EXPLORANDO AS RELAÇÕES MÉTRICAS E O TEOREMA DE PITÁGORAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO COM MATERIAIS CONCRETOS
Marciel Lima de Camargos, Juliana Bernardes Borges da Cunha

Unidade Temática: Probabilidade e Estatística 357

358 SEQUÊNCIA DIDÁTICA: MÉDIA ARITMÉTICA UTILIZANDO O SCRATCH COMO RECURSO DE APRENDIZAGEM
Oyama Rodrigues da Silva, Crhistiane da Fonseca Souza

369 ROBÓTICA EDUCACIONAL LIVRE APLICADA À ANÁLISE TÉRMICA DO USO DE AR-CONDICIONADO
Nélio Neves Lima, Crhistiane da Fonseca Souza

ETAPA: ENSINO MÉDIO 412

Unidade Temática: Números e Álgebra 412

413 PROGRESSÃO ARITMÉTICA POR MEIO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
Laura Cristina de Mendonça Oliveira, Thiago Porto de Almeida Freitas

434 APRENDENDO COM NÚMEROS POLIGONAIS: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE PROGRESSÕES ARITMÉTICAS
Samuel Hilário Rodrigues, Fernando Kennedy da Silva

462 MATEMÁTICA FINANCEIRA PARA A VIDA: PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA BASEADA EM SITUAÇÕES COTIDIANAS
Karine Soares, Jardel Vieira

490 A IMPORTÂNCIA DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS (EJA): ESTÍMULOS E ABORDAGENS
Francilio Francisco da Rocha, Jardel Vieira

Lista de Autores **520**

ETAPA: ENSINO FUNDAMENTAL

Unidade Temática: Números

As Sequências Didáticas reunidas nesta seção foram elaboradas para concretizar esses objetivos, integrando estratégias diversificadas e contextualizadas que promovem a aprendizagem ativa e a construção do conhecimento. Por meio de jogos, materiais manipulativos, situações-problema e atividades lúdicas, busca-se não apenas desenvolver habilidades de cálculo e raciocínio, mas também estimular a curiosidade, a colaboração e a inclusão, atendendo às diferentes necessidades e ritmos de aprendizagem dos estudantes.

Cada sequência parte de contextos próximos ao universo discente, promovendo a conexão entre a matemática escolar e a vida cotidiana, e estrutura-se de forma progressiva, permitindo que os alunos ampliem e aprofundem suas compreensões numéricas de maneira consistente e significativa.

MATEMÁTICA ATRAVÉS DE JOGOS DE RPG PARA NEURODIVERGENTES

Arturo Roberto Claudio Romansina, Crhistiane Da Fonseca Souza

Utiliza RPG de mesa para ensinar matemática básica de forma lúdica e inclusiva a alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, especialmente neurodivergentes. Através de criação de personagens, aventuras narrativas e desafios contextualizados, trabalha-se cálculo, resolução de problemas, sistema decimal e trabalho em equipe.

JOGOS COMO FERRAMENTA DE ENSINO DAS QUATRO OPERAÇÕES BÁSICAS

Jessé Felipes da Silva, Jairo Menezes e Souza

Utiliza jogos adaptados, como dominós matemáticos e o “Pega X Pega”, para o ensino e revisão das quatro operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) com números naturais e frações. Destina-se a alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, promovendo cálculo mental, raciocínio lógico, trabalho colaborativo e inclusão por meio de atividades lúdicas e contextualizadas.

FRAÇÕES EM MOVIMENTO: ATIVIDADES LÚDICAS E JOGOS PARA APRENDER BRINCANDO

Mayjane de Oliveira Natalino dos Santos, Thiago Porto de Almeida Freitas

Utiliza materiais concretos, como discos de frações, e jogos lúdicos (bingo e dorminhoco) para o ensino de frações no 6º ano do Ensino Fundamental. Trabalha comparação, equivalência, adição e subtração de frações de forma visual e manipulativa, promovendo a compreensão conceitual por meio de atividades práticas e colaborativas.

A IMPORTÂNCIA DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA NA VIDA REAL: CONTROLANDO GASTOS E COMPRAS

Cláudia Alves Campos Cruz, Jairo Menezes e Souza

Destinada a estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental II, esta sequência aborda educação financeira, trabalhando frações, porcentagem, acréscimos e decréscimos por meio de jogos, pesquisas de preços, cálculos com calculadora e uma feira empreendedora, visando a aplicação prática dos conceitos matemáticos e o desenvolvimento de consumo consciente.

O ENSINO DE NOTAÇÃO CIENTÍFICA BASEADA EM PROBLEMAS QUE ENVOLVEM MEDIDAS MACRO E MICRO

Beatriz de Pinho Canabrava Rick, Jairo Menezes e Souza

Dirigida ao 9º ano do Ensino Fundamental, esta sequência aborda a notação científica e potências com expoentes inteiros e fracionários, utilizando contextos interdisciplinares que envolvem medidas macro (como distâncias astronômicas) e micro (como tamanhos de partículas). Por meio de pesquisa, atividades com TICs e situações-problema reais, visa desenvolver a compreensão e aplicação prática da representação de números muito grandes ou muito pequenos.

PROPRIEDADES DE POTENCIAÇÃO: APRENDENDO MATEMÁTICA COM SCRATCH

Lucas Gonçalves dos Santos, Crhistiane da Fonseca Souza

Destinada ao 9º ano do Ensino Fundamental, esta sequência aborda as propriedades de potenciação, com ênfase em expoentes negativos e fracionários, integrando a programação em Scratch. Por meio da criação e exploração de um “Jogo da Memória da Potência”, promove uma aprendizagem ativa e lúdica, conectando conceitos matemáticos à construção de projetos digitais.

Matemática através de jogos de RPG para neurodivergentes

Arturo Roberto Claudio Romansina
Orientadora: Profa. Dra. Crhistiane da Fonseca Souza

Estrutura curricular

Etapa de ensino/Ano ou Série

Ensino Fundamental/ 6º Ano Ensino Fundamental
Porém pode ser aplicado para todas as séries do Ensino Fundamental II e Ensino Médio.

Área

Matemática

Unidade Temática (BNCC)

Números.

Objetos de Conhecimento (BNCC)

Sistema de numeração decimal: características, leitura, escrita e comparação de números naturais e de números racionais representados na forma decimal:

Habilidades (BNCC)

(EF06MA01-A) Ler, escrever, comparar, compor, aproximar, decompor e ordenar números naturais de qualquer ordem de grandeza, cuja representação decimal e finita, fazendo uso da reta numérica (Brasil, 2018, p. 301).

(EF06MA03-A) Ler, interpretar e resolver problemas que envolvam cálculos (fatos do cotidiano), mentais ou escritos, exatos ou aproximados, com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora. (Brasil, 2018, p. 301).

(EF06MA13-B) Ler, interpretar, resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da regra de três, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros. (Brasil, 2018, p. 301).

Conteúdos Abordados

Operações de soma, subtração, multiplicação e divisão com os números naturais, manipulação de objetos matemáticos, sociabilidade e trabalho em equipe.

Objetivos/Expectativas de Aprendizagem

Proporcionar raciocínio lógico.
Estimular a capacidade de cálculos matemáticos.
Desenvolver a capacidade de trabalho em conjunto.

Conhecimentos prévios trabalhados pelo professor com aluno

Operações básicas.

Conhecimentos prévios necessários do professor

É necessário que o professor conheça e possua algum jogo de RPG de mesa, como *Dungeons end Dragons, Gurps, Tormenta 20* e já tenha jogado como narrador (mestre do jogo). E possua pelo menos um conjunto de dados para RPG.

O que é uma Sequência Didática

Uma sequência didática é um conjunto de atividades planejadas com o propósito de ensinar um determinado conteúdo ou desenvolver habilidades de forma estruturada e progressiva. Essa abordagem busca garantir que os alunos avancem no aprendizado de maneira organizada, facilitando a assimilação dos conceitos ao longo do processo.

Para que uma sequência didática seja eficiente, é essencial que tenha um objetivo bem definido, estabelecendo com clareza o que se espera que os alunos aprendam ao final das atividades. Além disso, a organização das tarefas deve seguir uma lógica de complexidade crescente, permitindo que os estudantes compreendam os conceitos iniciais antes de avançar para aspectos mais aprofundados. A conexão entre as etapas também é fundamental, assegurando que as atividades se relacionem e contribuam para um aprendizado significativo.

A variedade de estratégias utilizadas dentro da sequência didática desempenha um papel crucial na aprendizagem. Podem ser incluídas diferentes metodologias, como leituras, debates, exercícios práticos, projetos colaborativos, experimentações e jogos, tornando o ensino mais dinâmico e acessível. A avaliação contínua ao longo do processo possibilita que o professor acompanhe o progresso dos alunos e faça adaptações conforme necessário, garantindo que todos tenham a oportunidade de compreender o conteúdo de maneira adequada.

A estrutura de uma sequência didática normalmente se divide em quatro etapas principais. A primeira etapa, chamada situação inicial, envolve a introdução do tema e a ativação dos conhecimentos prévios dos alunos. No desenvolvimento, são realizadas atividades que aprofundam o conteúdo por meio de diferentes abordagens. A fase seguinte, conhecida como produção final, busca consolidar o aprendizado por meio de uma tarefa prática, como uma apresentação, um experimento ou uma produção escrita.

Por fim, a etapa de avaliação permite refletir sobre os avanços e desafios do processo de ensino e aprendizagem.

Qual a importância dos Jogos na matemática

Na vivência de sala de aula, percebe-se um distanciamento crescente entre alunos e conteúdos escolares, especialmente em matemática, onde é comum que os alunos questionem a relevância do que estão aprendendo e onde aplicarão esses conceitos. Nas pesquisas de Barbosa e Ribeiro (2022) e Koskinen e Pitkäniemi (2022) que se orientam pelo referencial da aprendizagem significativa, esse entendimento se dá por meio de práticas pedagógicas que incorporam Materiais Manipulativos e Jogos.

Conforme Druzian (2007, p. 17-18), "O uso de jogos nas aulas de Matemática tem o objetivo de fazer com que os alunos passem a gostar de aprender essa disciplina, mudando a rotina da classe e despertando o interesse do aluno." Esse cenário se intensifica com a presença constante da internet, redes sociais, dispositivos e jogos eletrônicos na vida dos estudantes, o que representa um desafio adicional para os educadores. Portanto, é cada vez mais necessário adotar novas abordagens e técnicas para motivar e envolver os alunos com o conteúdo a ser ensinado.

Para estudantes neurodivergentes, esse distanciamento pode ser ainda mais acentuado, pois muitas vezes o formato tradicional de ensino não atende às suas necessidades e preferências de aprendizado. Nesse contexto, atividades lúdicas e criativas, como os jogos, surgem como ferramentas valiosas. Jogos de interpretação de papéis, como o *Roleplaying Game* ou simplesmente RPG como é conhecido, são especialmente promissores, pois envolvem narrativa, interação e cooperação. A característica do RPG é ser um jogo interativo, bastante voluntário e atrativo o que o torna particularmente relevante para engajar esses alunos de maneira natural e prazerosa.

O RPG pedagógico tem sido explorado por educadores de várias disciplinas e pode ser uma ferramenta de apoio poderosa no ensino de matemática e de outras competências. Entende-se que a opção, também, por esses recursos “[...] pode desempenhar um papel positivo na promoção de uma associação entre a matemática abstrata e suas representações externas, melhorando assim os resultados da aprendizagem [...]” (Koskinen; Pitkäniemi, 2022, p. 9, tradução nossa).

Os pesquisadores Koskinen e Pitkäniemi (2022) indicam as possibilidades desses recursos didáticos para a visualização, compreensão e abstração de conceitos, enquanto outros pesquisadores discutem suas potencialidades para a construção do conhecimento matemático (Magina; Castro; Fonseca, 2020). Em um cenário de super-heróis, por exemplo, é possível criar situações-problema que incentivem o desenvolvimento de conceitos matemáticos, além de valores éticos e habilidades sociais essenciais.

Os alunos neurodivergentes, em especial, podem se beneficiar dessa abordagem por encontrarem no RPG um espaço seguro para explorar, colaborar e aprender de forma ativa e personalizada. Dessa maneira, o RPG não apenas facilita a fixação de conteúdos, mas também promove a socialização, a empatia e a criatividade, proporcionando uma experiência educacional mais inclusiva e significativa.

O que são jogos de RPG

Os jogos de RPG (*Roleplaying Games*) são uma forma de entretenimento onde os participantes assumem o papel de personagens em uma história ou mundo fictício, vivendo aventuras como se estivessem dentro de um livro ou filme. Diferente de jogos tradicionais, o objetivo principal não é ganhar ou perder, mas construir uma narrativa coletiva junto com outros jogadores. Cada pessoa cria um personagem com características específicas, como força, habilidades e um passado único, e interage com o mundo e os outros jogadores. Essas interações são guiadas por um narrador, chamado Mestre ou *Dungeon Master (DM)*, que cria o cenário, apresenta desafios, interpreta personagens secundários e descreve o ambiente da história.

O funcionamento do RPG é simples e envolvente: os jogadores descrevem as ações de seus personagens, e o Mestre guia o desenrolar dos acontecimentos. Quando as ações são complexas ou envolvem desafios, os resultados geralmente são decididos pela sorte, utilizando dados. Por exemplo, se um personagem tenta pular de um penhasco para alcançar uma corda, o jogador rola um dado para determinar o sucesso ou fracasso, considerando também as características e habilidades do personagem. Isso cria uma combinação única de estratégia, criatividade e sorte, tornando cada partida diferente e empolgante.

O RPG moderno surgiu na década de 1970 com a criação de *Dungeons & Dragons* (D&D) por *Gary Gygax e Dave Arneson*. Inspirados em jogos de tabuleiro de guerra, eles introduziram o conceito de narrativa e personalização: em vez de controlar exércitos, os jogadores interpretavam personagens individuais em cenários de fantasia, muitas vezes inspirados em obras como *O Senhor dos Anéis de J.R.R.Tolkien*. Essa inovação transformou o mundo dos jogos e deu origem a um gênero inteiro. Desde então, o RPG cresceu e evoluiu, abrangendo diferentes estilos e formatos.

Os RPGs podem ser jogados de diversas formas. Há os RPGs de mesa, os mais tradicionais, que utilizam livros de regras, fichas de personagem e dados; os RPGs de *live-action* (LARP), onde os jogadores vestem figurinos e encenam suas ações fisicamente; e os RPGs digitais, como *Final Fantasy* e The *Elder Scrolls*, que trazem esse estilo para o universo dos videogames. Além disso, os cenários são tão variados quanto a imaginação permite: fantasia medieval, ficção científica, terror, comédia, histórias de detetives, entre outros.

Um aspecto especial do RPG é a sua capacidade de adaptar-se à criatividade dos jogadores. Qualquer pessoa pode criar mundos, aventuras e histórias únicas, sem limites para a imaginação. Por meio da interação entre os jogadores e do uso da sorte para decidir momentos cruciais, o RPG se transforma em uma experiência social e criativa, onde o verdadeiro ganho é compartilhar histórias e momentos memoráveis com amigos. Essa combinação de liberdade e interação faz do RPG um jogo único, capaz de proporcionar aventuras inesquecíveis.

O que é a neurodivergência

Pessoas neurodivergentes são pessoas cuja parte neurológica funciona de forma diferente do considerado “típico”. Essa diferença neurológica se caracteriza

pela forma diferente de como o cérebro processa informações, como ele reage ao ambiente e se relaciona com as pessoas. O termo é usado para destacar estas diferenças que não são necessariamente deficiências, mas sim uma variância dos comportamentos naturais do funcionamento humano. No trabalho apresentado vamos trabalhar com duas condições especiais de diagnóstico da neurodivergência que são o Transtorno do Espectro Autista (TEA) e o Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade (TDAH).

O TEA é caracterizado como sendo uma condição que afeta a maneira de como a pessoa percebe e interage com o mundo (Castro Dr. Thiago, 2023). Pessoas com TEA podem apresentar muitas maneiras diferentes de interpretar padrões sociais, também apresentam padrões repetitivos de comportamento que podem se estender a todas as suas áreas sensitivas, elas desenvolvem fortes rotinas que quando quebradas podem gerar sérios desconfortos, como é um espectro nunca um portador de TEA será como outro. Portadores de TEA também podem desenvolver forte sensibilidade a estímulos sensoriais como som, luz, cheiros, texturas e sabores.

Por outro lado, pessoas com TEA frequentemente desenvolvem habilidades únicas, como atenção extrema a detalhes, supermemória e hiperfoco, características especiais que os tornam excepcionais. Os chamados níveis de suporte são caracterizados pela necessidade de auxílio que cada um possui para fazer as tarefas do dia a dia.

Pessoas com TDAH são caracterizadas por desatenção, hiperatividade e impulsividade, que interferem diretamente nas atividades cotidianas. Tem clara dificuldade de se concentrar em tarefas por períodos longos, se distraem com facilidade e normalmente tem comportamento inquieto. Por outro lado, são extremamente criativas e se algo os interessar podem ser muito produtivos.

A hiperatividade pode aparecer como uma necessidade de se movimentar enquanto a desatenção dificulta no aprendizado e na forma de organizar suas atividades. Porém são pessoas extremamente energéticas, confiantes e criativas.

Descrição das atividades

Nesta etapa vamos utilizar á título explicativo as oito aulas inseridas nesta proposta e vamos trabalhar apenas com um grupo de alunos que tem como característica a dificuldade com a matemática.

Inicialmente esta sequência didática é para ser desenvolvida com alunos neurodivergentes, porém não há limites para sua aplicação, podendo ser mesclados a interação social com alunos com ou sem essas condições, podendo ainda esse método ser utilizado também para aprimorar a capacidade de interação dos alunos neurodivergentes com o restante da classe.

O que almejamos, antes de tudo, como profissionais que aplicam a educação e seus princípios, é oferecer uma oportunidade para as crianças neurodivergentes, que enfrentam dificuldades em acompanhar as explicações e atividades tradicionais em sala de aula, procedendo a inclusão social e educativa.

Muitos alunos que não conseguem acompanhar o ritmo da turma, acabam se desmotivando, e em consequência, e com o tempo se desmotivando e desistindo da

matéria. Essa falta de conexão com a matemática pode gerar um desânimo persistente, afetando toda a trajetória acadêmica.

Nosso objetivo, em específico, será interromper esse ciclo dificultoso, visando resgatar o prazer do aluno neurodivergente em se socializar com outros colegas, e adquirir uma constante busca pelo aprendizado da matemática. Para isso, se apresenta uma proposta inclusiva, com abordagem lúdica, tornando o ensino mais acessível, envolvente e exemplificado inclusive visualmente, já que a matemática apresentada nas escolas é excessivamente teórica.

Na proposta vamos descrever uma história simples, como exemplo utilizaremos oito aulas para demostrarmos o projeto, sendo que a primeira e a segunda aula serão para a criação dos personagens, a terceira e quarta aula serão para o início do jogo, nas quais será descrita uma história propriamente, e a quinta e sexta aulas serão para desenvolvimento da história a sétima e oitavas aulas serão para finalizarmos a aventura e fazer uma avaliação.

Para isso utilizaremos como regras o jogo de RPG mais famoso do mundo o Livro do Jogador *de Dungeons & Dragons* (Figura 1), possuir o livro e sua leitura será obrigatória.

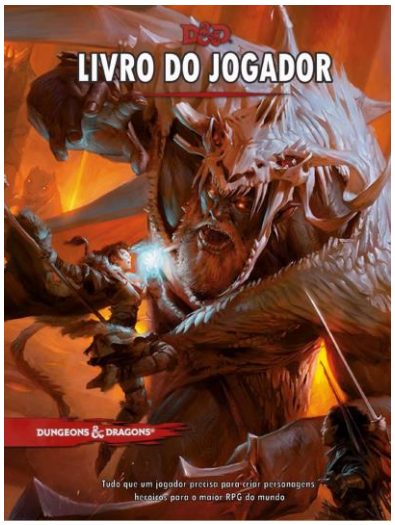
Mas pode ser utilizado qualquer outro livro de regras para jogar, sendo que existe uma grande variedade de sistemas de regras, inclusive para a temática de fantasia medieval que vamos utilizar nesta aventura, portanto se for do conhecimento do professor, poderá ser utilizado outro livro similar das regras, com as aventuras descritas, podendo ser adaptado de forma simples e rápida.

Lembrando que jogos de RPG podem levar anos sendo jogados, o qual se utilizam os mesmos personagens, que podem ser utilizadas miniaturas de heróis e monstros, podendo também serem feitas e utilizadas, masmorras, labirintos, cidades e castelos, com a finalidade de auxiliar na visualização e dinâmica do jogo.

Neste caso existe uma padronização para miniaturas e maquetes que são de 1:32 mm, levando em consideração a escala utilizada, a história utilizada no jogo e a necessidade dos personagens visuais para a dinâmica do jogo e dos jogadores.

Nesse caso, utilizaremos estes recursos para nos ajudar nesta proposta, mesmo não sendo obrigatórias, pois o RPG é um jogo de imaginação, portanto estes recursos visuais podem nos ajudar em muito no processo de aprendizagem, pois na sua construção podemos utilizar muitos recursos matemáticos, as formas geométricas, proporção e escalas, teoria de grafos e mapas, simetria e transformações geométricas são alguns exemplos de matemática aplicada na construção de maquetes para jogos de RPG, vários materiais se encontram em anexo.

Figura 1: *Player's Handbook*: Livro do Jogador



Fonte: www.pinterest.com

Primeira e Segunda Aulas.

A construção dos personagens, na aula utilizará o livro do jogador, um conjunto de dados, sendo que cada jogador deverá possuir uma ficha de personagem, além de lápis e borracha.

Nesta etapa, serão feitos os personagens. Através de tabelas do livro do jogador e jogadas de dados, utilizaremos os seis dados de RPG, que são de 4 faces (o tetraedro), de seis faces (o hexaedro ou cubo), de 8 faces (o octaedro), de 10 faces (o decaedro, único que não é um sólido platônico), de 12 faces (o dodecaedro) e o de 20 faces (o icosaedro) estes são chamados da sequência de d4, d6, d8, d10, d12, d20, então no jogo quando solicitados a jogadas exemplo de 3 dados de seis faces falaremos para jogar 3d6 (o três é a quantidade de dados e seis é o tipo de dado a ser lançado).

Serão construídos os personagens de cada um dos alunos, sendo que esta etapa é fundamental pois na construção dos personagens, é que os alunos vão construindo uma identidade com o personagem que vão interpretar.

No livro do jogador é disponibilizado uma ficha do jogador, conforme a Figura 2, onde serão inseridos os dados que descreverão as características dos personagens, a primeira parte da ficha estão os principais atributos dos personagens, força (associado a força física), constituição (associado à saúde), agilidade (associado a mobilidade e reflexos), inteligência (associado a capacidade de estudo e conhecimento), sabedoria (associado a percepção e experiência) e carisma (associado a empatia e aparência). Nela também descreveremos dados como a armadura utilizada, ar armas com sua capacidade de ataque e dano, conhecimento de magias, dinheiro e habilidades individuais.

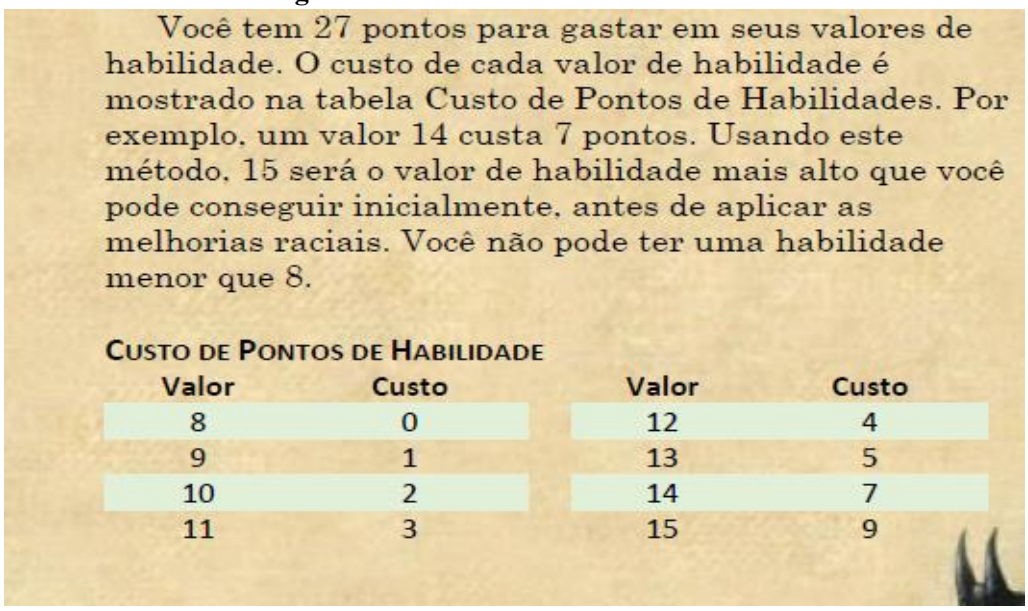
Portanto, tentaremos descrever o mais detalhado possível, como é o personagem com todas as características essenciais, não só para o jogo, mas para a imaginação do aluno jogador.

Figura 2: Ficha do Jogador de *Dungeons & Dragons*

Fonte: *Player´s Handbook:* Livro do jogador pg.313

Agora como dito anteriormente, através de jogadas de dados e consulta de tabelas, preenchemos os principais atributos de modo que caracterize o personagem da forma como mais agradar o jogador. Devemos compreender que todos os personagens terão habilidades e fraquezas, habilidades que se somarão as habilidades do grupo e fraquezas a serem suprimidas pelo grupo. Como faremos isso? Dois métodos nos são apresentados: O primeiro é feito uma rolagem 4d6, removemos o menor valor e somamos os outros 3 e anotamos, fazemos isso 6 vezes um valor para cada habilidade. A outra forma e utilizarmos uma tabela do livro do jogador (Figura 3).

Figura 3: Tabela de valores de habilidade



Você tem 27 pontos para gastar em seus valores de habilidade. O custo de cada valor de habilidade é mostrado na tabela Custo de Pontos de Habilidades. Por exemplo, um valor 14 custa 7 pontos. Usando este método, 15 será o valor de habilidade mais alto que você pode conseguir inicialmente, antes de aplicar as melhorias raciais. Você não pode ter uma habilidade menor que 8.

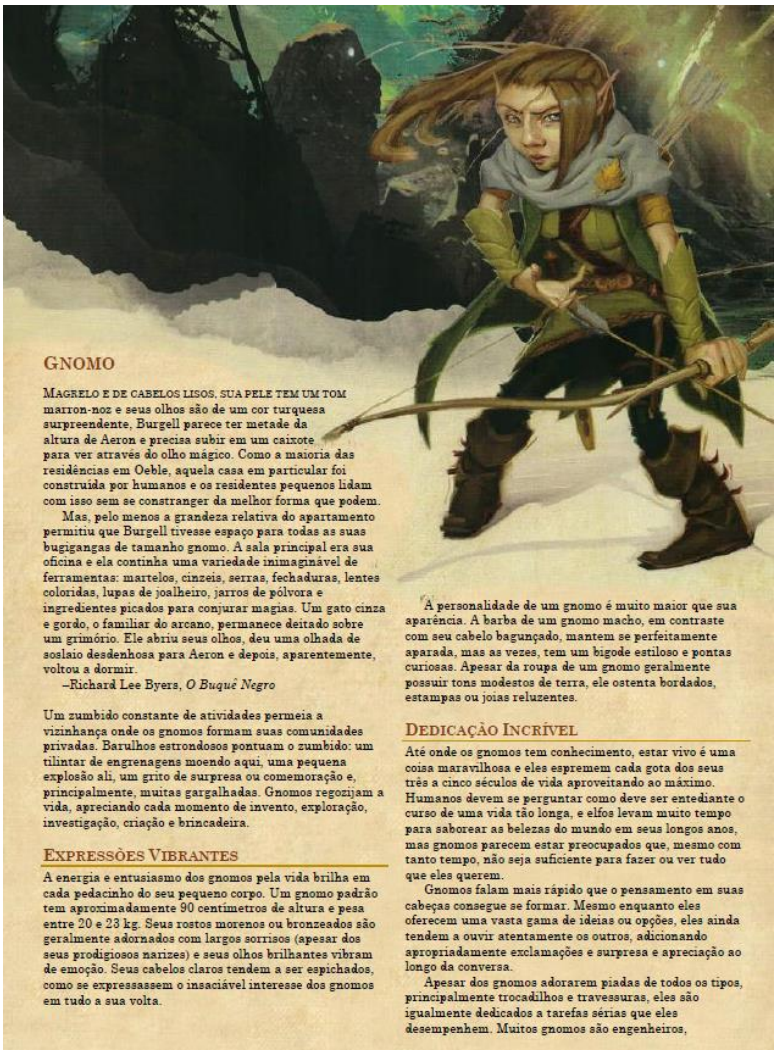
Custo de Pontos de Habilidade

Valor	Custo	Valor	Custo
8	0	12	4
9	1	13	5
10	2	14	7
11	3	15	9

Fonte: *Player´s Handbook:* livro do jogador pg.14.

A próxima etapa é escolhermos uma raça e uma classe. Como nossa experiência de jogo aborda a fantasia medieval, vamos escolher sobre raças de criaturas fantásticas em sua maioria tirada do folclore europeu. São eles: Elfos, Anões, Gnomos etc. suas características são descritas no livro do jogador. A classe seria a função como guerreiros, caçadores, magos, Bardos etc. também detalhadamente descrita no livro do jogador. Estas escolhas também influenciam os pontos de habilidades, digamos que nosso aluno escolheu ser um Gnomo (figura 4) Bardo (figura 5), buscou no livro do jogador as informações e tabelas necessárias para completar seu personagem rolou os dados e escolheu a melhor forma de distribuir seus pontos conforme seu gosto.

Figura 4: Introdução a raça Gnomo



GNOMO

MAGRELO E DE CABELOS LISOS, SUA PELE TEM UM TOM marrom-noz e seus olhos são de um cor turquesa surpreendente, Burgell parece ter metade da altura de Aeron e precisa subir em um caixote para ver através do olho mágico. Como a maioria das residências em Oeble, aquela casa em particular foi construída por humanos e os residentes pequenos lidam com isso sem se constranger da melhor forma que podem.

Mas, pelo menos a grandeza relativa do apartamento permitiu que Burgell tivesse espaço para todas as suas bugigangas de tamanho gnomo. A sala principal era sua oficina e ela continha uma variedade inimaginável de ferramentas: martelos, cinzeis, serras, fechaduras, lentes coloridas, lupas de joalheiro, jarros de pólvora e ingredientes picados para conjurar magias. Um gato cinza e gordo, o familiar do arcano, permanece deitado sobre um grimório. Ele abriu seus olhos, deu uma olhada de soslaio desdenhosa para Aeron e depois, aparentemente, voltou a dormir.

–Richard Lee Byers, *O Buquê Negro*

Um zumbido constante de atividades permeia a vizinhança onde os gnomos formam suas comunidades privadas. Barulhos estrondosos pontuam o zumbido: um tilintar de engrenagens moendo aqui, uma pequena explosão ali, um grito de surpresa ou comemoração e, principalmente, muitas gargalhadas. Gnomos regozijam a vida, apreciando cada momento de invento, exploração, investigação, criação e brincadeira.

EXPRESSÕES VIBRANTES

A energia e entusiasmo dos gnomos pela vida brilha em cada pedacinho do seu pequeno corpo. Um gnomo padrão tem aproximadamente 90 centímetros de altura e pesa entre 20 e 23 kg. Seus rostos morenos ou bronzeados são geralmente adornados com largos sorrisos (apesar dos seus prodigiosos narizes) e seus olhos brilhantes vibram de emoção. Seus cabelos claros tendem a ser espichados, como se expressassem o insaciável interesse dos gnomos em tudo a sua volta.

A personalidade de um gnomo é muito maior que sua aparência. A barba de um gnomo macho, em contraste com seu cabelo bagunçado, mantem se perfeitamente aparada, mas as vezes, tem um bigode estiloso e pontas curiosas. Apesar da roupa de um gnomo geralmente possuir tons modestos de terra, ele ostenta bordados, estampas ou joias reluzentes.

DEDICAÇÃO INCRÍVEL

Até onde os gnomos tem conhecimento, estar vivo é uma coisa maravilhosa e eles espremem cada gota dos seus três a cinco séculos de vida aproveitando ao máximo. Humanos devem se perguntar como deve ser entediante o curso de uma vida tão longa, e elfos levam muito tempo para saborear as belezas do mundo em seus longos anos, mas gnomos parecem estar preocupados que, mesmo com tanto tempo, não seja suficiente para fazer ou ver tudo que eles querem.

Gnomos falam mais rápido que o pensamento em suas cabeças consegue se formar. Mesmo enquanto eles oferecem uma vasta gama de ideias ou opções, eles ainda tendem a ouvir atentamente os outros, adicionando apropriadamente exclamações e surpresa e apreciação ao longo da conversa.

Apesar dos gnomos adorarem piadas de todos os tipos, principalmente trocadilhos e travessuras, eles são igualmente dedicados a tarefas sérias que eles desempenhem. Muitos gnomos são engenheiros,

Fonte: *Player's Handbook:* Livro do jogador pg.35.

Agora sabemos tudo sobre os Gnomos, características físicas, sociais, aptidões, temos até exemplos de nomes para o personagem no livro do jogador, com estas informações o aluno consegue através de sua imaginação criar uma personalidade.

Estas características muitas vezes têm como referência a própria personalidade do aluno, e como estamos tratando de aluno com neurodivergência, isso se torna muito importante, pois através das ações do personagem, o aluno aprenderá como interagir melhor, trabalhar melhor em equipe, assim ele mesmo pode se desenvolver com mais facilidades frente as suas dificuldades.

Agora por último escolhemos vamos colocar os dados da sua classe, no caso o escolhido foi a de bardo, em *Dungeons & Dragons* (D&D), uma classe é um dos elementos centrais na criação de um personagem, pois define seu papel dentro do jogo e molda sua identidade ao longo da aventura.

Cada classe representa um arquétipo clássico da fantasia medieval, refletindo diferentes estilos de jogo e abordagens para desafios. Alguns personagens podem se

destacar no combate físico, como guerreiros habilidosos no manejo de armas e armaduras pesadas; outros, como magos e feiticeiros, dominam poderes arcanos para lançar feitiços poderosos. Há também aqueles que preferem a furtividade e a astúcia, como os ladinos, especialistas em ataques rápidos e evasivos. Independentemente da escolha, a classe do personagem influencia profundamente sua experiência dentro do jogo, determinando suas interações com o mundo, seus pontos fortes e suas fraquezas, além das oportunidades de crescimento e personalização ao longo da campanha.

Neste momento, como exemplo, digamos que o aluno escolhe ser um Bardo que é descrido resumidamente na Figura 5. Classe que utiliza a música para efetuar magias, suas habilidades principais são o alto carisma e a sua inteligência, atributos onde serão colocados seus números mais altos, como não é um lutador de frente a força seria seu atributo menos importante levando então sua pior numeração.

Figura 5: Construindo um Bardo

chamado natural. Cada aventura é uma oportunidade de aprendizado, de praticar uma variedade de perícias, de entrar em tumbas a muito esquecidas, de descobrir antigos trabalhos místicos, de decifrar tomos ancestrais, de viajar para lugares estranhos ou de encontrar criaturas exóticas. Os bardos adoram acompanhar heróis para testemunhar seus feitos em primeira mão. Um bardo que quiser contar uma história incrivelmente inspiradora de feitos pessoais ganhará renome dentre outros bardos. De fato, após contar tantas histórias sobre os poderosos feitos conseguidos por heróis, muitos bardos tomam essa inspiração em seus corações e assumem os papeis heroicos eles mesmos.

CRIANDO UM BARDO

Bardos são contadores de histórias, não importando se essas histórias são reais ou não. O antecedente e motivações do seu personagem não são mais importantes que as histórias que eles contam sobre si mesmo. No entanto, você, seguramente, teve uma infância mundana. Não existe uma história interessante sobre isso, então você deveria inventar que foi um órfão que foi criado por uma bruxa em um pântano sombrio. Ou sua infância pode render uma boa história. Alguns bardos adquirem sua música mágica através de meios extraordinários, incluindo a inspiração de fadas ou outras criaturas sobrenaturais.

Você serviu como aprendiz, estudando com um mestre, seguindo o mais experiente bardo até que você fosse capaz de seguir o seu próprio caminho? Ou você ingressou em uma faculdade onde você estudou o conhecimento de bardo e praticou sua magia musical? Talvez você tenha sido um jovem fugitivo ou órfão, que adquiriu a amizade de um bardo andarilho que se tornou seu mentor. Ou você pode ter sido o filho mimado de um nobre tutelado por um mestre. Talvez você tenha caído nas garras de uma bruxa, feito uma barganha por um dom musical, além de sua vida e liberdade, mas por que preço?

CONSTRUÇÃO RÁPIDA

Você pode construir um bardo rapidamente seguindo essas sugestões. Primeiro, coloque seu valor de habilidade mais alto em Carisma, seguido de Destreza. Segundo, escolha o antecedente artista. Terceiro, escolha os truques *globos de luz* e *zombaria sicótica*, além das seguintes magias de 1º nível: *enfeitiçar pessoa, detectar magia, palavra curativa* e *onda trovejante*.

CARACTERÍSTICAS DE CLASSE

Como um bardo, você adquire as seguintes características de classe.

PONTOS DE VIDA

Dado de Vida: 1d8 por nível de bardo
Pontos de Vida no 1º Nível: 8 + seu modificador de Constituição
Pontos de Vida nos Níveis Seguintes: 1d8 (ou 5) + seu modificador de Constituição por nível de bardo após o 1º

PROFICIÊNCIAS

Armaduras: Armaduras leves
Armas: Armas simples, bestas de mão, espadas longas, rapieiras, espadas curtas
Ferramentas: Três instrumentos musicais, à sua escolha
Testes de Resistência: Destreza, Carisma
Perícias: Escolha três quaisquer

EQUIPAMENTO

Você começa com o seguinte equipamento, além do equipamento concedido pelo seu antecedente:

- (a) uma rapieira, (b) uma espada longa ou (c) qualquer arma simples
- (a) um pacote de diplomata ou (b) um pacote de artista
- (a) um lute ou (b) qualquer outro instrumento musical
- Armadura de couro e uma adaga

CONJURAÇÃO

Você aprendeu a desembaraçar e remodelar o tecido da realidade em harmonia com os seus desejos e música. Suas magias são parte do seu vasto repertório, magia que você pode entoar em diferentes situações. Veja o capítulo 10 para as regras gerais de conjuração e o capítulo 11 para a lista de magias de bardo.

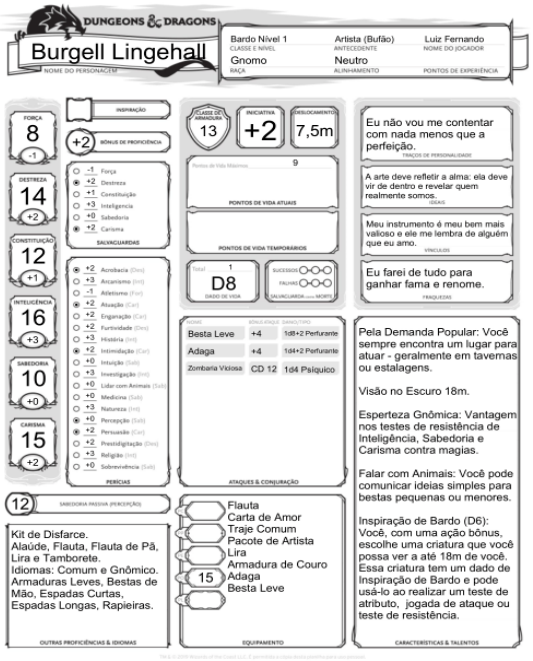
TRUQUES

Você conhece dois truques, à sua escolha da lista de magias de bardo. Você aprende truques de bardo adicionais, a sua escolha em níveis mais altos, como mostrado na coluna Truques Conhecidos da tabela O Bardo.

Fonte: *Player's Handbook:* Livro do jogador pg.52.

Agora temos o personagem praticamente finalizado o restante de sua ficha de jogador e preenchido com tabelas no do próprio livro do jogador. Na Figura 6, temos o personagem finalizado.

Figura 6: Ficha finalizada do personagem Bardo



Fonte: Do próprio autor

A escolha de personalidade é totalmente livre, estas características como equipamentos, armas e até o estilo do personagem bardo são livres, o aluno pode escolher ser um poeta, um menestrel ou um ator de teatro, tudo fica a cargo de sua imaginação.

No Apêndice, serão disponibilizados uma série de personagens prontos para utilização caso o professor queira utilizar. No final utilizaremos personagens de nível 2 para nossa aventura.

Segunda e Terceira Aulas.

Nesta etapa começa a ser apresentado a narrativa do jogo, descrevendo todos os acontecimentos e inserindo aos alunos na narrativa contada, as informações a serrem apresentados aos jogadores, e as narrativas que estão separadas por travessão.

A história começa com os aventureiros (alunos jogadores) chegando de viajem em uma pequena vila chamada Bhorn:

Para os aventureiros – aqui o narrador vai descrever um pequeno vilarejo com suas ruas sujas, casas pequenas na sua maioria feitas de toras de madeiras e telhados de palha, descreva as pessoas passando com suas mercadorias das pequenas propriedades rurais da região. A cidade tem poucas ruas e logo os aventureiros chegam na rua do mercado. Há pequenas lojas de comércio e o principal, uma taberna, lugar onde se pode descansar de um longo dia de viagem – o mestre do jogo deve demostrar que os jogadores estão muito cansados da viajem e devem procurar um lugar para descansar.

Eles se dirigem para a capital da província para arrumar trabalho como aventureiros, mas a viajem leva muitos dias. Nesta etapa, eles devem parar para comer e descansar – na tabela 1 apresentamos preços de serviço de estalagem e os alunos devem calcular seus gastos dentro do que possuem, cada um possui somente 5 moedas de ouro. Veja apêndice B para imprimir.

Preços da Taberna:

Tabela 1: Valores da taberna.

Item	Preço	Descrição
Cerveja, caneca (500ml)	4 pc	Uma cerveja artesanal local. Tem um gosto forte, com notas de cevada.
Hidromel, taça	1 pp	Doce e aromático, feito de mel da floresta próxima.
Vinho comum, garrafa	2 pp	Um vinho simples, mas agradável, com sabor de frutas cítricas.
Vinho fino, garrafa	10 pp	Um raro vinho importado de uma terra distante, perfeito para impressionar.
Vinho Élfico caro, taça	20 pp	Um vinho cristalino e encantador, com aroma floral e sabor de frutas silvestres. Dizem que amplia os sentidos.
Pão, fatia	2 pc	Pão fresco, ainda quente, servido com manteiga salgada.
Ensopado, tigela	5 pc	Ensopado quente com carne de veado, batatas e legumes.
Porco assado, prato	2 pp	Uma porção generosa de porco assado, acompanhado de purê de raízes e molho.
Queijo curado, pedaço	1 pp	Queijo forte e envelhecido, excelente para acompanhar vinho.
Ovo cozido, unidade	1 pc	Simples, mas reconfortante. Geralmente servido no café da manhã.
Peixe assado	1 pp	Um peixe fresco, temperado e assado com ervas locais.
Cama compartilhada	2pp/noite	Um colchão simples no salão comunal. Pode haver roncos e outras distrações à noite.
Quarto privado	5pp/noite	Um pequeno quarto com cama, baú e mesa simples.
Lâmpada a óleo (alugada)	2 pp	Lâmpada para iluminação noturna no quarto. Óleo incluso.
Serviço de mensageiro	1 pp	Envio de mensagens para outra cidade, limitado à distância.

Fonte: Do próprio autor

Lembrando que uma moeda de ouro (po) equivale a 10 moedas de prata, e 1 moeda de prata (pp), equivale a 10 moedas de cobre (pc).

Sendo assim um exemplo: se um dos aventureiros fizer um pedido como este: um ensopado, uma fatia de pão, um pedaço de queijo e uma caneca de cerveja. Quanto ele vai gastar?

Para calcular o gasto, basta somar os preços dos itens pedidos:

- Ensopado, tigela: 5 pc
- Pão, fatia: 2 pc
- Queijo curado, pedaço: 1 pp (equivalente a 10 pc)
- Cerveja, caneca (500ml): 4 pc

Total: 5 pc + 2 pc + 10 pc + 4 pc = 21 pc.

O aventureiro gastará 21 peças de cobre. Alternativamente, isso pode ser representado como 2 peças de prata e 1 peça de cobre.

Se o jogador der uma peça de ouro:

Uma peça de ouro (1 po) equivale a 10 peças de prata (pp), e cada peça de prata equivale a 10 peças de cobre (pc). Assim, 1 po vale 100 pc.

Se o total da conta é 21 pc, o troco será:

100 pc (valor da peça de ouro) - 21 pc (valor da refeição) = 79 pc.

O troco será de 79 peças de cobre, que também pode ser representado como:

- 7 peças de prata e 9 peças de cobre.

Terceira e Quarta Aulas.

Agora o vilarejo apresenta o dilema que eles sofrem, descreva:

Enquanto eles estão jantando, uma jovem aparece na taberna apavorada pois seu jovem noivo saiu para pescar e não voltou. As pessoas na taberna ficam apavoradas. Qualquer jogador que perguntar o motivo do nervosismo recebe como resposta: a floresta é muito perigosa para ele ter passado a noite é um lugar onde criaturas mortas vivas perambulam a noite. Todos os locais ficam muito apreensivos pois já é praticamente noite.

Ao cair da noite, criaturas (descreva as criaturas como zumbis e esqueletos, os dados dos mesmos estarão no apêndice C), saem da mata e atacam o vilarejo, os jogadores enfrentam estas criaturas para perceber a dimensão do perigo que está diante deles.

Um exemplo de como o combate pode ocorrer, lembrando que jogadas de dados são totalmente aleatórios, os personagens armas e magias também podem ser diferentes.

Personagens:

- Guerreiro (2º Nível):
    - Arma: Espada longa
    - Habilidade: Força +3
    - Dano da espada longa: 1d8 + 3 (corte)
- Mago (2º Nível):
    - Magias: Mísseis Mágicos (nível 1), Raio de Fogo (nível 1)
    - Habilidade: Inteligência +3
    - Dano do Raio de Fogo: 1d10

- Clérigo (2º Nível):
    - Magias: Cura Leve (nível 1), Expulsar Mortos-vivos (nível 1)
    - Habilidade: Sabedoria +3
- Paladino (2º Nível):
    - Arma: Maça longa
    - Habilidade: Força +3
    - Dano da maça longa: 1d6 + 3 (contusão)

Inimigos:

- 4 Esqueletos:
    - Habilidade: Força +2
    - Armamento: Arco longo e espada curta
    - Dano da espada curta: 1d6 + 2 (corte)
- 2 Zumbis:
    - Habilidade: Força +1
    - Dano do soco: 1d6 + 1 (contusão)

Iniciativa: Esta jogada é feita todo início de combate para descrever a ordem das ações.

1. Paladino: 19
2. Mago: 17
3. Guerreiro: 14
4. Clérigo: 12
5. Esqueletos: 9
6. Zumbis: 6

Turno 1:

1. Paladino:

- O paladino avança e ataca um dos esqueletos com sua maça longa.
- Rolagem de ataque: 1d20 + 5 (Força) = 12 + 5 = 17 (Acerta)
- Rolagem de dano: 1d6 + 3 = 2 + 3 = 5
    - O esqueleto perde 5 pontos de vida.
    - Não é destruído, mas está ferido.

2. Mago:

- O mago lança Mísseis Mágicos contra o esqueleto ferido pelo paladino.
- Mísseis Mágicos acertam automaticamente.
- Rolagem de dano para cada míssil:
    - 1d4 + 1 para o primeiro míssil = 3 + 1 = 4
    - 1d4 + 1 para o segundo míssil = 2 + 1 = 3
    - 1d4 + 1 para o terceiro míssil = 4 + 1 = 5
- Total de dano: 4 + 3 + 5 = 12
    - O esqueleto recebe 12 pontos de dano, sendo destruído.

3. Guerreiro:

- O guerreiro ataca o zumbi mais próximo com sua espada longa.
- Rolagem de ataque: 1d20 + 5 (Força) = 20 + 5 = 25 (Crítico!)
- Rolagem de dano: 1d8 + 3 = 5 + 3 = 8, mas como foi um crítico, o dano é dobrado.
    - Dano crítico: 8 + 8 = 16
    - O zumbi recebe 16 de dano e é destruído.

4. Clérigo:

- O clérigo tenta usar Expulsar Mortos-vivos.
- Rolagem de ataque: 1d20 + 3 (Sabedoria) = 6 + 3 = 9
    - O clérigo falha no teste de expulsão, pois a CD de resistência dos mortos-vivos é 13.
    - Expulsar Mortos-vivos não tem efeito, os mortos-vivos não são afastados.

Ataques dos Inimigos:

1 Esqueleto 1 (que foi ferido pelo paladino):
    - Rolagem de ataque: 1d20 + 2 = 7 + 2 = 9 (Erra)
2 Esqueleto 2 (contra o paladino):
    - Rolagem de ataque: 1d20 + 2 = 16 + 2 = 18 (Acerta)
    - Rolagem de dano: 1d6 + 2 = 4 + 2 = 6
    - O paladino recebe 6 de dano.
3 Zumbi 1:
    - Rolagem de ataque: 1d20 + 1 = 13 + 1 = 14 (Acerta)
    - Rolagem de dano: 1d6 + 1 = 3 + 1 = 4
    - O guerreiro recebe 4 de dano.
4 Zumbi 2:
    - Rolagem de ataque: 1d20 + 1 = 5 + 1 = 6 (Erra)

Turno 2:

1. Paladino:

- O paladino ataca o esqueleto que ainda está de pé.
- Rolagem de ataque: 1d20 + 5 (Força) = 15 + 5 = 20 (Acerta)
- Rolagem de dano: 1d6 + 3 = 4 + 3 = 7
    - O esqueleto recebe 7 de dano, mas ainda não é destruído.

2. Mago:

- O mago lança Raio de Fogo em um dos zumbis restantes.
- Rolagem de ataque: 1d20 + 3 (Inteligência) = 16 + 3 = 19 (Acerta)
- Rolagem de dano: 1d10 = 7
    - O zumbi recebe 7 de dano, ainda está de pé, mas com pouca vida.

3. Guerreiro:

- O guerreiro ataca o último esqueleto com sua espada longa.
- Rolagem de ataque: 1d20 + 5 (Força) = 13 + 5 = 18 (Acerta)
- Rolagem de dano: 1d8 + 3 = 6 + 3 = 9

- O esqueleto recebe 9 de dano, ainda não é destruído.

4. Clérigo:

- O clérigo usa Cura Leve no paladino que perdeu 6 pontos de vida.
- Rolagem de cura: 1d8 + 3 = 4 + 3 = 7
    - O paladino recupera 7 pontos de vida.

Ataques dos Inimigos:

1 Esqueleto 1:

    - Rolagem de ataque: 1d20 + 2 = 14 + 2 = 16 (Acerta)
    - Rolagem de dano: 1d6 + 2 = 1 + 2 = 3
    - O paladino recebe 3 de dano.

2 Esqueleto 2:

    - Rolagem de ataque: 1d20 + 2 = 18 + 2 = 20 (Acerta)
    - Rolagem de dano: 1d6 + 2 = 5 + 2 = 7
    - O paladino recebe 7 de dano.

3 Zumbi 1:

    - Rolagem de ataque: 1d20 + 1 = 15 + 1 = 16 (Acerta)
    - Rolagem de dano: 1d6 + 1 = 4 + 1 = 5
    - O guerreiro recebe 5 de dano.
    -

4 Zumbi 2:

    - Rolagem de ataque: 1d20 + 1 = 9 + 1 = 10 (Erra)

Turno 3:

1. Paladino:

- O paladino ataca o último esqueleto.
- Rolagem de ataque: 1d20 + 5 (Força) = 19 + 5 = 24 (Acerta)
- Rolagem de dano: 1d6 + 3 = 6 + 3 = 9
    - O esqueleto recebe 9 de dano e é destruído.

2. Mago:

- O mago lança Raio de Fogo no zumbi que ainda está de pé.
- Rolagem de ataque: 1d20 + 3 (Inteligência) = 18 + 3 = 21 (Acerta)
- Rolagem de dano: 1d10 = 9
    - O zumbi recebe 9 de dano e é destruído.

3. Guerreiro:

- O guerreiro ataca o último zumbi.
- Rolagem de ataque: 1d20 + 5 (Força) = 13 + 5 = 18 (Acerta)
- Rolagem de dano: 1d8 + 3 = 7 + 3 = 10
    - O zumbi recebe 10 de dano e é destruído.

4. Clérigo:

- O clérigo usa Cura Leve no paladino, que sofreu alguns danos no combate.
- Rolagem de cura: 1d8 + 3 = 5 + 3 = 8

- O paladino recupera 8 pontos de vida.

Finalizamos o combate com todos os monstros destruídos.

Uma rápida investigação na cidade e os aventureiros descobrem que existiu um antigo monastério de cavaleiros que caiu em ruínas perante um líder que se desviou do bom caminho, um bom caminho para começar as investigações.

Descreva para os jogadores:

O prefeito da vila de Bhorn sabendo de aventureiros na taberna vai ao encontro deles e oferece 150 moedas de ouro para que eles encontrem o rapaz desaparecido (este pode ser filho dele ou noivo de sua filha), ele adianta do pagamento 45 moedas de ouro. – Com este recurso os aventureiros podem ir ao mercado e comprar suprimentos para a aventura, novamente apresente tabelas de valores para que itens possam ser comprados, porém eles devem fazer cálculos pois o dinheiro não será o bastante para comprar muitas coisas.

Quinta e Sexta Aulas

A tabela 2 apresentada pode ser ajustada conforme o narrador achar conveniente se os valores adiantados não forem suficientes jogadas de habilidades com barganha ou intimidação podem ser feitas para descontos serem aplicados nos preços.

Tabela 2: Valores dos itens de aventureiros.

Item	Preço	Descrição
Tocha	5 pc	Uma tocha simples que queima por 1 hora, iluminando um raio de 6 metros.
Corda (15 metros)	5 pp	Feita de cânhamo, forte e confiável, perfeita para escaladas ou amarrações.
Gancho de escalada	10 pp	Um gancho metálico resistente, usado para agarrar bordas ou objetos elevados.
Lanterna comum	25 pp	Uma lanterna de metal que fornece luz contínua por até 6 horas com óleo.
Óleo para lanterna	5 pc /frasco	Frasco de óleo suficiente para alimentar uma lanterna por 6 horas.
Ração de viagem	25 pc/dia	Pacote de alimentos secos e nutritivos para sustentar um aventureiro por 1 dia.
Mochila	10 pp	Uma mochila de couro resistente, capaz de carregar até 20 kg de equipamentos e suprimentos.
Saco de dormir	5 pp	Um saco de dormir acolchoado, ideal para descansar confortavelmente em terreno irregular.
Pederneira e aço	25 pc	Ferramenta para criar faíscas e acender fogueiras.
Cantil (1 litro)	10 pc	Um recipiente metálico ou de couro para armazenar água ou outros líquidos.
Espeto de ferro	5 pp	Um espeto metálico para cozinhar alimentos sobre uma

Item	Preço	Descrição
		fogueira.
Kit de costura	15 pc	Inclui agulha, linha e pequenos remendos para consertar roupas e equipamentos.
Rede de caça	25 pp	Uma rede de cordas leves para capturar pequenos animais ou armadilhas simples.
Pote de cerâmica	10 pc	Um pequeno pote para cozinhar ou armazenar alimentos durante a viagem.
Apito	25 pc	Um apito metálico para sinalizar ou chamar atenção a distância.
Kit de primeiros socorros	5 pp	Inclui bandagens, ervas medicinais e ferramentas básicas para estabilizar feridos.
Espelho pequeno	5 pp	Um espelho de aço polido, útil para sinais ou observações discretas.
Grampo de escalada	15 pp	Ferramenta adicional para ajudar em escaladas íngremes.
Barraca pequena	50 pp	Abrigo portátil para até duas pessoas, resistente a chuva e vento.
Caldeirão de ferro	25 pp	Resistente e espaçoso, ideal para preparar refeições maiores em acampamentos.
Livro de anotações	10 pp	Um caderno em branco para registrar informações importantes. Inclui tinta e pena.
Mapa regional	25 pp	Mapa detalhado da região, com pontos de interesse e rotas traçadas.
Tinta e pena	50 pc	Ferramentas básicas para escrita em pergaminhos ou anotações.
Pergaminho de papel	25 pc/ folha	Papel fino e de boa qualidade, ideal para criar feitiços ou registrar informações.
Água benta	125 pp/ frasco	Frasco pequeno que pode ser usado para rituais ou como arma contra criaturas malignas.
Sacola comum	5 pc	Uma sacola simples de pano, capaz de carregar até 5 kg de itens pequenos e leves.
Poção de Cura Simples	10 po	Cura 2d4+2 pontos de vida.
Poção de Cura Moderada	20 po	Cura 4d4+4 pontos de vida.

Fonte: Do próprio autor.

Aqui um exemplo de possível compra dos aventureiros:

Itens Comprados:

1 Mapa local
2 Livro de anotações
3 Mochilas (4 unidades)
4 Corda (1 unidade)

5 Kit de primeiros socorros (1 unidade)
6 Lanterna (1 unidade)
7 Poções de cura simples (2 unidades)
8 Tinta e pena
9 Rações para 16 dias
10 Sacos comuns (2 unidades)
11 Cantil (4 unidades)
12 Óleo para lanterna (4 frascos)
13 Tochas (6 unidades)

Calculamos:

Itens em Peças de Prata (pp):

1 Mapa local = 25 pp
2 Livro de anotações = 10 pp
3 Mochilas (4 unidades) = 4 * 10 pp = 40 pp
4 Corda (1 unidade) = 5 pp
5 Kit de primeiros socorros (1 unidade) = 5 pp
6 Lanterna (1 unidade) = 25 pp
7 Poções de cura simples (2 unidades) = 2 * 10 po = 20 po = 200 pp

Total de itens em pp:

- 25 (mapa local) + 10 (livro de anotações) + 40 (mochilas) + 5 (corda) + 5 (kit de primeiros socorros) + 25 (lanterna) + 200 (poções de cura simples) = 310 pp.

Itens em Peças de Cobre (pc):

1 Tinta e pena = 50 pc
2 Rações para 16 dias = 16 * 10 pc = 160 pc
3 Sacos comuns (2 unidades) = 2 * 10 pc = 20 pc
4 Cantil (4 unidades) = 4 * 10 pc = 40 pc
5 Óleo para lanterna (4 frascos) = 4 * 5 pc = 20 pc
6 Tochas (6 unidades) = 6 * 5 pc = 30 pc

Total de itens em pc:

- 50 (tinta e pena) + 160 (rações) + 20 (sacos comuns) + 40 (cantil) + 20 (óleo) + 30 (tochas) = 320 pc.

Conversões de **pc** para **pp** e **po**:

- 320 pc = 32 pp (porque 1 pp = 10 pc, então 320 ÷ 10 = 32 pp)
- 32 pp = 3,2 po (porque 1 po = 10 pp, então 32 ÷ 10 = 3,2 po)

Soma total em **pp** e **po**:

- 310 pp (itens em pp)
- 32 pp (convertido de 320 pc)

Total em pp:

- 310 pp + 32 pp = 342 pp.

Agora vamos converter essa quantidade em po:

342 pp = 34,2 po (porque 1 po = 10 pp)

De modo que, o total em po será de 34 po e o resto será em pp:

- 0,2 po = 2 pp (metade de 1 po corresponde a 2 pp)

Então o total final em po e pp será:

Resultado Final:

- 34 po (peças de ouro)
- 2 pp (peças de prata)

Ou, se preferir tudo em po, podemos fazer a conversão final:

34 po e 2 pp equivalem a 342 pp ou 3420 pc.

Resumo:

Total:

- 34 po e 2 pp
  Ou, convertendo para peças de cobre: 3420 pc.

Agora um dos jogadores utiliza a habilidade persuasão e tem sucesso.

A jogada de habilidade consiste um pegar o atributo persuasão na ficha do jogador, no exemplo do nosso personagem ele apresenta +2, o jogador deve jogar o dado de 20 faces e somar 2 o valor deve passar o nível de dificuldade atribuído pelo mestre, como é um comerciante comum e os jogadores estão trabalhando pela cidade atribuímos a dificuldade mínima que é 12, então o jogador deve tirar 10 ou mais no dado abaixo disso a jogada falha, se o jogador tirar 20 é sucesso critico então o desconto pode ser maior. Um exemplo de desconto:

Desconto de 10%.

Desconto de 10% sobre 342 pp:

- Desconto = 10% de 342 pp = 0,10 * 342 pp = 34,2 pp

Agora, vamos subtrair o valor do desconto do total:

342 pp - 34,2 pp = 307,8 pp

Conversão final em **po** e **pp**:

- 307,8 pp = 30 po e 7,8 pp

Agora, convertendo a parte de 7,8 pp para peças de cobre:

- 7,8 pp = 78 pc (pois 1 pp = 10 pc)

Resultado final com o desconto de 10%:

30 po e 78 pc (ou 307,8 pp)

Ou, para simplificar, podemos dizer que o valor total, após o desconto, é 30 po e 78 pc.

Compras feitas partimos para a aventura, descreva para os aventureiros:

Dentro da floresta eles descobrem as ruínas do monastério, dentro da ruína enfrentam novamente um bando de mortos-vivos (mesma descrição dos monstros que atacaram a cidade, esta descrição está no apêndice C), após a vitória eles investigam o local – descreva o local com muralhas caídas de um pequeno monastério com prédios

totalmente caídos e a ruína do que seria o prédio principal neste lugar eles procuram e encontram um livro que descreve uma esfera que tem o poder de animar os mortos e usá-los como soldados mas que a ordem decidiu trancafiá-la, porém o líder caído há utilizou contra os membros da ordem onde ambos se destruíram, porém a orbe nunca foi encontrada.

Sétima Aula

Relembre os acontecimentos das aulas anteriores e descreva ainda:

– Ainda nas ruínas eles encontram um lugar onde a orbe estaria escondida, um monólito dentro de uma fonte de água no coração da floresta. Vocês encontraram um mapa que descreve uma região remota da floresta onde se encontra um monólito que é a chave para a orbe –.

Encontrando o monólito eles encontram o que é uma charada para abrir uma porta mágica que leva até o salão do orbe, aqui apresentamos uma charada matemática (coloco um exemplo de charada matemática no anexo A), para os jogadores decifrarem, com o sucesso do código.

– Decifrado o código descreva a seguir como a porta se abre: a água da fonte se esvai e um alçapão aparece no fundo da fonte, abrindo o mesmo os aventureiros se deparam com uma masmorra, (esse nome é dado a todo tipo de labirinto que o jogo pode apresentar). Neste caso um corredor se abre diante deles ao descer a escada que dobra em poucos metros onde eles se deparam com uma porta, abrindo a porta eles encontrarão criaturas mortas vivas chamadas carniçais, criaturas mortas vivas com dentes salientes em bocas monstruosas além de garras enormes e diferentemente dos zumbis e esqueletos estes são bem ágeis (os dados dos carniçais estão em apêndice C) –. eles devem enfrentar estes monstros, vencendo os monstros descreva

– Eles encontram o jovem perdido no início do processo de transformação nestes monstros para ajudá-lo eles devem curar seus ferimentos (qualquer magia de cura ou mesmo o truque estabilizar do clérigo reverte o efeito), porém se deparam com um grande mural onde novamente estão diante de um enigma que abre uma nova porta, nesta porta se encontra a orbe que devem destruir –.

Oitava Aula

Decifrando este enigma, encontrarão a orbe guardada pelo corpo morto-vivo do cavaleiro caído, é a última batalha, deve ser bem mais difícil.

– O narrador deve descrever um trono onde um cavaleiro cadavérico (este cavaleiro é um Inumano, seus dados estão no apêndice C), ele está sentado com a mão em cima de um orbe vermelho que brilha. Ao atacar o orbe, o cavaleiro se levanta para defendê-lo. Perto do trono também um baú parcialmente aberto com o que aparenta ser algum tipo de tesouro – Saber que tem algum tesouro sempre motiva os jogadores a lutarem.

Vencendo o último combate eles estão diante do orbe que deve ser destruída, além disso encontram um baú com 100 moedas de ouro e uma espada mágica, eles voltam para o vilarejo com o jovem salvo onde são recebidos como heróis, recebem o restante do pagamento, uma grande festa ocorre pelo fim da maldição, os heróis serão lembrados para

sempre na região, e com todo o dinheiro gasto podem comprar mais equipamentos e agora o desconto será aplicado sem a necessidade de barganha.

Aqui a aventura terminou, os jogadores fizeram comercio, enfrentaram monstros decifraram enigmas, tudo que uma aventura deve ter.

Avaliação

A avaliação não deve ser feita em moldes de prova, mas sim acompanhada pelo professor em todo o proceder do jogo. A desenvoltura nos cálculos, a vontade de resolver os problemas apresentados e a vontade de participar serão os elementos avaliados. Devemos lembrar que o ensino da matemática proposto aqui é subliminar, deve ser sempre incentivado a todos os jogadores, não permita que somente um se proponha a resolver as contas e os enigmas.

A solução dos enigmas deve sempre ser estimuladas. Lembramos que a imersão na aventura (imersão é a máxima descrição dos eventos com os jogadores dentro da narrativa), faz com que os alunos fiquem empolgados na solução dos cálculos e resolução dos enigmas.

No final perguntamos aos alunos como eles se sentiram jogando, se foi difícil os enigmas apresentados e como fizeram todos os cálculos solicitados durante a aventura.

Também como forma de avaliação peça para os alunos fazer um resumo da aventura e destacar os elementos matemáticos vistos na aventura.

Se realmente gostaram de jogar e se eles aceitam continuar jogando os mesmos personagens podem ser utilizados para novas aventuras, mas que a dificuldade das mesmas vai subir sempre aumentando sempre, aumentando a dificuldade dos desafios propostos e que os alunos devem sempre estar preparados para enfrentar novos e mais difíceis monstros para mais tesouros e fama.

Referências

BARBOSA, N. M.; RIBEIRO, I. E. C. Experimentação Didática para o Desenvolvimento da Aprendizagem Significativa Visando a Compreensão dos Racionais: um estudo baseado em uma pesquisa docente. Revista Baiana de Educação Matemática, Juazeiro, v. 03, n. 01, p. 01-28, p. e202202, jan./dez. 2022. Disponível em: https://www.revistas.uneb.br/index.php/baeducmatematica/article/view/13797/9645 Acesso em: 26 nov. 2024.

BRITO, J. De; CAMPOS, J. A. De P. P.; ROMANATTO, M. C. Ensino da matemática a alunos com deficiência intelectual na educação de jovens e adultos. Revista Brasileira de Educação Especial, v. 20, n. 4, p. 525–540, dez. 2014.

CAMACHO, M. S. F. P. *Materiais manipuláveis no processo ensino/aprendizagem da matemática*: *aprender explorando e construindo* 2012. 102 f. Dissertação (Mestrado em

Ensino da Matemática) - Universidade da Madeira, 2012. Disponível em: https://digituma.uma.pt/handle/10400.13/373 Acesso em: 12 out. 2024.

CASTRO, Dr. Thiago, Simplificando o Autismo: Para pais, Familiares e Profissionais. Literare Books International.2023.

DEU MAT # 11 – O PRG e a Matemática. Vídeo 11:45. Publicado pelo canal Portal Conexão Escola. 4 jun. 2024. Disponível em https://www.youtube.com/watch?v=PwwsqhvhWWU&t=17s Acesso em 11 nov. 2024.

DRUZIAN, M. E. B. *Jogos como recurso didático no ensino-aprendizagem de frações*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Programa de Pós-Graduação Profissionalizante em Ensino de Física e Matemática, Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, RS, 2007.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática. Boletim da SBEM-SP, São Paulo, ano 4, n.7, p. 5-10, jul./ago. 1990.

KOSKINEN, R.; PITKÄNIEMI, H. Meaningful Learning in Mathematics: A Research Synthesis of Teaching Approaches. International Electronic Journal of Mathematics Education, Sussex, v. 17, n. 2), p. 1-15, feb. 2022. DOI: https://doi.org/10.29333/iejme/11715, 2022. Disponível em: https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1336141.pdf Acesso em: 22 out. 2024.

MAGINA, S. M. P.; CASTRO, V. O.; FONSECA, S. Uma intervenção pedagógica para a apropriação do sistema de numeração decimal. **Atos de Pesquisa em Educação**, Blumenau, v. 15, n. 4, p. 1246-1271, dez. 2020. Disponível em: https://proxy.furb.br/ojs/index.php/atosdepesquisa/article/view/8064. Acesso em: 26 jan. 2023.

PINTEREST, Cold Brew Labs, rede social, Disponível em www.pinteres.com. Acesso em 20 dez. 2024

SILVA, Felipe Queiroz da. Usando RPG no ensino da Matemática / Felipe Queiroz da Silva. – 2014. – Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas. PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, 2014.

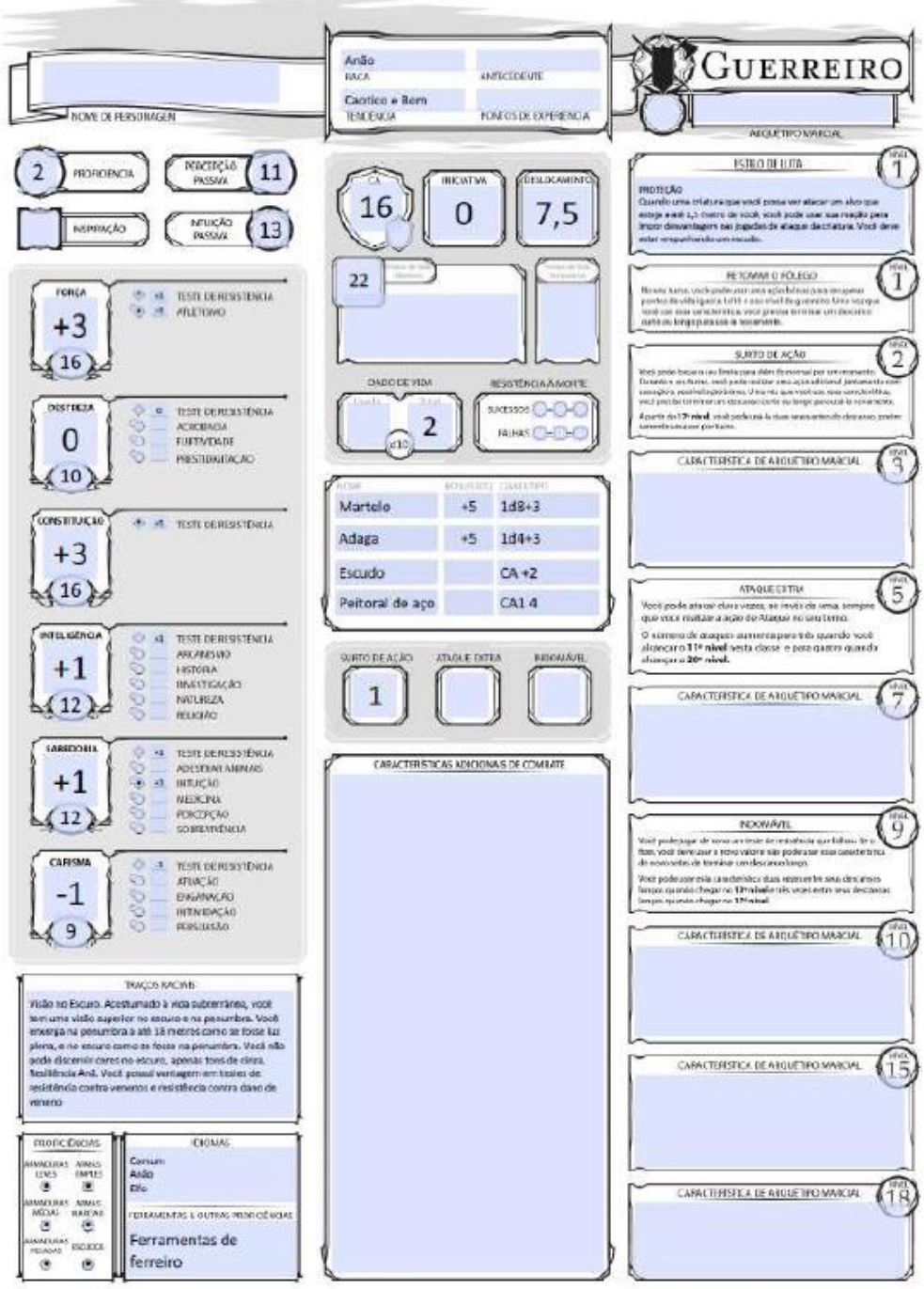
WIZARDS OF THE COAST. Player's Handbook: Livro do Jogador – Edição em Português. Pinheiros: ILHAS GALÁPAGOS COMÉRCIO DE BRINQUEDOS, LIVROS E SERVIÇOS, LTDA. 2020.

WIZARDS OF THE COAST. Monster Manual: Manual dos Monstros – Edição em Português. Pinheiros: ILHAS GALÁPAGOS COMÉRCIO DE BRINQUEDOS, LIVROS E SERVIÇOS, LTDA. 2020.

APÊNDICE A

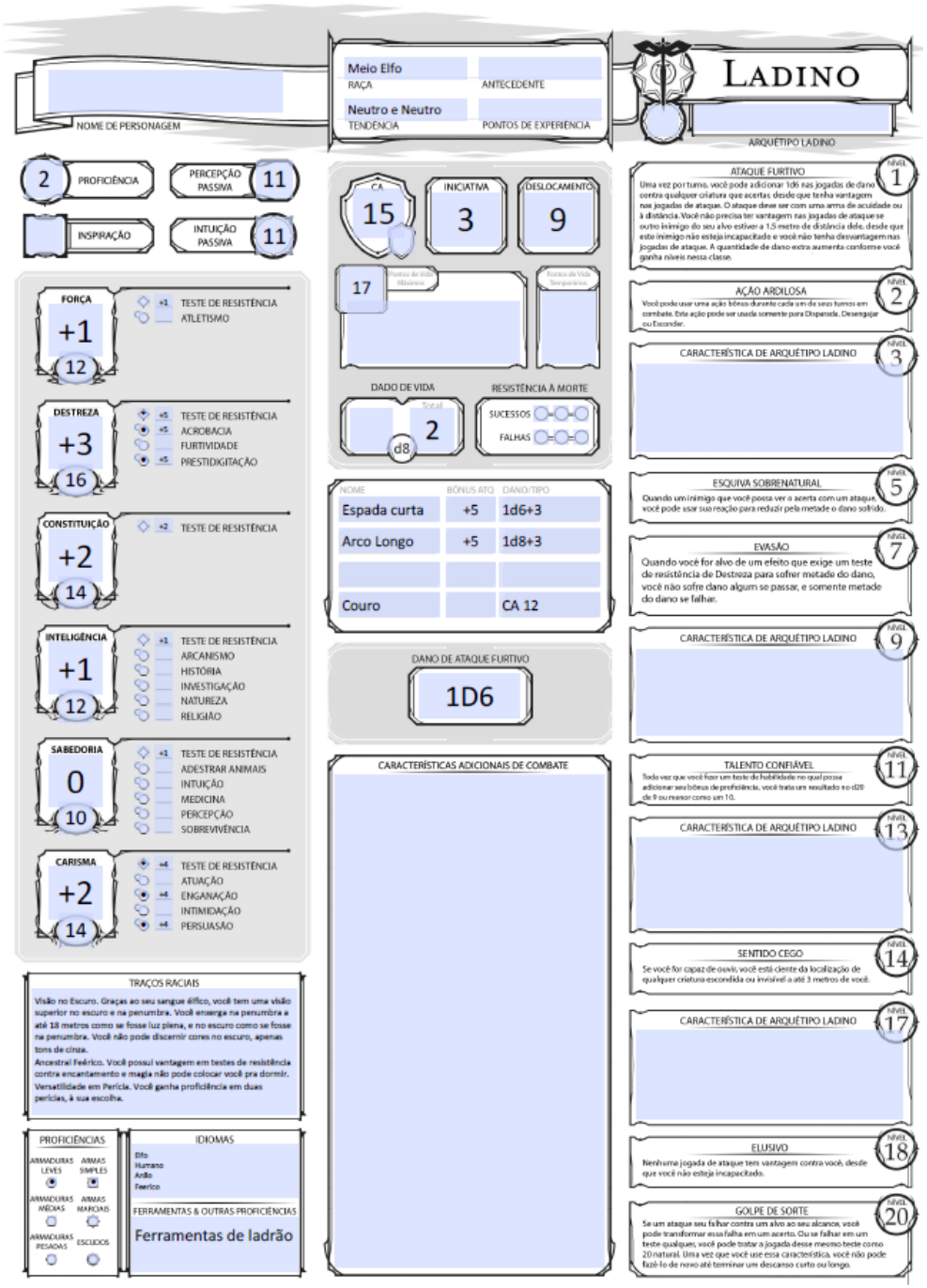
Exemplo de fichas de jogadores prontas, o livro do jogador possui uma ficha em branco que pode ser reproduzida sem problemas, porém não pode ser comercializada. A maneira como foi preenchida segue as orientações do livro do jogador.

Figura 7: Ficha de jogador para classe guerreiro.



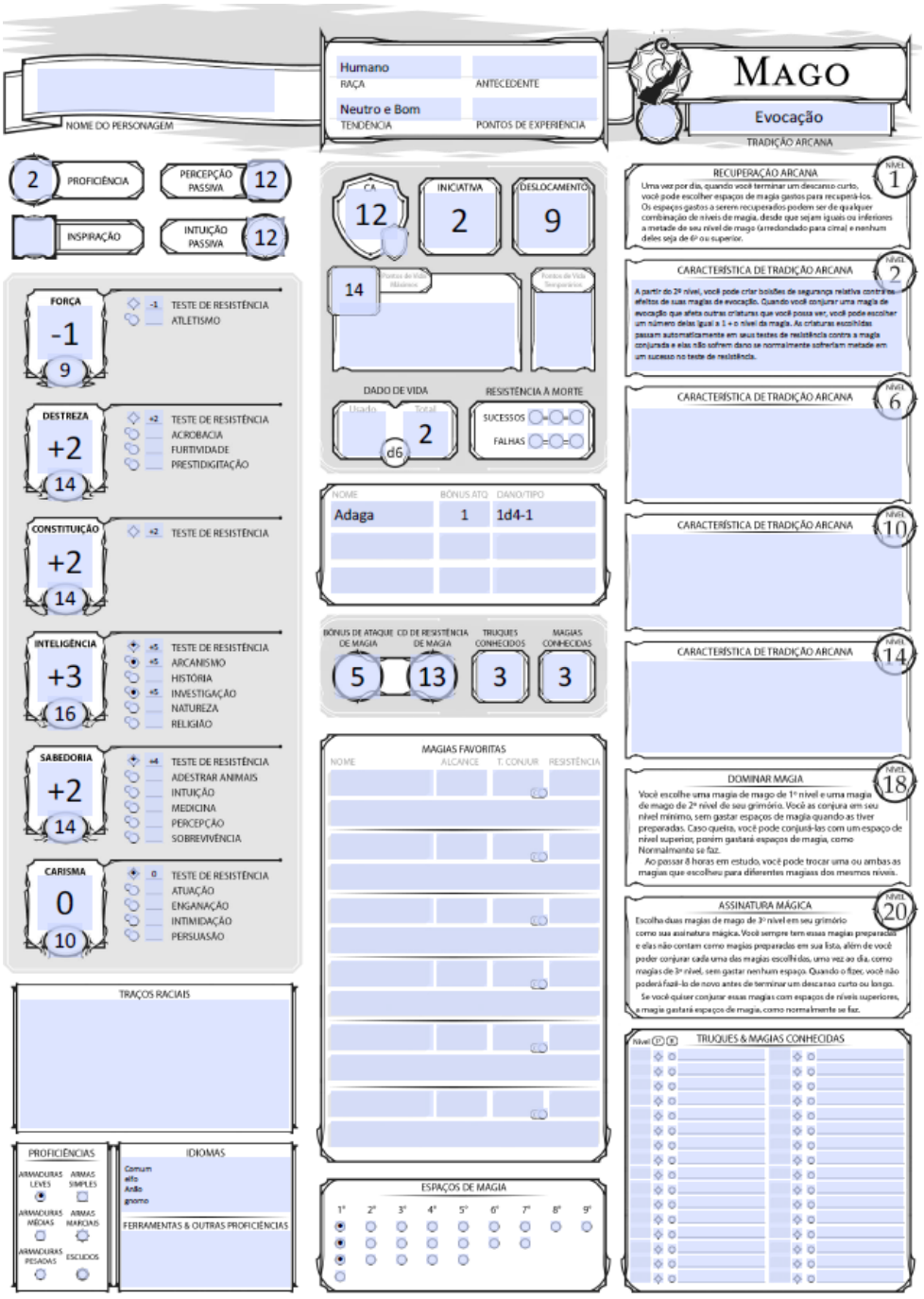
Fonte: Do próprio autor

Figura 8: Ficha de jogador para classe ladino.



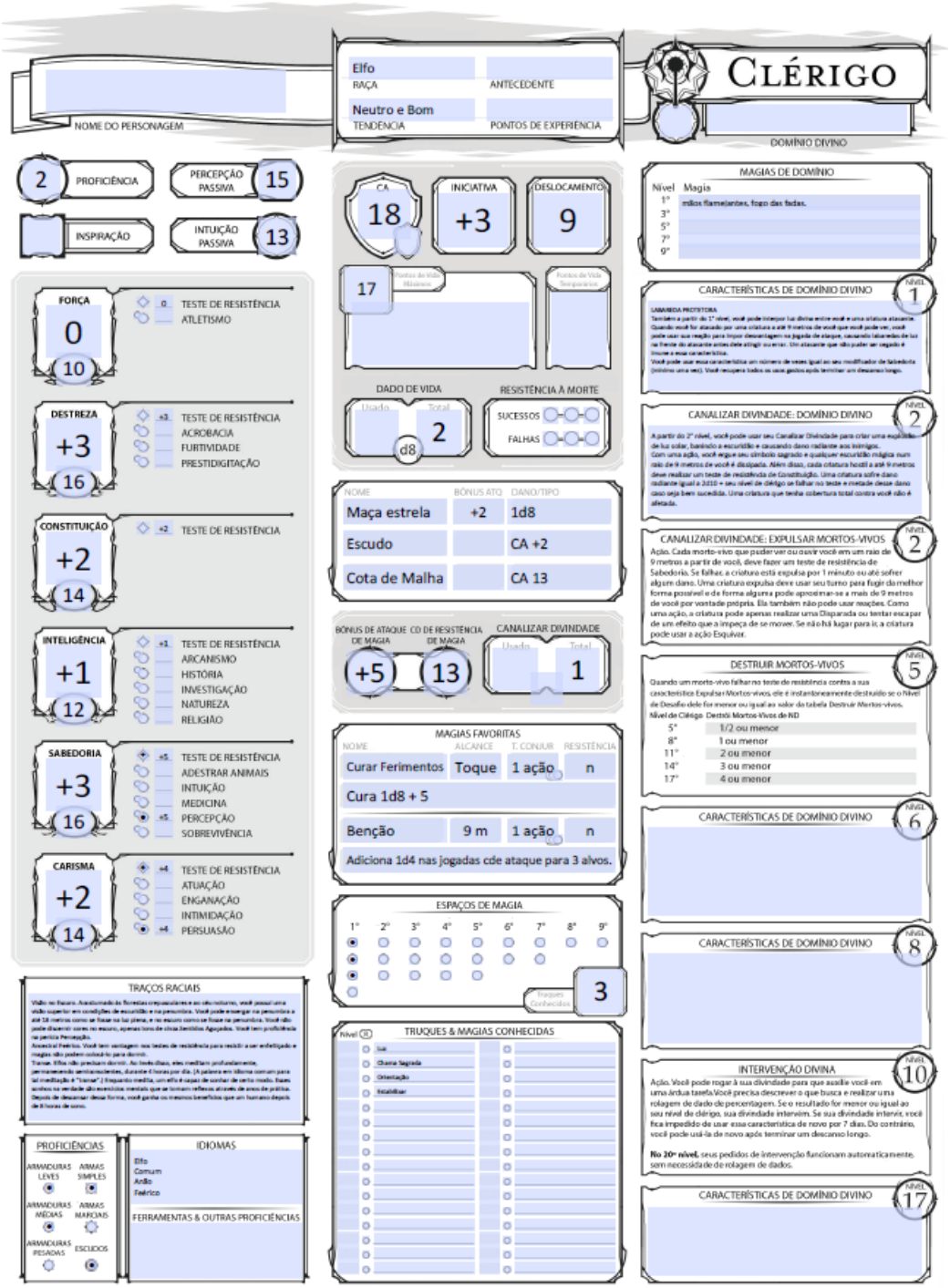
Fonte: Do próprio Autor

Figura 9: Ficha de jogador para classe mago.



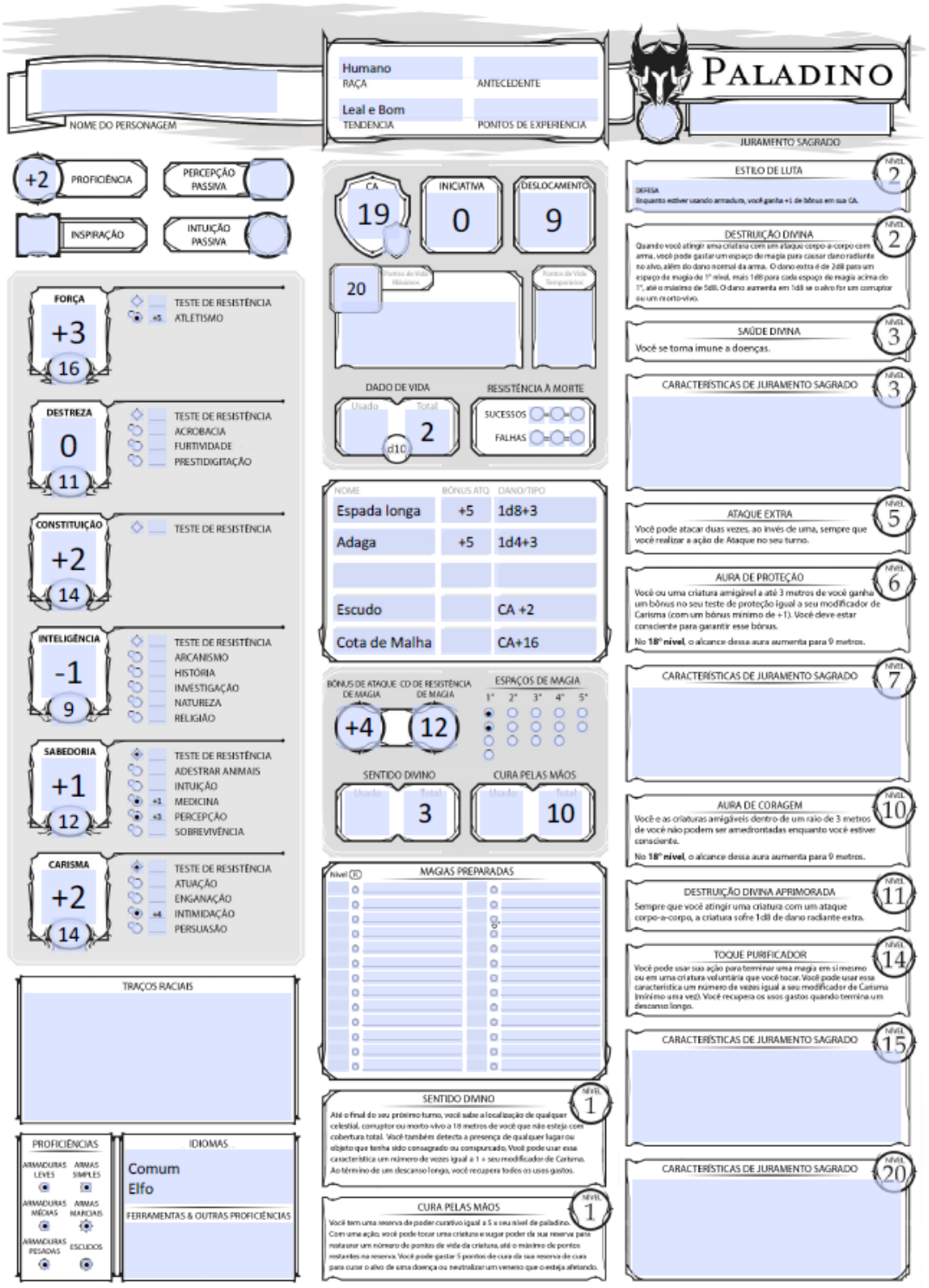
Fonte: Do próprio Autor

Figura 10: Ficha de jogador para classe clérigo



Fonte: Do próprio Autor

Figura 10: Ficha de jogador para classe paladino.



Fonte: Do próprio Autor

Colocamos também Exemplos de listas de magias utilizadas pelos personagens utilizadores de magias, todas elas foram retiradas do livro do jogador, (*Player´s Handbook:* Livro do jogador pg.202 a 289)

Magias de Mago:

ARMADURA ARCANA
1° nível de abjuração
Tempo de Conjuração: 1 ação
Alcance: toque
Componentes: V, S, M (um pedaço de couro curado)
Duração: 8 horas
Você toca uma criatura voluntária que não esteja vestindo armadura e uma energia mágica protetora a envolve até a magia acabar. A CA base do alvo se torna 13 + o modificador de Destreza dele. A magia acaba se o alvo colocar uma armadura ou se você dissipá-la usando uma ação.

MÃOS FLAMEJANTES
1° nível de evocação
Tempo de Conjuração: 1 ação
Alcance: Pessoal (cone de 4,5 metros)
Componentes: V, S
Duração: Instantânea
Enquanto você mantiver suas mãos com os polegares juntos e os dedos abertos, um fino leque de chamas emerge das pontas dos seus dedos erguidos. Cada criatura num cone de 4,5 metros deve realizar um teste de resistência de Destreza. Uma criatura sofre 3d6 de dano de fogo se falhar no teste, ou metade desse dano se obtiver sucesso.
O fogo incendeia qualquer objeto inflamável na área que não esteja sendo vestido ou carregado. **Em Níveis Superiores**. Se você conjurar essa magia usando um espaço de magia de 2° nível ou superior, o dano aumenta em 1d6 para cada nível do espaço acima do 1°.

MÍSSEIS MÁGICOS
1° nível de evocação
Tempo de Conjuração: 1 ação
Alcance: 36 metros
Componentes: V, S
Duração: Instantânea
Você cria três dardos brilhantes de energia mística. Cada dardo atinge uma criatura, à sua escolha, que você possa ver, dentro do alcance. Um dardo causa 1d4 + 1 de dano de energia ao alvo. Todos os dardos atingem simultaneamente e você pode direcioná-los para atingir uma criatura ou várias.
Em Níveis Superiores. Quando você conjurar essa magia usando um espaço de magia de 2° nível ou superior, a magia cria um dardo adicional para cada nível do espaço acima do 1°.

ORBE CROMÁTICA
1° nível de evocação
Tempo de Conjuração: 1 ação
Alcance: 27 metros
Componentes: V, S, M (um diamante valendo, no mínimo, 50 po)
Duração: Instantânea
Você arremessa uma esfera de energia de 12 centímetros de diâmetro numa criatura que você possa ver dentro do alcance. Você escolhe ácido, frio, fogo, elétrico, veneno ou trovejante para o tipo de orbe que você cria e, então, realiza um ataque à distância com magia. Se o ataque atingir, a criatura sofre 3d8 de dano do tipo escolhido.
Em Níveis Superiores. Quando você conjurar essa magia usando um espaço de magia de 2° nível ou superior, o dano aumenta em 1d8 para cada nível do espaço acima do 1°.

RECUO ACELERADO
1° nível de transmutação
Tempo de Conjuração: 1 ação bônus
Alcance: Pessoal
Componentes: V, S
Duração: Concentração, até 10 minutos
Essa magia permite que você se mova a um ritmo incrível. Quando você conjura essa magia e, a partir de então, com uma ação bônus em cada um dos seus turnos, até a magia acabar, você pode realizar a ação de Disparada.

SALTO
1° nível de transmutação
Tempo de Conjuração: 1 ação
Alcance: Toque
Componentes: V, S, M (uma perna de gafanhoto)
Duração: 1 minuto
Você toca uma criatura. A distância de salto da criatura é triplicada até a magia acabar.

RAIO DE FOGO
Truque de evocação
Tempo de Conjuração: 1 ação
Alcance: 36 metros
Componentes: V, S
Duração: Instantânea
Você arremessa um cisco de fogo em uma criatura ou objeto dentro do alcance. Faça um ataque à distância com magia contra o alvo. Se atingir, o alvo sofre 1d10 de dano de fogo. Um objeto inflamável atingido por essa magia, incendeia se não estiver sendo vestido ou carregado.
O dano dessa magia aumenta em 1d10 quando você alcança o 5° nível (2d10), 11° nível (3d10) e 17° nível (4d10).

GLOBOS DE LUZ
Truque de evocação
Tempo de Conjuração: 1 ação
Alcance: 36 metros
Componentes: V, S, M (um pouco de fósforo ou um inseto luminoso)
Duração: Concentração, até 1 minuto
Você cria até quatro luzes do tamanho de tochas dentro do alcance, fazendo-as parecerem tochas, lanternas ou esferas luminosas que flutuam no ar pela duração. Você também pode combinar as quatro luzes em uma forma luminosa, vagamente humanoide, de tamanho Médio. Qualquer que seja a forma que você escolher, cada luz produz penumbra num raio de 3 metros. Com uma ação bônus, no seu turno, você pode mover as luzes, até 18 metros, para um novo local dentro do alcance. Uma luz deve estar a, pelo menos, 6 metros de outra luz criada por essa magia

MÃOS MÁGICAS
Truque de conjuração
Tempo de Conjuração: 1 ação
Alcance: 9 metros
Componentes: V, S **Duração**: 1 minuto
Uma mão espectral flutuante aparece num ponto, à sua escolha, dentro do alcance. A mão permanece pela duração ou até você dissipá-la com uma ação. A mão some se estiver a mais de 9 metros de você ou se você conjurar essa magia novamente. Você pode usar sua ação para controlar a mão. Você pode usar a mão para manipular um objeto, abrir uma porta ou recipiente destrancado, guardar ou pegar um item de um recipiente aberto ou derramar o conteúdo de um frasco. Você pode mover a mão até 9 metros a cada vez que a usa.
A mão não pode atacar, ativar itens mágicos ou carregar mais de 5 quilos.

Magias de Clérigo:

CURAR FERIMENTOS
1° nível de evocação
Tempo de Conjuração: 1 ação
Alcance: Toque
Componentes: V, S
Duração: Instantânea

Uma criatura que você tocar recupera uma quantidade de pontos de vida igual a 1d8 + seu modificador de habilidade de conjuração. Essa magia não produz efeito em mortos-vivos ou constructos.

BÊNÇÃO
1° nível de encantamento
Tempo de Conjuração: 1 ação
Alcance: 9 metros
Componentes: V, S, M (um borrifo de água benta)
Duração: Concentração, até 1 minuto
Você abençoa até três criaturas, à sua escolha, dentro do alcance. Sempre que um alvo realizar uma jogada de ataque ou teste de resistência antes da magia acabar, o alvo pode jogar um d4 e adicionar o valor jogado ao ataque ou teste de resistência.
Em Níveis Superiores. Quando você conjurar essa magia usando um espaço de magia de 2° nível ou superior, você pode afetar uma criatura adicional para cada nível do espaço acima do 1°.

MÃOS FLAMEJANTES
1° nível de evocação
Tempo de Conjuração: 1 ação
Alcance: Pessoal (cone de 4,5 metros)
Componentes: V, S
Duração: Instantânea
Enquanto você mantiver suas mãos com os polegares juntos e os dedos abertos, um fino leque de chamas emerge das pontas dos seus dedos erguidos. Cada criatura num cone de 4,5 metros deve realizar um teste de resistência de Destreza. Uma criatura sofre 3d6 de dano de fogo se falhar no teste, ou metade desse dano se obtiver sucesso.
O fogo incendeia qualquer objeto inflamável na área que não esteja sendo vestido ou carregado. **Em Níveis Superiores**. Se você conjurar essa magia usando um espaço de magia de 2° nível ou superior, o dano aumenta em 1d6 para cada nível do espaço acima do 1°.

FOGO DAS FADAS
1° nível de evocação
Tempo de Conjuração: 1 ação
Alcance: 18 metros
Componentes: V
Duração: Concentração, até 1 minuto
Cada objeto num cubo de 6 metros dentro do alcance fica delineado com luz azul, verde ou violeta (à sua escolha). Qualquer criatura na área, quando a magia é conjurada, também fica delineada com luz, se falhar num teste de resistência de Destreza. Pela duração, os objetos e criaturas afetadas emitem penumbra num raio de 3 metros.

Qualquer jogada de ataque contra uma criatura afetada ou objeto tem vantagem, se o atacante puder ver o alvo e, a criatura afetada ou objeto não recebe benefício por estar invisível.

ESCUDO DA FÉ
1° nível de abjuração
Tempo de Conjuração: 1 ação bônus
Alcance: 18 metros
Componentes: V, S, M (um pequeno pergaminho com alguns textos sagrados escritos nele)
Duração: Concentração, até 10 minutos
Um campo cintilante aparece ao redor de uma criatura, à sua escolha, dentro do alcance, concedendo +2 de bônus na CA pela duração.

LUZ
Truque de evocação
Tempo de Conjuração: 1 ação
Alcance: Toque
Componentes: V, M (um vaga-lume ou musgo fosforescente)
Duração: Concentração, até 1
Você toca um objeto que não tenha mais 3 metros em qualquer dimensão. Até a magia acabar, o objeto emite luz plena num raio de 6 metros e penumbra por 6 metros adicionais. Cobrir o objeto completamente com alguma coisa opaca bloqueará a luz. A magia termina se você a conjurar novamente ou dissipá-la com uma ação.
Se você tentar afetar um objeto segurado ou vestido por uma criatura hostil, a criatura deve ser bem-sucedida num teste de Destreza para evitar a magia.

CHAMA SAGRADA
Truque de evocação
Tempo de Conjuração: 1 ação
Alcance: 18 metros
Componentes: V, S
Duração: Instantânea
Radiação similar a uma chama desce sobre uma criatura que você possa ver, dentro do alcance. O alvo deve ser bem-sucedido num teste de resistência de Destreza ou sofrerá 1d8 de dano radiante. O alvo não recebe nenhum benefício de cobertura contra esse teste de resistência.
O dano da magia aumenta em 1d8 quando você alcança o 5° nível (2d8), 11° nível (3d8) e 17° nível (4d8).

ORIENTAÇÃO
Truque de adivinhação
Tempo de Conjuração: 1 ação
Alcance: Toque

Componentes: V, S
Duração: Concentração, até 1 minuto
Você toca uma criatura voluntária. Uma vez, antes da magia acabar, o alvo pode rolar um d4 e adicionar o número rolado a um teste de habilidade a escolha dele. Ele pode rolar o dado antes ou depois de realizar o teste de habilidade. Após isso, a magia termina.

ESTABILIZAR
Truque de necromancia
Tempo de Conjuração: 1 ação
Alcance: Toque
Componentes: V, S
Duração: Instantânea
Você toca uma criatura viva que esteja com 0 pontos de vida. A criatura é estabilizada. Essa magia não afeta mortos-vivos ou constructos.

Magias de Paladino:

AUXÍLIO DIVINO
1° nível de evocação
Tempo de Conjuração: 1 ação bônus
Alcance: Pessoal
Componentes: V, S
Duração: Concentração, até 1 minuto
Sua oração fortalece você com radiação divina. Até o fim da magia, seus ataques com arma causam 1d4 de dano radiante extra ao atingirem.

BÊNÇÃO
1° nível de encantamento
Tempo de Conjuração: 1 ação
Alcance: 9 metros
Componentes: V, S, M (um borrifo de água benta)
Duração: Concentração, até 1 minuto
Você abençoa até três criaturas, à sua escolha, dentro do alcance. Sempre que um alvo realizar uma jogada de ataque ou teste de resistência antes da magia acabar, o alvo pode jogar um d4 e adicionar o valor jogado ao ataque ou teste de resistência.

CURAR FERIMENTOS
1° nível de evocação
Tempo de Conjuração: 1 ação
Alcance: Toque
Componentes: V, S
Duração: Instantânea

Uma criatura que você tocar recupera uma quantidade de pontos de vida igual a 1d8 + seu modificador de habilidade de conjuração

DUELO COMPELIDO

1° nível de encantamento

Tempo de Conjuração: 1 ação bônus

Alcance: 9 metros

Componentes: V

Duração: Concentração, até 1 minuto

Você tenta compelir uma criatura a duelar com você. Uma criatura que você possa ver, dentro do alcance, deve realizar um teste de resistência de Sabedoria. Se falhar, a criatura é atraída por você, compelida pela sua exigência divina. Pela duração, ela tem desvantagem nas jogadas de ataque contra criaturas diferentes de você e deve realizar um teste de resistência de Sabedoria cada vez que tentar se mover para um espaço que esteja a mais de 9 metros de você; se ela passar no teste de resistência, essa magia não restringirá o movimento do alvo nesse turno.

A magia termina se você atacar qualquer outra criatura, se você conjurar uma magia que afete uma criatura hostil diferente do alvo, se uma criatura amigável a você causar dano ou conjurar uma magia nociva nele ou se você terminar seu turno a mais de 9 metros do alvo.

APÊNDICE B

Item	Preço	Descrição
Cerveja, caneca (500ml)	4 pc	Uma cerveja artesanal local. Tem um gosto forte, com notas de cevada.
Hidromel, taça	1 pp	Doce e aromático, feito de mel da floresta próxima.
Vinho comum, garrafa	2 pp	Um vinho simples, mas agradável, com sabor de frutas cítricas.
Vinho fino, garrafa	10 pp	Um raro vinho importado de uma terra distante, perfeito para impressionar.
Vinho élfico caro, taça	20 pp	Um vinho cristalino e encantador, com aroma floral e sabor de frutas silvestres. Dizem que amplia os sentidos.
Pão, fatia	2 pc	Pão fresco, ainda quente, servido com manteiga salgada.
Ensopado, tigela	5 pc	Ensopado quente com carne de veado, batatas e legumes.
Porco assado, prato	2 pp	Uma porção generosa de porco assado, acompanhado de purê de raízes e molho.
Queijo curado, pedaço	1 pp	Queijo forte e envelhecido, excelente para acompanhar vinho.
Ovo cozido, unidade	1 pc	Simples, mas reconfortante. Geralmente servido no café da manhã.
Peixe assado, porção	1 pp	Um peixe fresco, temperado e assado com ervas locais.
Cama compartilhada	2 pp/noite	Um colchão simples no salão comunal. Pode haver roncos e outras distrações à noite.
Quarto privado	5 pp/noite	Um pequeno quarto com cama, baú trancável e mesa simples.
Lâmpada a óleo (alugada)	2 pp	Lâmpada para iluminação noturna no quarto. Óleo incluso.
Serviço de mensageiro	1 pp	Envio de mensagens para outra cidade, limitado à distância.

APÊNDICE C

A base dos dados dos monstros aqui descrita foi retirada do livro do jogador e do livro dos monstros, porém em alguns casos foram feitas algumas pequenas alterações

ESQUELETO
Morto vivo médio, leal e mau.
Classe de armadura: 13 (pedaços de armadura)
Pontos de vida 13 (2d8+3)
Deslocamento: 9 m
Força 10 (0)
Destreza 14 (+2)
Constituição 15 (+2)
Inteligência 6 (-2)
Sabedoria 8 (-1)
Carisma 6(-3)
Vulnerabilidade a Dano: Concussão
Imunidade a Dano: Veneno
Sentidos: Visão no escuro 18 m, Percepção passiva 9
Idioma: compreende os idiomas que conhecia em vida, mas não pode falar
Nível de Desafio: ¼ (50 XP)
Ações:
Arco Curto. Ataque à distância com arma: +4 para atingir, distância 24 m / 96 m, um alvo. Acerto: 5 (1d6+2) de dano perfurante.
Espada Curta. Ataque corpo a corpo com arma: +4 para atingir, alcance 1,5 m, um alvo. Acerto: 5 (1d6 +2) de dano perfurante.

ZUMBI
Morto vivo médio, neutro e mau
Classe de armadura: 8
Pontos de Vida: 22 (3d8+9)
Deslocamento: 6 m
Força 13 (+1)
Destreza 6 (-2)
Constituição 16 (+3)
Inteligência 3 (-4)
Sabedoria 6 (-2)
Carisma 5 (-3)
Testes de Resistência: Sabedoria +0
Imunidade a Dano: Veneno
Imunidade a Condições: Envenenado
Sentidos: Visão no escuro 18 m, Percepção passiva 8
Idiomas: Compreende os idiomas que conhecia em vida, mas não pode falar
Nível de desafio: ¼ (50 XP)
Habilidades: Furtividade de morto-vivo. Se o dano reduzir os pontos de vida do zumbi a 0, ele pode realizar um teste de resistência de constituição com CD igual a 5 + dano sofrido, a não ser que o dano seja radiante ou de acerto crítico, se obtiver sucesso, ele cairá a 1 ponto de vida no lugar.
Ações:

Pancada. Ataque corpo a corpo com arma: +3 para atingir, alcance 1,5 m, um alvo. Acerto: 4(1d6+1) de dano de concussão.

CARNIÇAL
Morto vivo médio, caótico e mau
Classe de armadura 12
Pontos de vida: 22 (5d8)
Deslocamento: 9 m
Força 13 (+1)
Destreza 15 (+2)
Constituição 10 (+0)
Inteligência 7 (-2)
Sabedoria 10 (+0)
Carisma 6 (-2)
Imunidade a Dano: Veneno
Imunidade a Condições: Envenenado, enfeitiçado, exausto
Sentidos: Visão no escuro 18 m, Percepção passiva 10
Idiomas: Comum
Nível de desafio: 1 (200 XP)
Ações:
Mordida: ataque corpo a corpo com arma: +2 para tingir, alcance 1,5 m, uma criatura. Acerto: 9 (2d6+2) de dano perfurante.
Garras: Ataque corpo a corpo: +4 para atingir, alcance 1,5 m um alvo.
Aceto: 7 (2d4+2) de dano cortante. Se o alvo for uma criatura diferente de um elfo ou morto vivo, ela deve ser bem sucedida num teste de resistência de constituição CD 10 ou ficará paralisado por 1 minuto. O alvo pode repetir o teste de resistência ao final de cada um dos seus turnos, terminando o efeito sobre si caso obtenha sucesso.

INUMANO
Morto vivo médio, neutro e mau.
Classe de armadura 14 (couro batido)
Pontos de vida: 35 (5d8+18)
Deslocamento: 9 m
Força 15 (+2)
Destreza 14 (+2)
Constituição 16 (+3)
Inteligência 10 (+0)
Sabedoria 13 (+1)
Carisma 15 (+2)
Perícias: furtividade +4, percepção +3
Imunidade a Dano: Veneno
Imunidade a Condições: Envenenado, enfeitiçado, exausto
Sentidos: Visão no escuro 18 m, Percepção passiva 13
Idiomas: os que conhecia em vida
Nível de desafio: 2 (400 XP)
Sensibilidade à luz solar. Enquanto estiver sob a luz solar, o Inumano tem desvantagem nas jogadas de ataque, assim como em testes de sabedoria (percepção) relacionados a visão.

Ações: Ataques múltiplos. O inumano realiza dois ataques com espada longa ou dois ataques com arco long. Ele pode usar seu drenar vida no lugar de um ataque de espada longa.
Drenar vida: ataque corpo a corpo com magia: +4 para atingir, alcance 1,5 m, uma criatura.
Acerto: 5 (1d6+2) de dano necrótico.
O alvo deve ser bem sucedido num teste de resistência de constituição CD 13 ou seus máximos pontos de vida será reduzido em um valor igual ao dano sofrido. Essa redução dura até ser realizado um descanso longo.
Um humanoide morto por esse ataque, se ergue 24 horas depois como um zumbi sob controle do Inumano, a não ser que o humanoide seja trazido de volta à vida ou seu corpo seja destruído.
Espada Longa. Ataque corpo a corpo com arma: +4 para atingir, alcance 1,5 m, um alvo.
Acerto: 6 (1d8+2) de dano cortante ou 7 (1d10+2) se utilizar as duas mãos.
Arco longo. Ataque à distância com arma: +4 para atingir, distância 45/180 m, um alvo.
Acerto: 6 (1d8+2) de dano perfurante.

ANEXO A

Exemplo de enigmas que pode ser aplicado na figura 11.

Figura 11: Exemplo de desafio proposto.

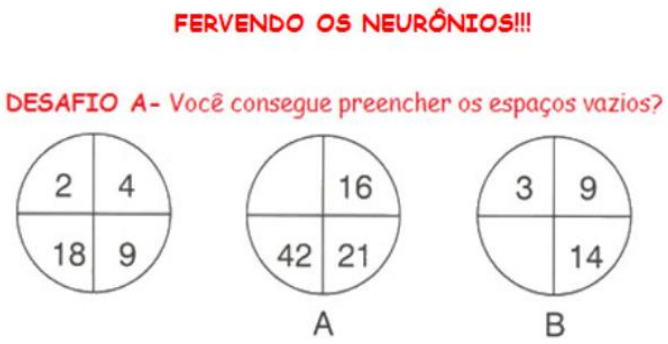
Fonte: PINTEREST. Redes sociais (desafios matemáticos). Em www.pinterest.com acesso em 20 dez. 2024

A resposta e dada multiplicando o número da esquerda pelo superior e somando o da direita.

Outro desafio um pouco mais simples na figura 12.

A resposta e dada no círculo A e dado com a raiz quadrada do número ao lado. E do círculo B e o dobro do número ao lado.

Figura 12: Exemplo de desafio mais simples.

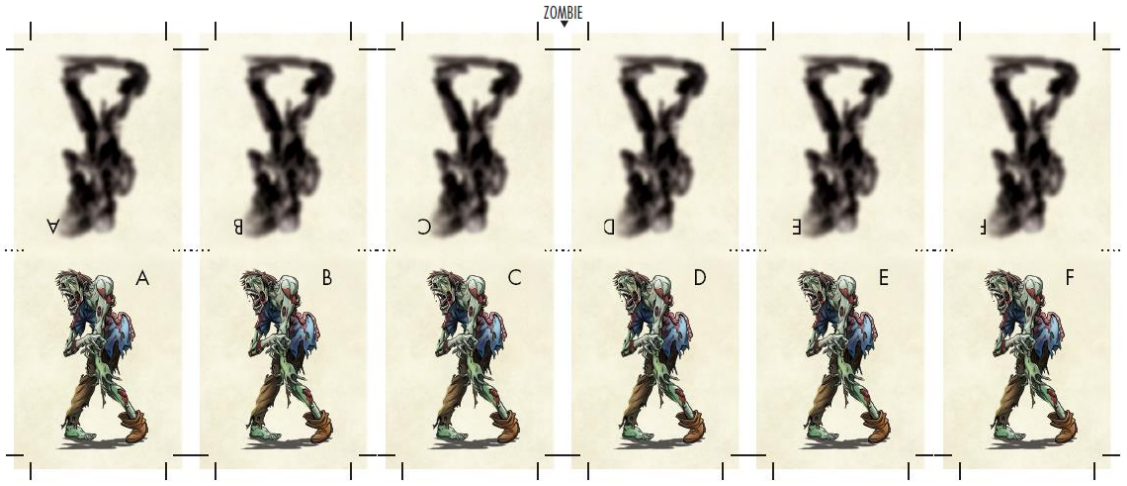


Fonte: PINTEREST. Redes sociais (desafios matemáticos). Em www.pinterest.com, acesso em 20 dez. 2024

ANEXO B

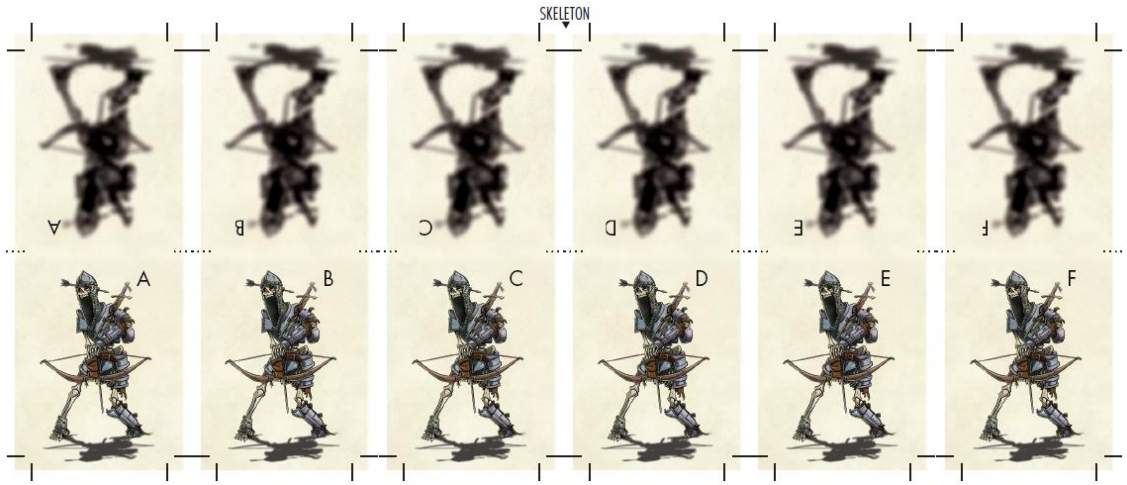
Este anexo se refere a utilização de miniaturas e senários para o jogo. A figura 13 se refere aos zumbis, a figura 14 aos esqueletos, a figura 15 aos carniçais e a figura 16 ao Inumano (cavaleiro). Sua montagem é simples: somente imprimir e colar em uma tampa de garrafa pet.

Figura 13: Miniaturas de zumbis.



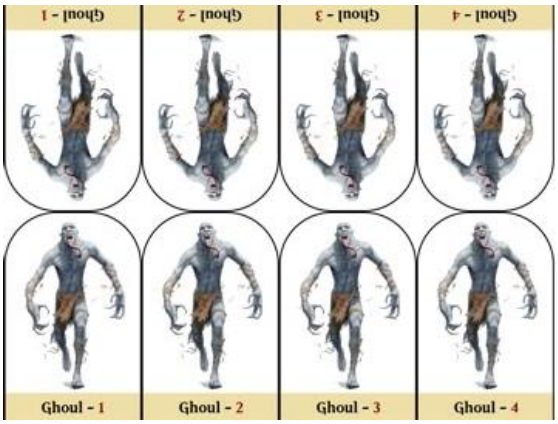
Fonte: PINTEREST. Redes sociais (miniaturas de papel). Em www.pinterest.com, acesso em 20 dez. 2024

Figura 14: Miniaturas de esqueletos.



Fonte: PINTEREST. Redes sociais (miniaturas de papel). Em www.pinterest.com, acesso em 20 dez. 2024

Figura 15: Miniaturas de carniçais (em inglês o nome é *Ghoul*).



Fonte: PINTEREST. Redes sociais (miniaturas de papel). Em www.pinterest.com, acesso em 20 dez. 2024

Figura 15: Miniaturas do Inumano.

Fonte: PINTEREST. Redes sociais (miniaturas de papel). Em www.pinterest.com, acesso em 20 dez. 2024

Agora na Figura 16 e na Figura 17 temos os heróis.

Figura 16: Miniaturas de heróis 1.

Fonte: PINTEREST. Redes sociais (miniaturas de papel). Em www.pinterest.com, acesso em 20 dez. 2024

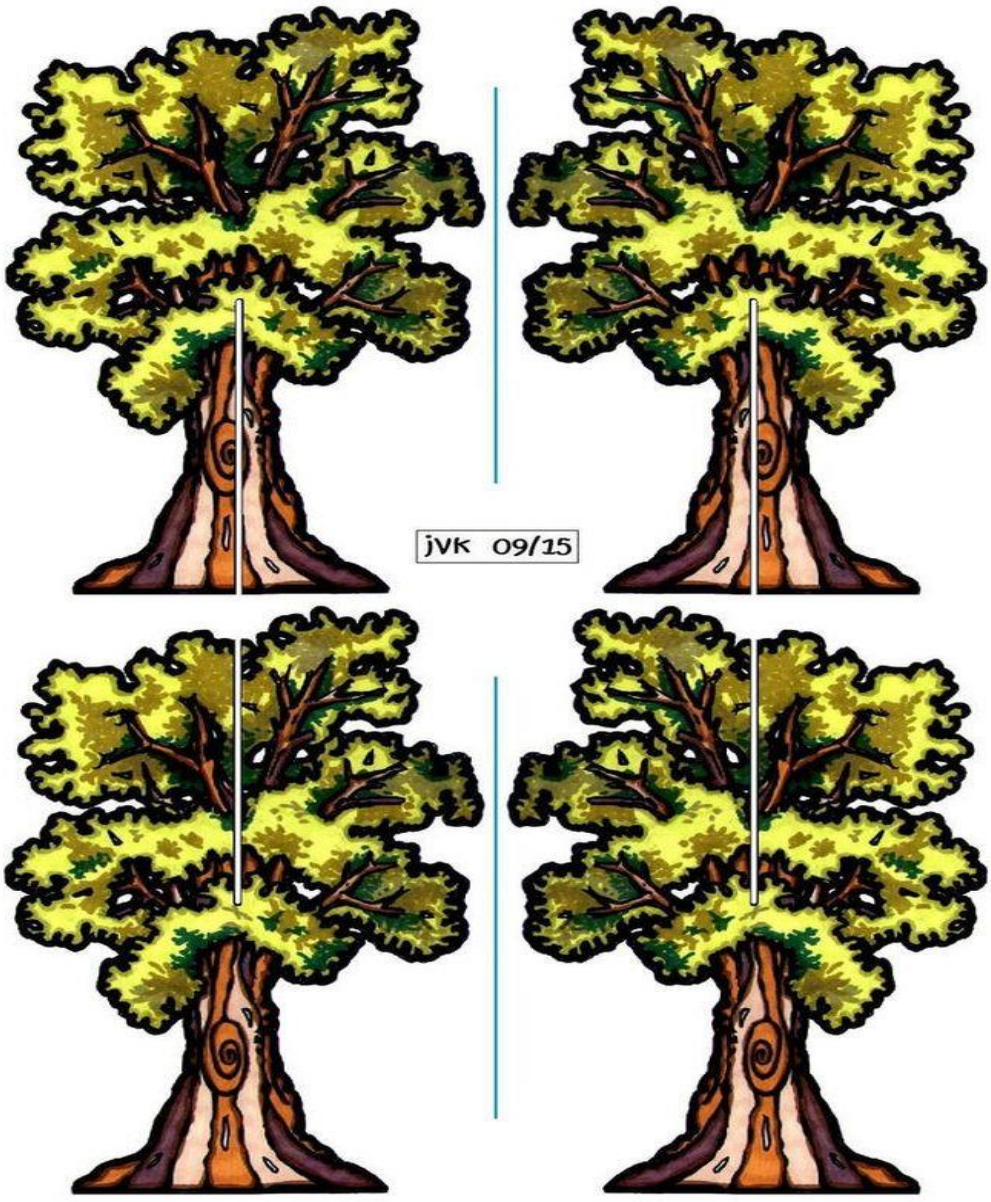
Figura 17: Miniaturas de heróis 1.

Fonte: PINTEREST. Redes sociais (miniaturas de papel). Em www.pinterest.com, acesso em 20 dez. 2024

ANEXO C

Para simular os combates é necessário somente as miniaturas e uma superfície quadriculada com 1,5 polegadas que possa ser riscada por canetas de quadro branco. Mas aqui coloco na figura 18 e na figura 19 algumas árvores.

Figura 18: Miniaturas de árvores.



Fonte: PINTEREST. Redes sociais (miniaturas de papel). Em www.pinterest.com, acesso em 20 dez. 2024

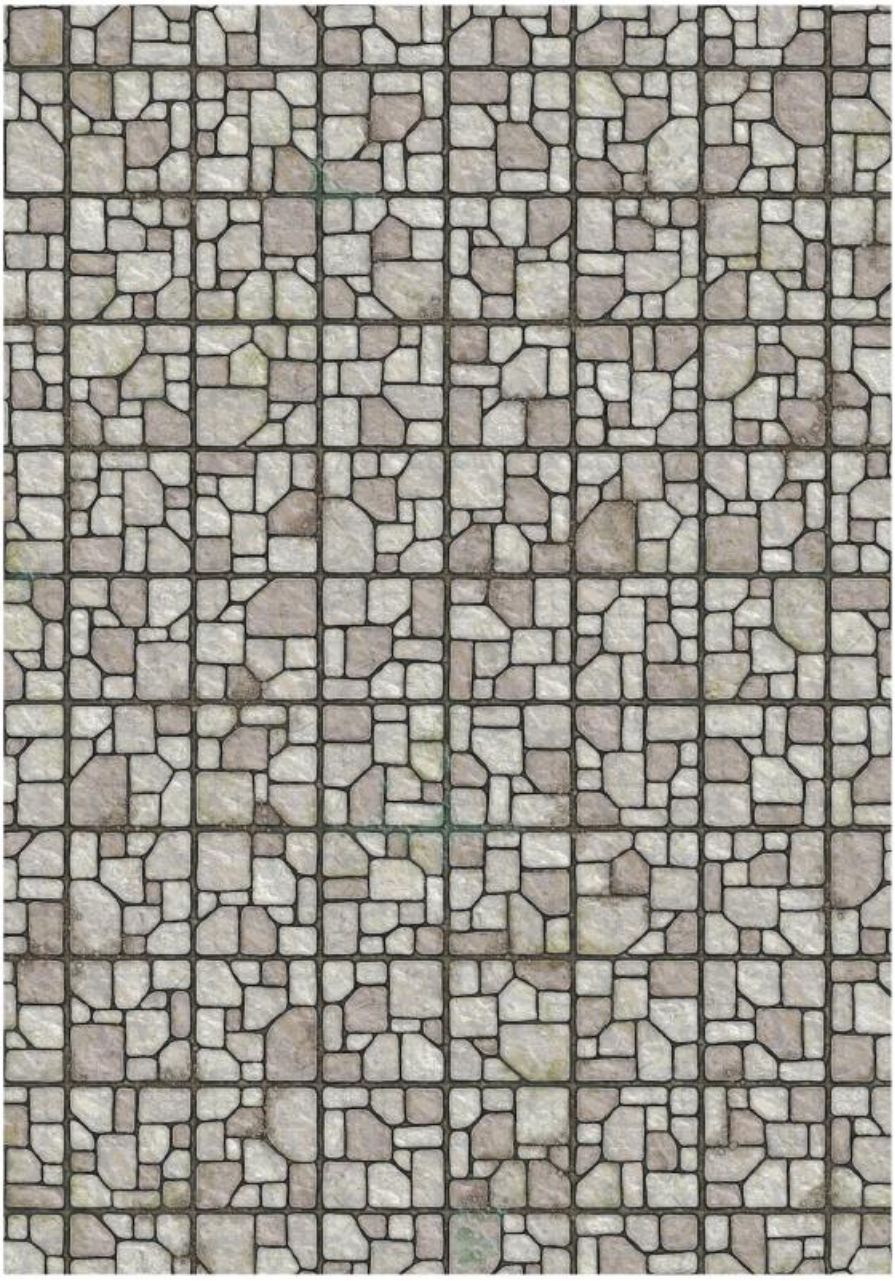
Figura 19: Miniaturas de pinheiros.

Fonte: PINTEREST. Redes sociais (miniaturas de papel). Em www.pinterest.com, acesso em 20 dez. 2024

ANEXO D

Para parecer mais detalhista a maquete podemos também utilizar terrenos, na figura 20 coloco um terreno para cidade e na 21 um terreno para floresta. As imagens podem ser coladas em papelão e encaixadas uma nas outras com fita adesiva.

Figura 20: Terreno para cidade.



Fonte: PINTEREST. Redes sociais (miniaturas de papel). Em www.pinterest.com, acesso em 20 dez. 2024

Figura 21: Terreno para floresta.

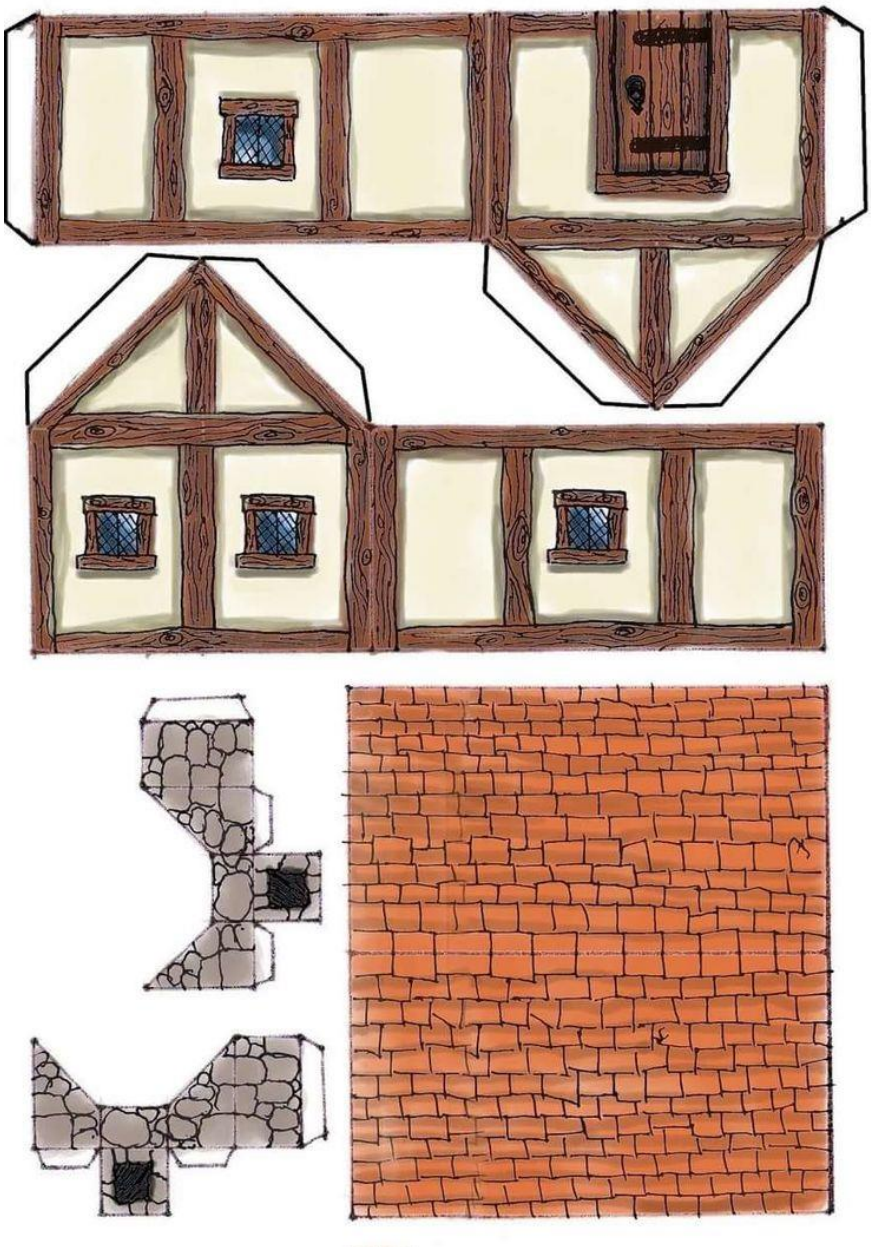
Fonte: PINTEREST. Redes sociais (miniaturas de papel). Em www.pinterest.com, acesso em 20 dez. 20

ANEXO E

Casas.

Casas são muito utilizadas na construção de cenários, ela pode fazer parte da cidade, mas se recortar parte dela e não colocar o telhado ela pode ser também uma ruina. Na figura 22 coloco um exemplo de uma casa, observe que ser for impressa deve ter sua escala aumentada em 30 %.

Figura 22: Casas padrão.



Fonte: PINTEREST. Redes sociais (miniaturas de papel). Em www.pinterest.com, acesso em 20 dez. 20

Jogos como ferramenta de ensino das quatro operações básicas

Jessé Felipes da silva

Orientador: Dr. Jairo Menezes e Souza

Introdução

Esta sequência didática tem como objetivo fornecer um material de apoio aos professores da Educação Básica para o ensino das quatro operações matemáticas. Planejada para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, a proposta visa revisar e aprofundar as habilidades de cálculo com adição, subtração, multiplicação e divisão. A motivação para esse estudo surge da necessidade de os alunos compreenderem e aplicarem esses conceitos em situações cotidianas, desenvolvendo autonomia e raciocínio lógico.

Flemming e Collaço de Mello (2003) menciona que metodologias ativas, contribuem para que os alunos tenham maior protagonismo, na qual o aprendizado acontece de forma mais dinâmica, menos traumática e mais interessante. Os jogos de maneira geral contribui para que o processo ensino-aprendizagem seja produtivo e agradável tanto para o educador quanto para o educando. Assim, esta sequência didática busca proporcionar uma abordagem dinâmica e significativa, utilizando jogos de dominó das quatro operações como estratégias.

Borin (2002) destaca que a utilização de jogos em sala de aula pode reduzir bloqueios emocionais e fortalecer a autoconfiança dos estudantes, promovendo uma aprendizagem espontânea e prazerosa. No ensino de Matemática, os jogos contribuem para a participação ativa dos alunos, incentivando a construção do conhecimento por meio da interação e da vivência prática.

Segundo D'Ambrosio (2005), atualmente, discute-se amplamente a forma como a matemática escolar é abordada. Muitos professores ainda transmitem a ideia de que aprender matemática significa apenas seguir regras e decorar fórmulas, o que pode desmotivar os estudantes e dificultar a compreensão dos conceitos.

Como destaca Piaget (1973), a aprendizagem se torna realmente significativa quando o aluno tem a chance de participar ativamente do processo, explorando ideias, testando hipóteses e descobrindo conceitos por conta própria. Com base nessa perspectiva, esta sequência didática foi pensada para integrar jogos e atividades lúdicas ao ensino das quatro operações, com o objetivo de tornar as aulas mais interativas, envolventes e prazerosas.

O uso de jogos no ensino da Matemática tem se mostrado uma estratégia eficiente para o desenvolvimento do raciocínio lógico, da aprendizagem significativa e da motivação dos alunos (Smole; Diniz; Cândido, 2007). Entre as diversas possibilidades lúdicas, os jogos envolvendo operações matemática se destaca por proporcionar uma abordagem dinâmica e interativa no ensino das operações fundamentais.

Segundo (BORIN, 1996), o uso de jogos no ensino de matemática possibilita que

os alunos, demonstrem maior rapidez e precisão no cálculo mental, desenvolvendo habilidades numéricas essenciais para a aprendizagem da Matemática. A Utilização de estratégias variadas para resolver operações vai além da simples memorização, comoaplicar conceitos das propriedades da multiplicação e decomposição de números. Assim os jogos são instrumentos valiosos para a aprendizagem da Matemática, pois promovem a construção ativa do conhecimento, tornando o ensino mais dinâmico e envolvente.

Alves (2020) Relata que os jogos além de ter um papel lúdico, onde o aluno tem o prazer de jogar, em contrapartida um papel educativo, pelo o conteúdo que os jogos proporcionam. Assim o uso de jogos didáticos, como o dominó matemático, permite que os alunos aprendam de forma ativa, despertando interesse, promovendo a cooperação e tornando o processo de ensino-aprendizagem mais leve e envolvente. O dominó com multiplicações de frações é, portanto, um recurso pedagógico eficaz para estimular o raciocínio e fortalecer o conteúdo.

Para (BORIN, 1996), o ensino da Matemática tem passado por diversas transformações no intuito de tornar a aprendizagem mais significativa e acessível aos estudantes. Nesse contexto, o uso de jogos matemáticos surge como uma estratégia pedagógica eficaz para potencializar o aprendizado, proporcionando um ambiente lúdico e interativo, entre os jogos utilizados, o dominó matemático destaca-se por permitir o desenvolvimento do raciocínio lógico e a exploração de conceitos matemáticos de forma desafiadora e envolvente.

Estrutura curricular

Etapa de ensino/Ano ou Série

Ensino Fundamental / 6º ano.

Área

Matemática

Unidade Temática (BNCC)

Números

Objetos de Conhecimento (BNCC)

Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão) com números naturais.

Habilidades (BNCC)

(EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos,

exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias 3 variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.

Objetivos/Expectativas de Aprendizagem

O presente trabalho tem como objetivo principal o uso de jogos matemáticos como estratégia didática no ensino e aprendizagem das quatro operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão) com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. A proposta busca uma a ludicidade através de jogos que pode favorecer o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático, a capacidade de resolver problemas e o engajamento dos estudantes nas atividades de Matemática.

Dentro dessa perspectiva, os jogos são entendidos não apenas como instrumentos de entretenimento, mas como recursos pedagógicos capazes de tornar o processo de aprendizagem significativo e prazeroso. Assim, espera-se que, por meio da aplicação de jogos cuidadosamente planejados, os alunos possam desenvolver competências importantes tanto no âmbito cognitivo quanto social. Assim, os objetivos dos jogos envolvendo as operações fundamentais incluem:

- Desenvolver o raciocínio matemático, permitindo que os alunos estabeleçam relações entre fatores e produtos de forma lúdica e intuitiva;
- Aprimorar a fluência no cálculo mental, auxiliando na memorização e compreensão lógica da tabuada e na aplicação de estratégias para a resolução de problema;
- Estimular a resolução de problemas, favorecendo a construção de significados para a multiplicação, adição, subtração e divisão por meio de desafios e jogadas estratégicas;
- Promover a socialização e o trabalho em equipe, incentivando a cooperação, o respeito às regras e a comunicação entre os participantes;
- Relacionar a multiplicação com outras operações matemáticas, como adição e divisão, reforçando a compreensão de seus princípios fundamentais;
- Fomentar o pensamento estratégico, incentivando os alunos a planejarem suas jogadas de modo a maximizar suas chances de sucesso no jogo.

Duração das atividades

Sugerismo trabalhar cada jogo em duas aulas de 50 minutos organizadas didaticamente em 4 etapas.

Conhecimentos prévios trabalhados pelo professor com aluno

- Números naturais;
- Elementos básicos e decomposição dos números;
- Operações básicas.

Estratégias de ensino e recursos educacionais

Para que os jogos realmente contribuam com o aprendizado, é importante seguir algumas etapas fundamentais:

- Antes de começar, é essencial explicar bem as regras e mostrar, na prática, como o jogo que será utilizado funciona, para que todos possa entender o que precisa ser feito com mais segurança;
- Durante o jogo, o ideal é incentivar os alunos a identificar padrões, pensar em estratégias e aplicar os conceitos matemáticos de forma natural, enquanto jogam;
- Após a realização da atividade lúdica, reservar um momento para a socialização da experiência vivenciada pelos alunos. Essa etapa proporciona um espaço de reflexão coletiva, no qual os estudantes têm a oportunidade de compartilhar suas percepções, dificuldades encontradas durante o jogo e as estratégias utilizadas para superar os desafios propostos. Essa prática não apenas valoriza a escuta ativa e o protagonismo discente, como também contribui significativamente para a consolidação dos aprendizados;
- Por fim, é essencial estabelecer relações entre os conteúdos abordados nos jogos e situações concretas do cotidiano dos alunos. Ao contextualizar o conhecimento matemático com experiências reais, amplia-se a compreensão sobre a aplicabilidade da disciplina fora do ambiente escolar.

Essas etapas garantem que o jogo não seja apenas uma atividade recreativa, mas sim um instrumento pedagógico eficaz, contribuindo para o desenvolvimento de habilidades matemáticas essenciais. Para a implementação de uma sequência didática com o uso do dominó matemático, é fundamental contar com recursos educacionais adequados.

Os principais materiais utilizados para a realização da atividade podem ser adquiridos em papelarias, em plataformas especializadas na comercialização de recursos pedagógicos, ou confeccionados pelo próprio docente, utilizando cartolina, papelão ou outros materiais acessíveis. O jogo de dominó voltado para o ensino das operações básicas, além das peças personalizadas com expressões numéricas e elementos da tabuada, é composto pelos seguintes itens complementares:

- Fichas de registro utilizadas para que os alunos anotem seus raciocínios, estratégias utilizadas e reflexões sobre o jogo;
- Quadro ou cartazes para auxiliar na visualização das regras e dos conceitos abordados durante a atividade.

Assim, ao escolher os recursos didáticos, é fundamental considerar a acessibilidade e o nível de envolvimento dos alunos. Assim, a experiência educativa se torna produtiva e motivadora.

Descrição da Sequência de Atividades 1 (Dominó de adição e subtração)

1ª etapa – (Introdução)

O docente iniciará a aula destacando a relevância das operações matemáticas fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão), para o desenvolvimento cognitivo dos estudantes e para a formação integral do indivíduo, tanto no âmbito acadêmico quanto no cotidiano e na vida profissional. Para despertar o interesse e promover uma reflexão inicial, o professor poderá questionar os alunos sobre o uso da matemática no dia a dia.

A partir das respostas dos discentes, o professor poderá exemplificar situações corriqueiras que envolvem o uso das operações básicas, como somar valores ao realizar uma compra, contar objetos ao organizar materiais escolares ou dividir alimentos com colegas. Esse momento inicial tem como objetivo estabelecer uma conexão entre o conteúdo a ser trabalhado e a realidade dos alunos.

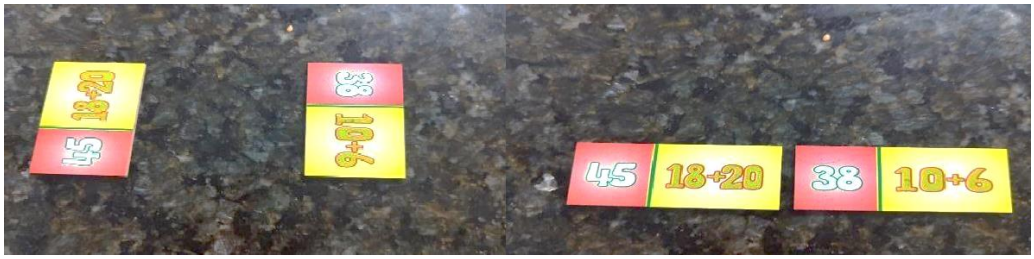
2ª etapa- (Usando o método de jogos para treinar as quatro operações: "Dominó")

Preparação (10 minutos)

Materiais necessários:

Conjuntos de dominós adaptados para o jogo (um lado com operações de adição, subtração, multiplicação ou divisão, nesse exemplo está sendo usado a adição e o outro com resultados), veja o exemplo na imagem 1.

Imagem 1



Fonte: Acervo do autor

Organização da turma:

Divida a turma em pequenos grupos de 4 a 5 alunos.

Regras do jogo:

Explique as regras básicas:

- Cada jogador recebe 5 peças;
- As peças restantes ficam no monte;
- Começa quem tiver a peça com a soma "0" (ou escolha aleatória);
- Os jogadores devem conectar as peças combinando a operação de um lado com o resultado correspondente de outro;
- Caso não consigam jogar, pegam uma peça do monte;
- Ganha quem acabar com as peças primeiro.

Demonstração do jogo:

- Jogue uma rodada rápida com um grupo voluntário para mostrar como funciona.

3ª etapa- (Desenvolvimento da atividade)

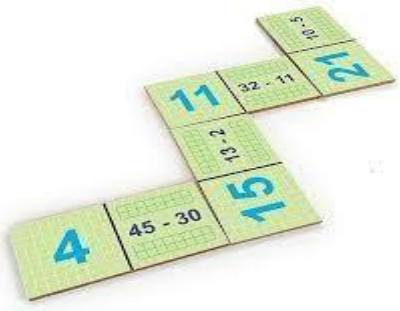
Divisão em grupos:

- Distribua os materiais e supervisione o início das partidas;
- Certifique-se de que todos compreendem as regras e ajude quem precisar. Observe o layout do jogo na imagen 2 e 3.

Imagem 2

Fonte: Acervo do autor

Imagem 3



Fonte: https://www.almaazul.com.br/

Desafios adicionais (opcional):

- Estabeleça um limite de tempo para cada jogada;
- Peça aos alunos que expliquem o raciocínio antes de colocar a peça no jogo.

4ª etapa – Fechamento

Discussão em grupo:

Pergunte aos alunos:

- O que foi fácil ou desafiador no jogo?
- Algum resultado surpreendeu?

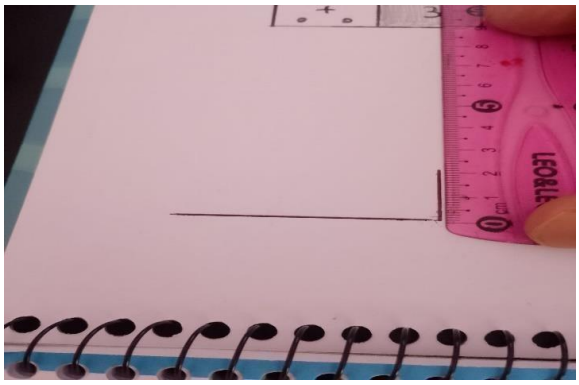
Correlação com a prática inclusiva:

Nesse jogo é possível ter como atividade inclusiva, pois o mesmo possibilita metodologias de construção de um dominó para alunos com autismo por exemplo. É importante adaptar os métodos de aprendizado às necessidades individuais. Assim a construção do material didático será um dominó de adição adaptado. Veja abaixo um exemplo de construção desse jogo.

Passo 1: Sugere-se a utilização de materiais mais rígidos, como capas de cadernos usados ou papelão, para a confecção das peças do jogo de dominó. Esses materiais, além de acessíveis e sustentáveis, proporcionam maior durabilidade e facilitam o manuseio das peças pelos estudantes, contribuindo para a organização e a dinâmica da atividade em sala de aula.

Passo 2: Em seguida faça retângulos de 2 cm por 5 cm, como mostra na imagem 4 abaixo:

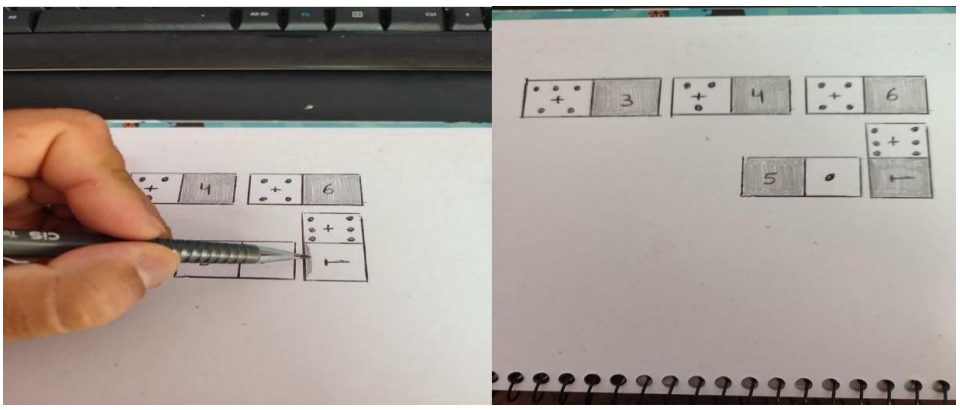
Imagem 4



Fonte: Acervo do autor.

Passo 3: Faça a divisão do retângulo em duas partes iguais, sendo de um lado com as operações de adição, fique atento para não colocar as operações com números, apenas coloque quantidades de símbolos e do outro lado coloque o resultado da operação com uma cor diferente, nesse caso pode optar por números. Veja o exemplo na imagem 5:

Imagem 5



Fonte: Acervo do autor

Passo 4: (Fechamento)

Etapa final é recortar todas as peças confeccionadas, lembrando que no dominó são contidas 28 peças, então terá que ser feito 28 operações com seus respectivos resultados.

Descrição da Sequência de Atividades 2 (Dominó de Divisão usando a fração)

Etapa 1 – Introdução ao Conceito (1 aula)

Objetivos Específicos:

- Relembrar conceitos básicos sobre frações, apresentar a ideia de inverso multiplicativo. Compreender a regra da "multiplicação pelo inverso" na divisão de frações.

Atividades:

- Revisão coletiva de operações com frações.
- Resolução de problemas contextualizados envolvendo divisão de frações (ex: "Se 1/2 de uma pizza serve 3 pessoas, quanto serve 1/6?").

Recursos:

- Quadro, giz ou lousa digital.
- Folha de exercícios simples.

Etapa 2 – Apresentação do Jogo de Dominó (1 aula)

Objetivos Específicos:

- Compreender as regras do dominó com divisões de frações.
- Relacionar a operação de divisão com o jogo.

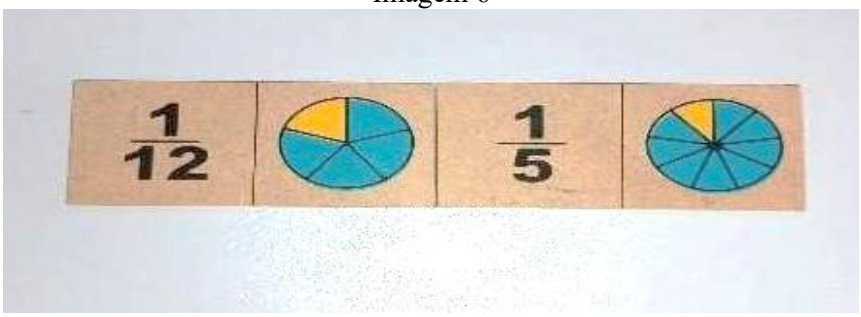
Atividades:

- Explicação das regras do jogo, exibição das peças (em papel ou projetadas). Treinamento em duplas ou grupos pequenos.

Exemplo de peças do dominó:

- Uma peça pode ter de um lado 1/12 e do outro lado a figura que representa a fração, assim o aluno deve encontrar a peça com o resultado correspondente. Observe o exemplo abaixo na imagem 6.

Imagem 6



Fonte: Acervo do autor

Etapa 3 – Jogo de Dominó com Divisões de Frações

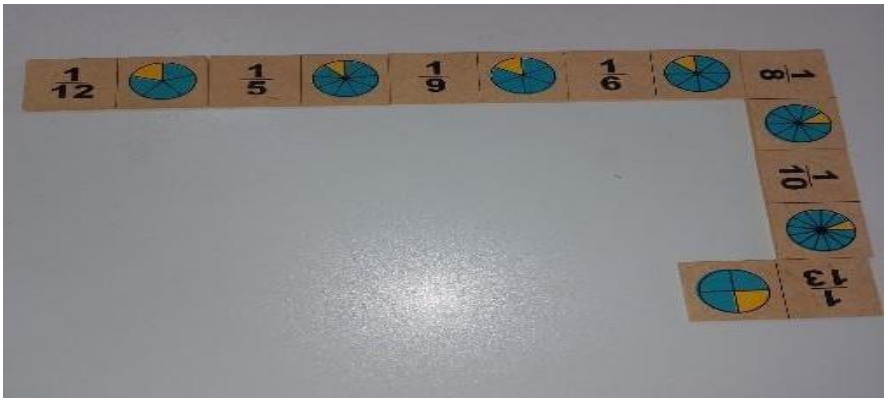
Objetivos Específicos:

- Fixar o algoritmo da divisão de frações, trabalhar em grupo com cooperação e respeito às regras, desenvolver estratégias para resolver operações mentalmente ou com apoio de cálculo.

Atividades:

- Alunos jogam o dominó em grupos de 3 a 4, cada grupo recebe um conjunto de peças, o professor circula entre os grupos ajudando na correção e incentivando a argumentação matemática. A montagem das peças está discreta na imagem 7.

Imagem 7



Fonte: Acervo do autor

Recursos:

- Conjuntos de dominó (impressos em cartolina ou papel mais firme).
- Tabela de pontuação (se desejar adicionar um aspecto competitivo leve).

Etapa 4 – (Fechamento)

Ao final da atividade, é fundamental que o professor conduza um momento de reflexão coletiva sobre os aprendizados construídos ao longo da experiência lúdica. Nesse momento, pode- se propor a resolução de problemas envolvendo divisão de frações, retomando os conceitos trabalhados no jogo e verificando se os estudantes conseguem aplicá-los em situações contextualizadas.

Descrição da Sequência de Atividades 3 (Dominó de multiplicação e expressões numéricas)

Modelo de Peças do Dominó da Multiplicação (Desenvolvimento do jogo)

O dominó terá peças contendo, de um lado, uma multiplicação e, do outro, o resultado (produto). O objetivo é que os alunos encontrem pares corretos e montem a cadeia. Você pode montar 28 peças, como no dominó tradicional, mas com multiplicações simples, veja um modelo na imagem 8.

Imagem 8

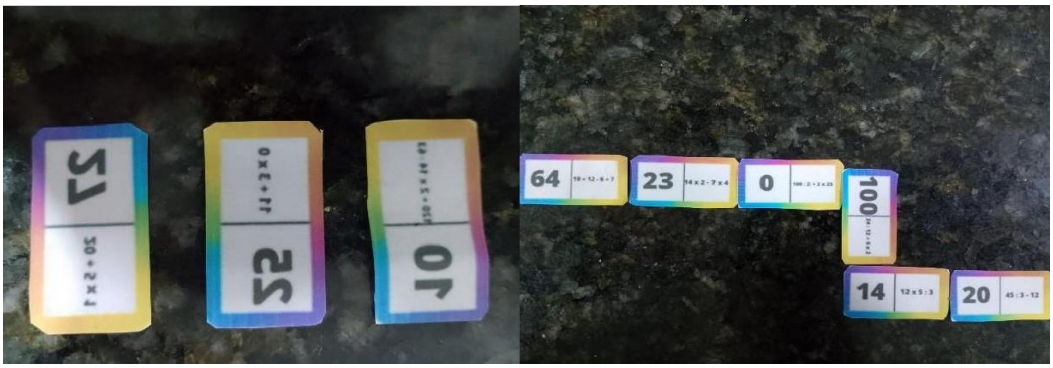
Fonte: https://www.almaazul.com.br/

Regras do Jogo (Dominó da Multiplicação e expressões numéricas) Objetivos:

Montar uma sequência correta de peças, relacionando a multiplicação com o seu respectivo resultado, assim como nas expressões numéricas, onde de um lado tem as expressões e do outro o resultado do mesmo. Vale ressaltar que o professor poderá

pesquisar modelos na internet ou fazer o seu próprio modelo como mostra na imagem 9.

Imagem 9



Fonte: acervo do autor

Número de participantes:

De 2 a 4 jogadores.

Materiais necessários:

- Conjunto de 28 peças de dominó da multiplicação.
- Mesa ou superfície para dispor as peças.

Regras:

1. Embaralhe todas as peças e distribua 7 para cada jogador. O restante forma o monte.
2. A primeira peça é colocada na mesa (pode ser aleatória ou a peça "inicial" definida pelo professor).
3. O jogador à esquerda inicia, tentando encaixar uma de suas peças em um dos lados livres, relacionando corretamente a multiplicação ao seu produto.
4. Se o jogador não tiver uma peça compatível, deve comprar uma do monte (caso haja peças restantes). Se ainda assim não puder jogar, passa a vez.
5. Vence quem usar todas as suas peças primeiro.
6. Se o jogo travar (ninguém mais pode jogar), vence quem tiver menos peças na mão.

Descrição da Sequência de Atividades 4 (Pega X Pega tabuada)

1ª etapa – (Introdução)

O professor irá começar a sua aula, com uma breve apresentação da importânciadas operações básicas para um bom desenvolvimento na disciplina de matemática, além de primordial para a sua formação profissional e pessoal. Exemplos comuns como somar o troco, contar objetos, dividir algo com os amigos. Explique o que aprenderemos hoje sobre as quatro operações matemáticas que usamos no dia a dia.

Comente com os alunos que a multiplicação é uma das operações fundamentais da Matemática e desempenha um papel essencial no desenvolvimento do raciocínio lógico e na resolução de problemas cotidianos. No Ensino Fundamental, a introdução da multiplicação deve ir além da memorização de tabuada, promovendo uma compreensão significativa de seu funcionamento e aplicações. Segundo Smole, Diniz e Cândido (2007), a aprendizagem matemática torna-se mais eficaz quando conectada a contextos reais, permitindo aos alunos visualizarem sua utilidade no dia a dia.

A introdução da multiplicação no 6º ano deve ser realizada de forma contextualizada e exploratória, garantindo que os alunos compreendam seu significado e aplicabilidade. Moreira (2012) defende que o papel do professor é mediar a aprendizagem do estudante, auxiliando-o a estabelecer conexões entre novos conhecimentos e saberes já existentes. Para isso, é fundamental que o docente utilize estratégias de ensino e materiais potencialmente significativos, alinhados aos objetivos propostos, a fim de facilitar a compreensão dos conteúdos e tornar o processo de aprendizagem mais significativo.

2ª etapa - (Usando o método de jogos para treinar as quatro operações: "Pega X Pega tabuada")

Preparação (10 minutos) Materiais necessários:

Esse jogo está disponível em papelarias, como mostra na imagem 10.

Imagem 10

Fonte: Acervo do autor

Participantes: 2 a 4.

Componentes:

- 42 cartelas de resultados;
- 1 sorteador;
- Disco de números;
- 2 bolinhas.

Observação: Leia as instruções antes de entregar o produto à criança, ajudando-a nas

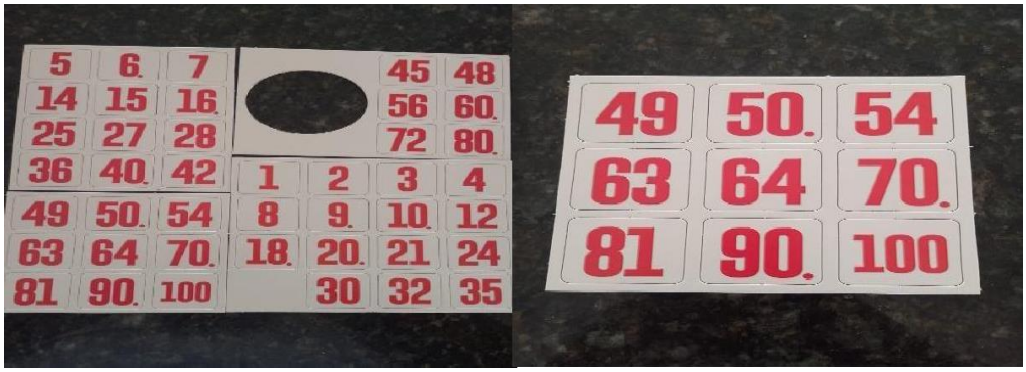
primeiras jogadas.

4ª etapa – (Preparação)

O jogo vem com algumas montagens a serem feitas, portando siga a sequência abaixo:

- Destaque as cartelas de resultados com o mostra na imagem 11.

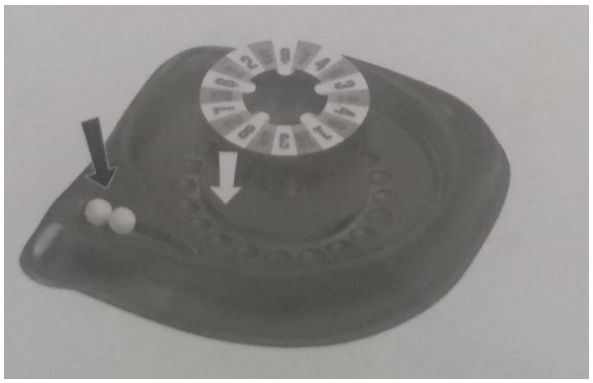
Imagem 11



Fonte: Acervo do autor

- Destaque o disco de números no sorteador, como mostra na imagem 12.

Imagem 12



Fonte: Acervo do autor

- Coloque o sorteador no centro da mesa, de forma que todos os jogadores possam ver a roleta;
- Espalhe as cartelas de resultados em volta do sorteador com os números virados para cima.

5ª etapa – (Desenvolvimento do jogo)

- Coloque as duas bolinhas no sorteador como mostra na figura 11,

depois, dê uma estimulação mecânica súbita (um impulso) nas bolinhas, que irão girar até cada uma parar em uma casa, indicando os dois números sorteados. Todos os participantes devem estar atentos para realizar, mentalmente, a multiplicação destes números. Por exemplo: uma bolinha parou no número 9 e a outra no número

4. Logo, faz-se 9x4 ou 4x9;

- Assim que as bolinhas pararem no sorteador, os participantes tentarão pegar na mesa a cartela de resultado desta multiplicação. Aquele que pegar a cartela de resultado primeiro deverá colocá-la a sua frente, com a face virada para cima;
- Se o resultado da multiplicação for igual ao número de uma cartela que já está em poder de um outro jogador, ele perderá esta cartela, que deverá voltar para a mesa;
- Se a cartela de resultado já estiver em seu poder, você permanecerá com ela, já que foi você quem jogou as bolinhas;
- Se, na sua vez de jogar as bolinhas, uma delas pular para fora do sorteador, você deverá jogar as duas bolinhas novamente.

6ª etapa- (Fechamento)

Discussão em grupo:

Pergunte aos alunos:

- O que foi fácil ou difícil no jogo?
- Algum resultado surpreendeu?

Avaliação

A avaliação do processo de ensino e aprendizagem das quatro operações fundamentais da matemática no 6º ano deve ser diversificada e contínua, contemplando

diferentes formas de verificação do desenvolvimento dos alunos. De acordo com Luckesi (2011), a avaliação não deve ser apenas classificatória, mas sim um instrumento para compreender o avanço dos estudantes e orientar intervenções pedagógicas.

De acordo com Saviani (2000), o ato de avaliar transcende a simples atribuição de notas ou a classificação do desempenho dos estudantes. A avaliação deve ser compreendida como um processo reflexivo e investigativo sobre a realidade da sala de aula, que considera dados, informações e o contexto sociocultural em que os alunos estão inseridos. A partir dessa análise criteriosa, o professor é capaz de emitir juízos que contribuam efetivamente para a tomada de decisões pedagógicas significativas.

Segundo Hoffmann (2014), uma avaliação eficaz deve ser planejada para

estimular o pensamento crítico e a aplicação dos conhecimentos adquiridos. Assim, ao combinar diferentes formas avaliativas, o professor possibilita uma aprendizagem mais significativa e alinhada às necessidades dos estudantes.

Dessa forma, a avaliação não deve se limitar a provas e testes, mas abranger diferentes formas de acompanhamento do aprendizado, como trabalhos, projetos e autoavaliação. Para Perrenoud (1999), avaliar significa ajudar o aluno a aprender,

identificar suas dificuldades e permitir que ele evolua em seu percurso escolar.

Além disso, é importante que a avaliação seja contínua e formativa, contribuindo para a construção do conhecimento. Hoffmann (2009) destaca que a avaliação deve ser um processo reflexivo e dialógico, promovendo a participação ativa do aluno em sua própria aprendizagem. Portanto, a avaliação no contexto educacional deve ser um instrumento de apoio ao aprendizado, ajudando professores e alunos a compreenderem os avanços e desafios no processo de ensino.

Referência

ALVES, E. M. S. A ludicidade e o ensino de matemática: Uma prática possível. Papirus Editora, 2020.

BESSA, Sônia. Aritmética no ensino fundamental: a adição. In (ORG) MANTOVANI DE ASSIS. Fundamentos teóricos para o ensino fundamental. São Paulo: Book Editora, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

BORIN, J. Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de Matemática. 4. ed. São Paulo: IME-USP, 2002.

BORIN, J. O jogo e a matemática na escola: Resgatando a cultura do aprender. São Paulo: IME-USP, 1996.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade.
2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Educação Matemática: da teoria à prática. 12. ed. Campinas: Papirus, 2005.

DANTE, L. R. Didática da matemática. São Paulo: Ática, 2018.

FLEMMING, Diva Marilia; COLLAÇO DE MELLO, Ana Claudia. Criatividade Jogos Didáticos. São José: Saint-Germain, 2003.

HOFFMANN, J. Avaliação mediadora: uma prática em construção da pré-escola à universidade. 30. ed. Porto Alegre: Mediação, 2009.

HOFFMANN, J. Avaliação mediadora: uma prática em construção da pré-escola à universidade. Porto Alegre: Mediação, 2014.

LORENZATO, S. O que é mesmo a matemática? Campinas: Autores Associados, 2006.

LOPES, Antonio José. O que nossos Alunos Podem Estar Deixando de Aprender sobre Frações, quando Tentamos lhes Ensinar Frações. Bolema, Rio Claro – São Paulo. N 31. 2008, p.

LUCKESI, C. C. Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e proposições. 21. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

LUCKESI, C. C. Fazer a avaliação significativa: Avaliação da aprendizagem escolar. São Paulo: Cortez, 2011.

MACEDO, L. Ensaios Pedagógicos: como construir uma escola para todos? Porto Alegre: Artmed, 2007.

PERRENOUD, P. Avaliação: da excelência à regulação das aprendizagens – entre duas lógicas. Porto Alegre: Artmed, 1999.

PIAGET, Jean. A equilibração das estruturas cognitivas. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

ROSA, J. E. Proposições de Davydov para o ensino de matemática no primeiro não escolar: inter-relações dos sistemas de significações numéricas. 2012. Tese (doutorado) – Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Humanas, Curso de Doutorado em Educação, Curitiba, 2012.

SAVIANI, Dermeval. A filosofia na formação do educador. In Educação: do senso comum à consciência filosófica. 13 ed. Campinas, SP, autores associados, 2000.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; CÂNDIDO, P. A. Brincando e aprendendo matemática. Porto Alegre: Artmed, 2007.

Frações em movimento: atividades lúdicas e jogos para aprender brincando

Mayjane de Oliveira Natalino dos Santos
Orientador: Prof. Dr. Thiago Porto de Almeida Freitas

Introdução

Segundo Boyer (1996, p.4), o conceito mais antigo na matemática é o de número inteiro. No entanto, a noção de fração racional surgiu relativamente tarde e em geral não estava relacionada de perto com os sistemas para os inteiros. Boyer (1996, p.9), ressalta que as frações decimais foram essencialmente um produto da idade moderna da matemática e durante a Idade do Bronze com o advento das culturas mais avançadas surgiu a necessidade do conceito de fração e de notação para frações.

A Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018, p.290) estabelece que o contato do estudante com o universo dos números, onde lhe é apresentado frações, dá-se a partir do 4º ano do Ensino Fundamental e perdura ao longo de sua jornada escolar. Apesar do tempo existencial das frações, a necessidade do seu uso e o tempo de exposição do aluno a esse conteúdo, a dificuldade no processo de ensino e aprendizagem na abordagem desse conteúdo é refletida na modelagem de ensino realizada atualmente.

Na unidade temática "Números" da BNCC são estabelecidos os objetos de conhecimento e as habilidades, conforme Quadro 01, que introduzem o ensino de frações no Ensino Fundamental.

Quadro 01 - Frações segundo a BNCC

ANO	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
4º	Números racionais: frações unitárias mais usuais (1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/10 e 1/100).	**(EF04MA09)** Reconhecer as frações unitárias mais usuais (1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/10 e 1/100) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso.
5º	Representação fracionária dos números racionais: reconhecimento, significados, leitura e representação na reta numérica.	**(EF05MA03)** Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso.
	Comparação e ordenação de números racionais na representação decimal e na fracionária utilizando a noção de equivalência.	**(EF05MA04)** Identificar frações equivalentes. **(EF05MA05)** Comparar e ordenar números racionais positivos (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica.
	Cálculo de porcentagens e representação fracionária.	**(EF05MA06)** Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.

6º	Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações	**(EF06MA07)** Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes. **(EF06MA08)** Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica. **(EF06MA09)** Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora. **(EF06MA10)** Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.
	Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável. Cálculo de probabilidade por meio de muitas repetições de um experimento (frequências de ocorrências e probabilidade frequentista).	**(EF06MA30)** Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.
7º	Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.	**(EF07MA08)** Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador. **(EF07MA09)** Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração 2/3 para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.
	Números racionais na representação fracionária e na decimal: usos, ordenação e associação com pontos da reta numérica e operações	**(EF07MA10)** Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica. **(EF07MA11)** Compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias. **(EF07MA12)** Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais

8º	Potenciação e radiciação	**(EF08MA02)** Resolver e elaborar problemas usando a relação entre potenciação e radiciação, para representar uma raiz como potência de expoente fracionário.
	Dízimas periódicas: fração geratriz	**(EF08MA05)** Reconhecer e utilizar procedimentos para a obtenção de uma fração geratriz para uma dízima periódica.
9º	Potências com expoentes negativos e fracionários	**(EF09MA03)** Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários.

Fonte: Brasil (2018) - Adaptado pela autora

A partir da análise das habilidades e competências estabelecidas pela BNCC, listadas no Quadro 01, nota-se um aprofundamento gradual no ensino das frações, sendo a integralização dessa temática ao final do 9º ano do Ensino Fundamental.

Tendo em vista que o ensino de frações proporciona para o(a) estudante o desenvolvimento de sua capacidade de raciocínio, elaboração e resolução de problemas em contextos variados, bem como a compreensão e atuação no cotidiano, esta proposta de sequência didática foi elaborada para potencializar o processo de ensino e aprendizagem desta temática para estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental.

A proposta é composta por 10 horas-aula distribuídas em 5 etapas. A primeira possui 3 aulas que consistem na aplicação da avaliação diagnóstica, o desenvolvimento da atividade complementar e a aplicação do jogo bingo das frações que atuaram na fixação do conhecimento prévio requerido para o desenvolvimento das atividades posteriores.

Na sequência, a segunda etapa com 2 aulas voltadas para a criação do material concreto, os discos de frações, onde os(as) estudantes terão o primeiro contato com material por meio da confecção de moldes ofertados, nessa etapa os(as) alunos serão conduzidos através de perguntas realizadas pelo(a) docente a construírem o conhecimento acerca de frações, passando a identificar o numerador/denominador, parte/todo (inteiro), percebendo que quanto mais é fracionado o todo (inteiro) menor serão as partes, através da percepção visual os(as) estudantes) serão capazes de comparar as frações solicitadas pelo professor(a), classificando-as como maior, menor ou equivalente.

Na etapa 3, desenvolvida com 3 aulas, acontece a manipulação dos discos de frações para que os(as) estudantes possam visualizar de maneira concreta os fenômenos de adição e subtração de frações de iguais e diferentes denominadores. As atividades serão desenvolvidas utilizando-se de sobreposições e tendo como base os moldes inseridos no apêndice E. Ainda nesta etapa o(a) professor(a) abordará a adição e subtração de frações utilizando o mínimo múltiplo comum (MMC). Para ambos métodos de ensino ocorrerá a resolução e elaboração de situações problemas a serem realizadas pelo(a) aluno(a).

A quarta etapa é constituída por uma aula que objetiva a fixação dos conhecimentos adquiridos pelos(as) alunos(as) no decorrer da aplicação desta sequência, o que acontecerá por meio do jogo “dorminhoco das frações” que contempla todo o conteúdo já trabalhado.

A quinta etapa é integrada com uma aula destinada à atividade avaliativa, referente a todo conteúdo abordado durante a sequência a fim de avaliar se os objetivos definidos inicialmente foram alcançados.

Estrutura curricular

Etapa de ensino/Ano ou Série

Ensino Fundamental/6º Ano

Área

Matemática

Unidade Temática (BNCC)

Números

Objetos de Conhecimento (BNCC)

Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações.

Habilidades (BNCC)

- (EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes;
- (EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.

Objetivos/Expectativas de Aprendizagem

- Analisar, comparar e reconhecer frações equivalentes;
- Resolver e elaborar problema com cálculos de frações;
- Identificar a forma fracionária com o seu decimal correspondente.

Duração das atividades

10 horas-aula

Conhecimentos prévios trabalhados pelo professor com aluno

- Representação de frações;
- Números racionais expressos na forma decimal e sua representação;

- Representação fracionária dos números racionais: reconhecimento, significados, leitura;
- Comparação e ordenação de números racionais na representação decimal e na fracionária utilizando a noção de equivalência.

Estratégias de ensino e recursos educacionais

A presente sequência didática tem seu desenvolvimento alicerçado na utilização de materiais concretos. Lorenzato, (2021, p. 28, 33 e 72), afirma que material concreto são recursos didáticos que interferem fortemente no processo de ensino-aprendizagem. Ressalta ainda, que o concreto pode ter duas interpretações: uma delas refere-se ao palpável, manipulável. Nesse sentido, o autor expressa que entre materiais didáticos concretos existem variados tipos de materiais didáticos sendo que alguns não aceitam modificações em sua estrutural e permitem apenas a sua observação e outros que devido a sua natureza de aplicabilidade garantem uma maior participação e interação do aluno com esse material que é o caso dos jogos.

Define ainda que,

> Material didático (MD) é qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem. Portanto, MD pode ser um giz, uma calculadora, um filme, um livro, um quebra-cabeça, um jogo, uma embalagem, uma transparência, entre outros. (LORENZATO, 2021, p.28).

O uso de material concreto nesta sequência didática objetiva permitir ao aluno a possibilidade de visualizar de maneira clara e objetiva, sendo a ponte para construir o seu conhecimento, sobre o conceito e definições de frações. Lorenzato (2021, p.31), afirma que o desenvolvimento de atividades manipulativas ou visuais não garantem a aprendizagem, o autor segue ressaltando que para que aconteça de fato a aprendizagem faz-se necessário a atividade mental, por parte do aluno. Mas, o material didático concreto é um excelente catalisador para o aluno construir o seu saber matemático.

Utilizar material didático manipulável requer do docente a clareza do(s) objetivo(s) a ser(em) atingido(s), domínio do saber matemático e entendimento das maneiras distintas que o material pode ser usado, sendo que a maneira em que o material é utilizado um fator de grande impacto no processo de aprendizagem do aluno. Lorenzato afirma que,

> Todo MD tem um poder de influência variável sobre os alunos, porque esse poder depende do estado de cada aluno e, também, do modo como o MD é empregado pelo professor. Assim, por exemplo, para um mesmo MD, há uma diferença pedagógica entre a aula em que o professor apresenta oralmente o assunto, ilustrando-o com um MD, e a aula em que os alunos manuseiam esse MD. O MD é o mesmo, mas os resultados do segundo tipo de aula serão mais benéficos à formação dos alunos porque, de posse do MD, as observações e reflexões deles serão mais profícuas, uma vez que poderão, em ritmos próprios, realizar suas descobertas e, mais facilmente, memorizar os resultados obtidos durante suas atividades (LORENZATO, 2021, p. 37 - 38).

A Base Nacional Comum curricular afirma que,

> A aprendizagem em Matemática está intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações. Os significados desses objetos resultam das conexões que os alunos estabelecem entre eles e os demais componentes, entre eles e seu cotidiano e entre os diferentes temas matemáticos. Desse modo, recursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas (Brasil, 2018, p.278).

Nesse sentido, este trabalho visa o uso de materiais concretos - consolidados no bingo de frações, disco das frações e jogo do dorminhoco - aplicados com objetivo e intencionalidades de potencializadores para os processos de ensino e aprendizagem para o(a) estudante. Ademais, de forma complementar ao uso destes materiais, serão adotadas aulas expositivas dialogadas com projeção de slide e elaboração e resolução de problemas, 1 kit de moldes circulares e 8 folhas em branco para cada grupo formado para a confecção dos discos de frações.

Descrição da Sequência de Atividades

1ª etapa – Análise prévia de conhecimento e aplicação do jogo “Bingo das Frações”[1]

Esta etapa visa mapear previamente o conhecimento matemático de cada aluno(a) concernente a frações, na busca de entender quais dificuldades e sanar as dúvidas apresentadas. Para que isso aconteça há a necessidade de 3 horas-aula, onde a primeira consiste na aplicação de um teste diagnóstico que deve ser corrigido pelo docente e como medida de intervenção nas dificuldades percebidas pelo(a) professor(a) a aplicação do jogo “Bingo das Frações" adaptado pela autora.

Conforme as habilidades e objetos de conhecimento estabelecidos pela Base Nacional Comum Curricular e apresentadas no Quadro 01, a aula 1 desta etapa traz um questionário diagnóstico, elaborado a partir dos conteúdos de frações que são contemplados no 4º e 5º Ano do Ensino Fundamental. A aula 2 consiste na aplicação da atividade que compõe o jogo “Bingo das Frações” e foi disponibilizada no apêndice D.

A aula 3 acontecerá com a aplicação do Jogo “Bingo das Frações”, para sanar as dúvidas que poderão ser observadas pelo(a) docente ao realizar a correção do questionário diagnóstico.

Aula 1 – Diagnóstico do conhecimento matemático da turma sobre frações

Inicialmente o(a) professor(a) realizará a acolhida da turma com a indicação de que ocupem seus devidos lugares. Na continuidade, explicará à turma que será aplicado um questionário individual (ver apêndice A), com o objetivo de compreender o

[1] https://www.youtube.com/watch?v=4Cyir1j40xY. Acesso em 01/09/2024.

conhecimento que os(as) estudantes possuem sobre frações (representação, partes de uma fração, escrita e leitura de uma fração, decimal correspondente a fração indicada).

Enquanto o questionário é respondido, o(a) professor(a) deverá manter-se de prontidão, percorrendo pelas filas e respondendo as dúvidas em voz alta para que todos possam escutar e sanar dúvidas correspondentes.

Ao final da aula, o(a) professor(a) deve recolher todos os questionários devidamente respondidos, e posteriormente corrigi-los para que a aula subsequente se inicie a partir das dúvidas que puderam ser percebidas pelo(a) docente ao corrigir o questionário diagnóstico.

Aula 2 – Atividade complementar Bingo das frações

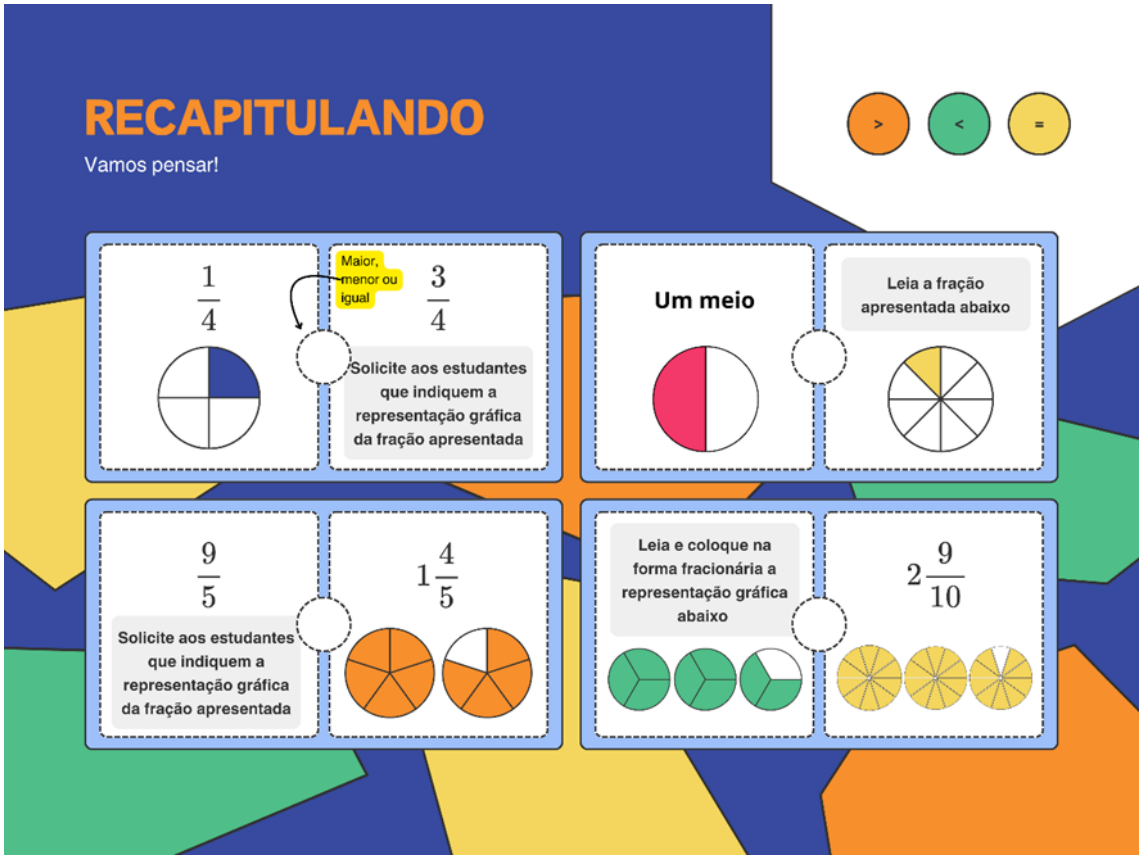
O(A) professor(a) fará a acolhida dos(as) alunos(as) com a indicação de que se sentem em seus devidos lugares. Na sequência, nos primeiros 15 minutos de aula, o(a) professor(a) realizará o momento "recapitulando", que consistirá em uma conversa com os(as) estudantes sobre os apontamentos levantados no questionário diagnóstico aplicado na aula anterior.

A figura 1 traz uma sugestão de slide para esse momento, com ideias contidas no questionário aplicado na aula 1 que poderão ser alvo de diálogo entre professor(a) e alunos(as). A figura 1 apresenta a representação gráfica, fracionária e a forma escrita por extenso, observe que o(a) professor(a) pode solicitar ainda que os(as) estudantes indiquem a forma decimal da fração apresentada.

Ainda nesse momento, o(a) docente poderá aproveitar o slide projetado e questionar a turma que de acordo com o que foi observado e conversado se alguém presente consegue estabelecer uma relação entre as representações gráficas apresentadas. Por exemplo: Sabendo que cada disco de fração apresentado no slide representa o mesmo todo (1 inteiro), a fração 1/2 é maior, menor ou igual a fração 1/8. Nesse sentido, espera-se que os(as) alunos(as) sejam capazes, através da percepção visual, de identificar que $1/2 > 1/8$.

Alguns alunos(as) podem apresentar dificuldades para ler e expressar verbalmente uma fração ou o número decimal correspondente, sendo assim sugere-se a(o) professor(a) que solicite que todos os(as) alunos(as) em conjunto expressem a fração ou número racional decimal que ele(a) indicar, como medida a ser trabalhada para que essa problemática seja sanada.

Figura 1 – Slide 1 para o momento recapitulando



Fonte: Acervo da autora

Sequencialmente, o(a) professor(a) deverá fornecer a cada estudante uma cartela do "Bingo das frações" com a representação gráfica de frações (a sugestão de cartelas a serem usadas estão disponíveis no apêndice B, mas o(a) docente pode confeccionar suas próprias cartelas e adequar à realidade do contexto escolar que está inserido) e a atividade a ser preenchida, disponível no apêndice D. As representações gráficas que estarão nas cartelas do bingo estão ilustradas na figura 2.

Figura 2 – Bingo das Frações

Fonte: Acervo da autora

No primeiro momento o(a) estudante desenvolverá o preenchimento da atividade disponível no apêndice D, que consiste em colocar na forma de fração (a/b) cada representação gráfica que está inserida na cartela, identificar o número racional decimal correspondente a cada fração apresentada e escrever por extenso cada fração escrita na forma (a/b) contida na cartela do bingo entregue pelo(a) docente. Um exemplo prático, tendo o aluno recebido a cartela 1 indicada na figura 1, de como desenvolver a atividade complementar ao bingo das frações pode ser observado nas figuras 3 e 4.

Figura 3 - Atividade complementar bingo de frações - Parte 1

1 – Escreva na forma de fração $(\frac{a}{b})$

BINGO DAS FRAÇÕES				
$\frac{1}{9}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{9}$
$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{4}{8}$	$\frac{5}{10}$	★	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{7}$
$\frac{4}{6}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{5}{6}$	1	$\frac{1}{6}$
$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{7}{8}$

2 – Escreva na forma de número racional (representação decimal da fração)

BINGO DAS FRAÇÕES				
$0,1\overline{1}$	$0,\overline{88}$	0,428...	0,4	$0,4\overline{4}$
0,3	0,25	$0,\overline{33}$	$0,\overline{33}$	0,25
0,5	0,5	★	0,75	0,714...
$0,66\overline{}$	0,857...	$0,\overline{83}$	1	$0,\overline{16}$
$0,66\overline{}$	0,8	0,7	0,142...	0,875

Figura 4 - Atividade complementar bingo de frações - Parte 2

3 – Escreva como se lê cada fração do item 1.

BINGO DAS FRAÇÕES				
Um nono	Oito nonos	Três sétimos	Dois quintos	Quatro nonos
Três décimos	Dois oitavos	Um terço	Dois sextos	Um quarto
Quatro oitavos	Cinco décimos		Três quartos	Cinco sétimos
Quatro sextos	Seis sétimos	Cinco sextos	Um inteiro	Um sexto
Dois terços	Quatro quintos	Sete décimos	Um sétimo	Sete oitavos

Fonte: Acervo da autora

Para essa etapa estima-se que o(a) aluno(a) leve em média 30 minutos e deve ser realizada de maneira individual. Durante a realização da atividade proposta o(a) professor(a) permanecerá ativo andando pela sala de aula para esclarecer dúvidas e verificar a execução da atividade proposta podendo avaliar o empenho do(a) aluno(a) para realizar o que foi solicitado, bem como identificar dúvidas que ainda persistem.

Nos 5 minutos que antecedem o final da aula, o(a) docente deverá recolher a atividade preenchida pelos(as) estudantes, e em momento posterior realizar a correção da atividade para mapeamento das dúvidas e iniciar a aula subsequente a partir desse levantamento.

Aula 3 – Aplicação do Bingo das frações

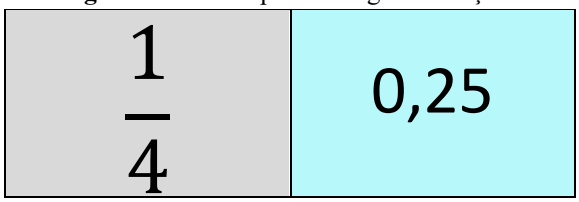
Inicialmente o(a) docente realizará a acolhida da turma com a indicação de que ocupem seus devidos lugares. Na sequência, durante 10 minutos será realizado o momento de discussão sobre as dúvidas percebidas na correção da atividade complementar. Alguns(mas) estudantes, podem apresentar dúvidas em identificar numerador/denominador, identificar parte/todo, relacionar o número racional decimal com a sua fração correspondente. Sequencialmente, certifique-se que as dúvidas foram sanadas e devolva a atividade complementar corrigida aos estudantes, para que assim seja iniciado o jogo “Bingo das frações”.

Prosseguindo, o(a) professor(a) anunciará a atividade a ser desenvolvida será a aplicação do jogo “Bingo das frações”, o(a) docente dará continuidade explicando aos estudantes que conforme ele sortear a fração ou o número racional correspondente que esteja na cartela de posse do aluno e escrita na atividade complementar, ele deverá marcar em sua cartela, vencerá o jogo o(a) estudante que preencher por completo uma das linhas da cartela, seja ela a diagonal, vertical ou horizontal. O jogo poderá ser realizado, conforme a necessidade e estratégias de ensino a ser definida pelo(a) professor(a),

podendo haver mais um vencedor ou ainda utilizar o sistema cartela cheia (vence quem marcar todas as frações presente na cartela).

As fichas para o desenvolvimento do jogo estão disponíveis no apêndice C, e possuem padrão ao modelo apresentado na figura 4, para que seja possível que o(a) discente estabeleça relação da fração com o número racional decimal correspondente, o(a) docente deverá escolher uma das formas que será anunciada (um quarto ou vinte e cinco centésimos), conforme o exemplo dado.

Figura 4 – Fichas para o bingo das frações



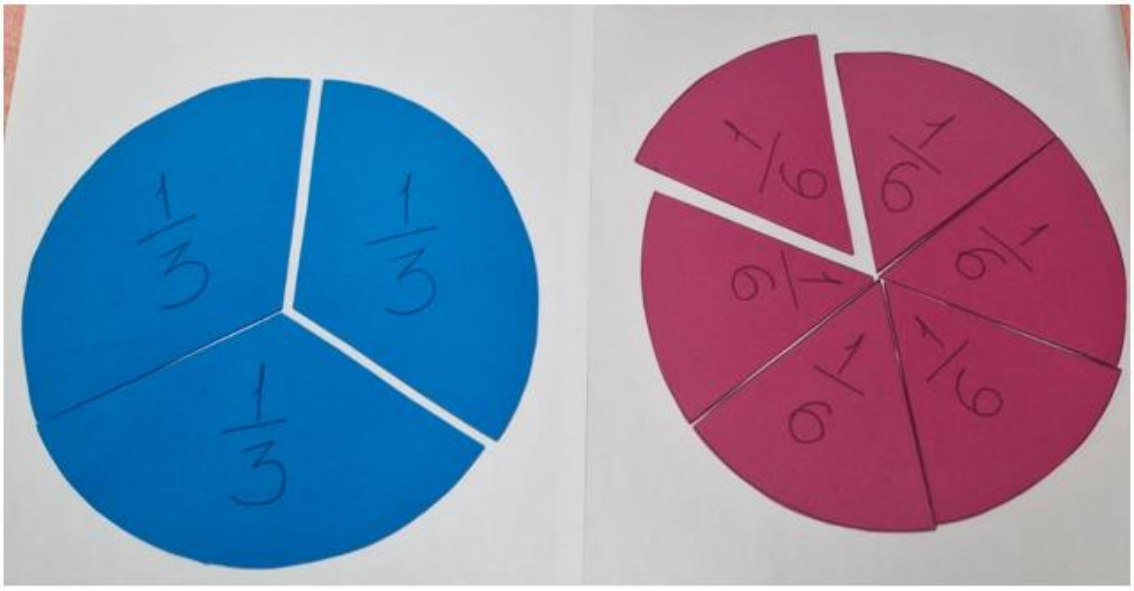
Fonte: Acervo da autora

Nos 5 minutos finais a aula deve ser retomada, levantando possíveis dúvidas que ainda possam surgir sobre a correspondência de frações, realizando os devidos esclarecimentos. Nessa fase, espera-se que os(as) alunos(as) já tenham compreendido e consiga fazer a relação do número fracionário com seu número racional decimal correspondente, que identifique o numerador e denominador de uma fração. Informar aos estudantes que para a próxima aula deverão trazer tesoura sem ponta para o desenvolvimento da atividade que será proposta.

2ª etapa- Disco de frações: frações equivalentes e comparação de frações

Esta etapa é constituída por 2 horas-aula. A aula 4 visa a criação dos discos de frações que serão utilizados na aula 5. As aulas presentes nessa etapa são fundamentais e necessárias, pois o processo de desenvolver o material manipulável faz com que os(as) alunos(as) percebam o significado de todo/parte, proporcionando a percepção visual de que quanto mais são fracionados os discos menores são as partes fracionadas, conforme ilustrado na figura 5.

Figura 5 - Comparação de frações



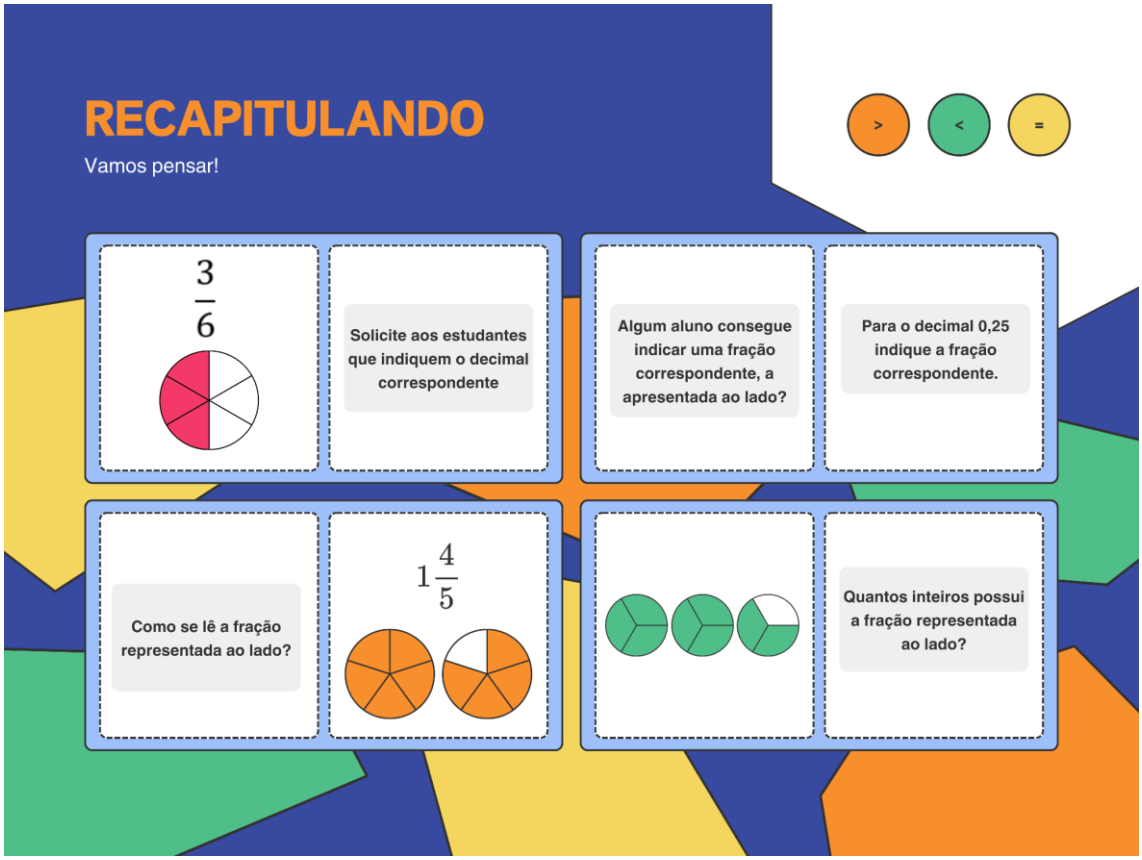
Fonte: Acervo da autora

É possível ainda, que o(a) discente construa e compreenda a temática trabalhada, por meio da manipulação de material concreto, realizando sobreposições e comparações para a apropriação dos conceitos de equivalência, maior, menor, parte/todo, numerador/denominador cuja as intencionalidades estão definidas nos objetivos desta sequência didática.

Aula 4 – Elaboração dos discos de frações

Inicialmente o(a) professor(a) fará a acolhida da turma, orientando que se organizem em grupos de 4-5 alunos(as). Na sequência, o docente introduz um debate sobre a realização da atividade anterior verificando se ainda existem dúvidas sobre o assunto abordado, ou se algum estudante deseja fazer algum apontamento. Para esse período estima-se um tempo médio de 10 minutos. Durante o momento supracitado o(a) docente poderá utilizar das ideias contidas na figura 6, que podem ser adaptadas para a realidade escolar em que estiver inserido(a). É nesse momento que o(a) professor(a) avaliará o aprendizado adquirido pela turma referente ao conteúdo trabalhado nas aulas 1 e 2, conforme as respostas apresentadas pelos(as) estudantes.

Figura 6 - Slide 2 para o momento recapitulando



Fonte: Acervo da autora

Sequencialmente, cada grupo receberá 8 folhas em branco e 1 kit de moldes circulares, disponibilizado no apêndice E, que servirá de guia para construir os discos de frações e base para sobreposição para realização de comparações, soma e subtração de frações, os discos de frações serão confeccionados como mostrado na figura 7.

Figura 7 – Confecção do discos de frações

Fonte: Acervo da autora

De posse dos moldes, os(as) estudantes irão realizar a marcação na folha branca do círculo em que não há marcações, este círculo deve ser reconhecido como inteiro. Nas demais folhas e com auxílio dos moldes os(as) alunos(as) deverão realizar as marcações. Logo após, o(a) professor(a) deverá questionar os(as) alunos(as) como cada disco foi dividido (partes iguais ou diferentes)? Um disco completo representa que parte (um inteiro/todo)?

Na sequência os(as) alunos(as) deverão identificar o numerador e o denominador de cada parte dos discos fracionados. E então, realizar o recorte de cada um dos círculos marcados, sendo assim cada grupo terá um kit de frações circulares como o da figura 8. Cada grupo será responsável por realizar uma marcação no material confeccionado para que seja possível a identificação do material de cada grupo.

Por se tratar de um momento em grupo o(a) professor(a), deverá estar atento para que todos os(as) discentes participem de maneira ativa na produção dos discos de frações. Nesse momento o professor avaliará o empenho de cada aluno(a) para realizar a atividade proposta de maneira visual e registrando em material próprio seguindo seu critério e contexto escolar em que está inserido. Ademais, é importante que o(a) docente estabeleça diálogo com cada grupo a fim de garantir a execução da atividade proposta.

Figura 8 – Discos de frações

Fonte: Acervo da autora

Os 10 minutos finais serão destinados para organização da sala de aula, por meio de conversas para o levantamento das percepções dos(as) alunos(as) com relação ao que foi trabalhado. Nesse momento, o(a) docente poderá solicitar aos estudantes que realizam a manipulação do material confeccionado sobrepondo as partes dos discos de forma que encontrem frações equivalentes, é importante que o(a) professor(a) acompanhe o raciocínio dos(as) estudantes realizando alguns questionamentos, como os sugeridos a seguir:

- Qual(is) a(s) parte(s) do(s) disco(s) de fração(ões) possuem o mesmo tamanho da parte representada no disco com a fração ½?
- Separe três partes do disco com a representação da fração 1/9, alguém consegue identificar qual outra parte dos discos fracionários possuem o mesmo tamanho?

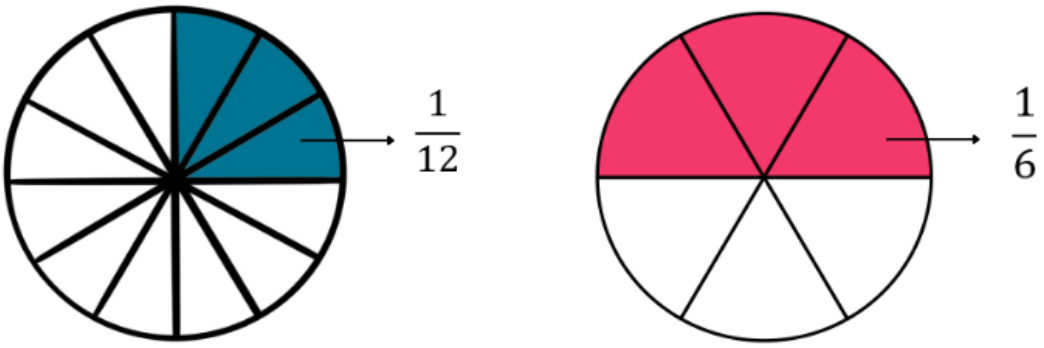
Espera-se então que os(as) estudantes percebam que apesar de serem divididos de maneiras distintas cada círculo foi dividido em partes iguais, que essas partes formam um inteiro, ao realizarem as sobreposições os(as) alunos(as) perceberão que algumas partes como 1/2 tem o mesmo tamanho de 2/4, 3/6 tem o mesmo tamanho ½, que ao separar 3 partes de 9 (3/9) elas terão o mesmo tamanho de uma parte do disco que contém a fração 1/3 e por isso são equivalentes.

Ao finalizar os questionamentos certifique-se que os(as) alunos(as) fizeram a correta marcação no material por eles(as) confeccionado, a fim de que seja possível identificar a quem pertence, recolha o material para que na próxima aula o devolva aos estudantes.

Aula 5 – Comparação e equivalência de frações

O(A) professor(a) deverá fazer a acolhida dos(as) alunos(as) e organizá-los(as) conforme os grupos já divididos na aula anterior. Prosseguindo, o(a) docente devolverá aos estudantes os discos de frações e os moldes para cada grupo, segundo as marcações de identificação do material realizadas por eles(as). De posse do material construído na aula anterior, o(a) professor(a) anunciará duas frações para os(as) alunos(as), conforme sugestão apresentada na figura 9, solicite aos estudantes que registrem em seus cadernos as frações anunciadas. Na sequência, pergunte qual das frações apresentadas é maior/menor em relação a outra apresentada, os(as) discentes irão procurar no material confeccionado as frações anunciadas, através de percepção visual os(as) alunos(as) serão capazes de identificar que $1/12 < 1/6$ ou que $1/6 > 1/12$.

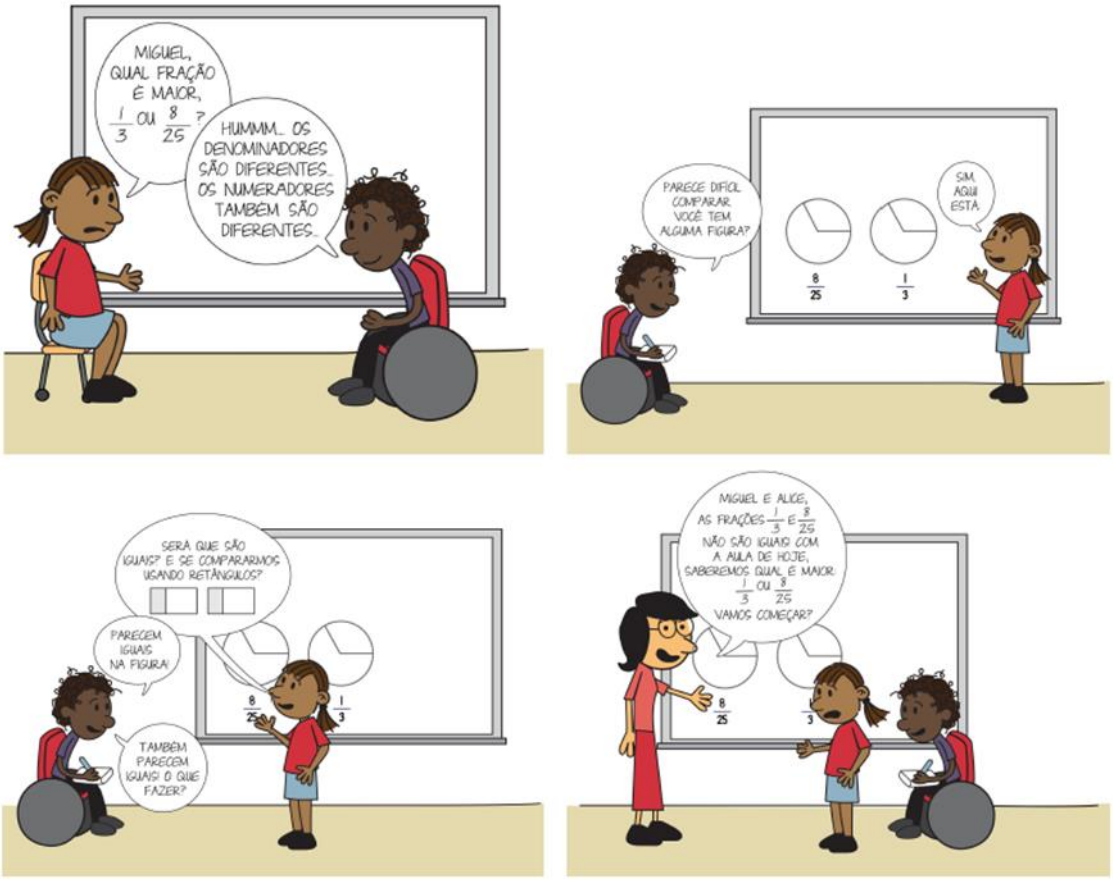
Figura 9 - Comparando frações



Fonte: Acervo da autora

Sequencialmente o(a) professor(a) efetuará a projeção da tirinha que consta na figura 10, realizando a leitura e questionará aos estudantes se alguém sabe responder se a fração é maior, ou se são iguais, conforme a dúvida inicial do personagem. A princípio os(as) alunos(as) apresentarão dificuldades e a aula deverá prosseguir mantendo a tirinha sempre visível para os(as) discentes.

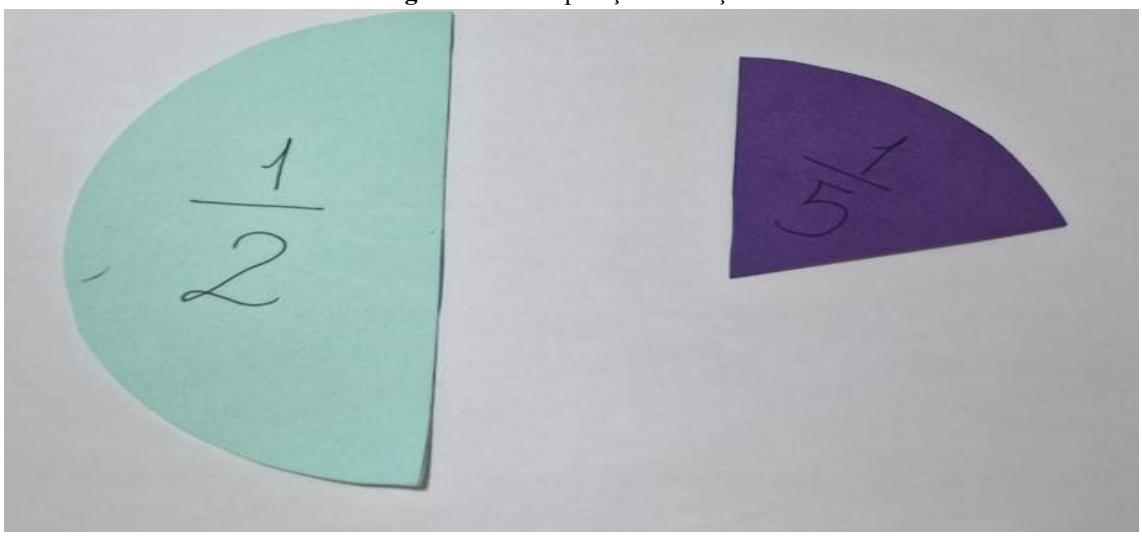
Figura 10 - Tirinha



Fonte: CAVEDON et al. (2016)

Prosseguindo o(a) professor(a) explicará que a comparação e a relação de equivalência devem ser feitas por meio do material concreto, e fazer uma explicação de modo que os alunos possam compreender como utilizar o material. Para identificar se uma fração é maior ou menor os(as) alunos(as) deverão identificar as frações anunciadas no material por eles confeccionado e de maneira visual identificar qual fração apresenta maior tamanho, conforme a figura 11. No exemplo dado, a fração 1/2 > 1/5.

Figura 11 - Comparação de frações



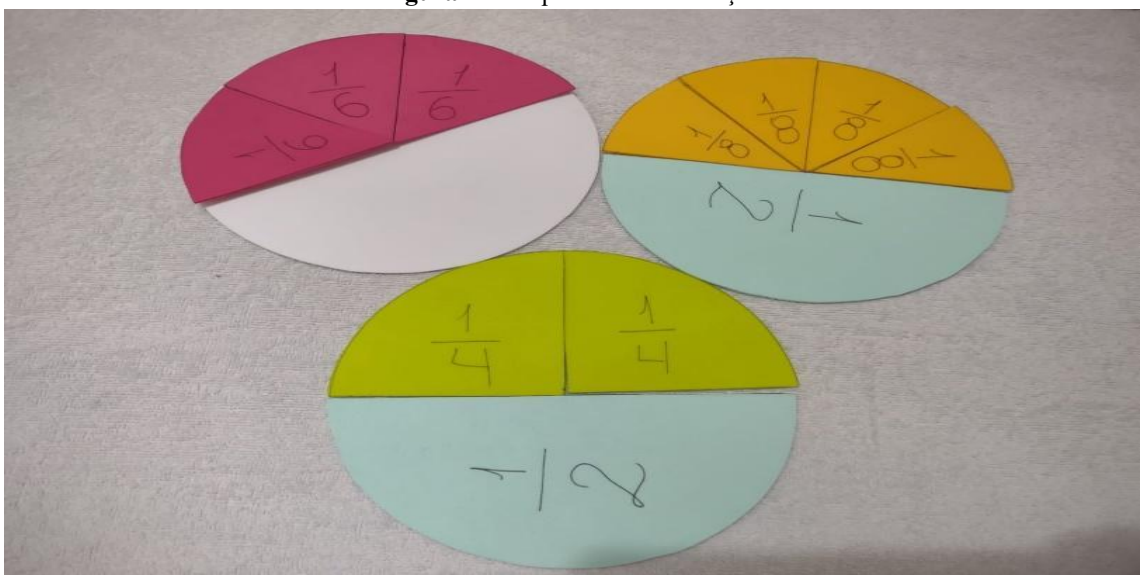
Fonte: Acervo da autora

Sugere-se ao(à) professor(a) que com apoio do material mostre aos estudantes o círculo inteiro e sobre ele coloque o círculo fracionário que indique $\frac{1}{2}$ do disco, sem indicar os(as) alunos(as) a relação citada. Então, faça os seguintes questionamentos:

- Qual a parte está representada na sobreposição?
- De acordo com material de vocês, qual a composição de frações resulta na fração equivalente, da fração anteriormente comentada?

Espera-se que os(as) discentes respondam para o primeiro questionamento que a metade está sendo representada, logo a fração é $\frac{1}{2}$. Para o questionamento subsequente a expectativa é de que os(as) estudantes sejam capazes de estabelecer a relação de equivalência por meio do exemplificado na figura 12. Observa-se na ilustração apresentada (ver figura 12) de maneira visual os(as) alunos(as) serão capazes de identificar que 2/4 ≡ 1/2, 4/8 ≡ 1/2 e 3/6 ≡ 1/2.

Figura 12 – Equivalência de fração

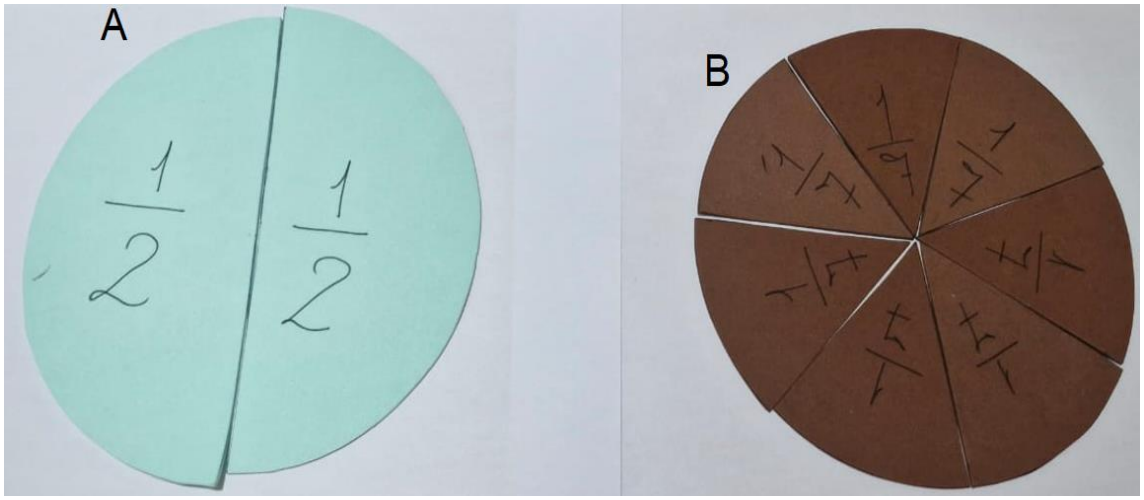


Fonte: Acervo da autora

Na sequência o(a) docente deverá solicitar aos discentes que separem dois discos de frações para análise, conforme o exemplo apresentado na figura 13. Seguido dos seguintes questionamentos:

- Cada disco apresentado foi igualmente fracionado? (Sim)
- Em quantas partes cada disco foi fracionado? (O disco A foi dividido em 2 partes iguais, cada parte representando a fração 1/2. E o disco B foi particionado em 7 partes iguais, sendo que cada parte representa a fração 1/7).
- Qual disco apresenta maior particionamento? Suas partes são maiores ou menores em relação ao disco que possui menor particionamento? (O disco B apresenta maior particionamento, suas partes são menores em relação ao disco A).
- O que você pode observar quando um inteiro é fracionado? Espera-se que o aluno seja capaz de perceber que quanto mais partes iguais um inteiro for dividido menor será o tamanho de cada parte.

Figura 13 – Comparação dos discos de frações



Fonte: Acervo da autora

Prosseguindo o(a) docente deverá retomar a tirinha apresentada na Figura 10 e questionar aos estudantes novamente o problema apresentado, nesse momento os(as) estudantes deverão estar aptos a responder ao questionamento e perceber que 1/3 > 8/25.

Os últimos 10 minutos serão destinados à organização da sala, devendo os(as) alunos(as) retomarem seus lugares de maneira perfilada. O(A) docente fará um feedback do conteúdo apresentado, verificando se há dúvidas remanescentes e finalizando a aula.

3ª etapa- Disco de Frações Adição e subtração de frações

Esta etapa é composta por 3 aulas para a compreensão e alcance dos objetivos esperados para a sequência didática. As aulas 6 e 7 abordam a adição e subtração de frações por meio da sobreposição dos discos de frações. A aula 8 aborda a resolução e elaboração de problemas que envolvam as operações matemáticas supracitadas.

Aula 6 – Adição de fração

O(A) docente dará início fazendo a acolhida da turma e solicitará que tomem seus devidos lugares. Iniciará o momento relembrando, abordando as ideias trabalhadas na aula 5, como parte/todo, numerador/denominador, comparação e equivalência de frações.

Na sequência, explicará para turma, que deverão realizar a adição das frações indicadas na atividade do apêndice G, por meio de sobreposição dos discos de frações nos moldes circulares, conforme ilustrado nas figuras 14 e 15. Durante aproximadamente 20 minutos, o(a) professor(a) deve realizar uma exemplificação (ver figura 14 e 15), de como os(as) alunos(as) poderão proceder para desenvolver os exercícios propostos de adição de fração de iguais e diferentes denominadores.

Conforme o ilustrado na figura 14, o(a) docente poderá solicitar aos estudantes que realizem a soma das frações apresentadas a seguir:

- 1/6 + 1/6 = 2/6
- 1/10 + 3/10 = 4/10

- 2/10 + 2/10 = 4/10
- 1/5 +1/5 = 2/5
- 1/9 + 2/9 = 3/9

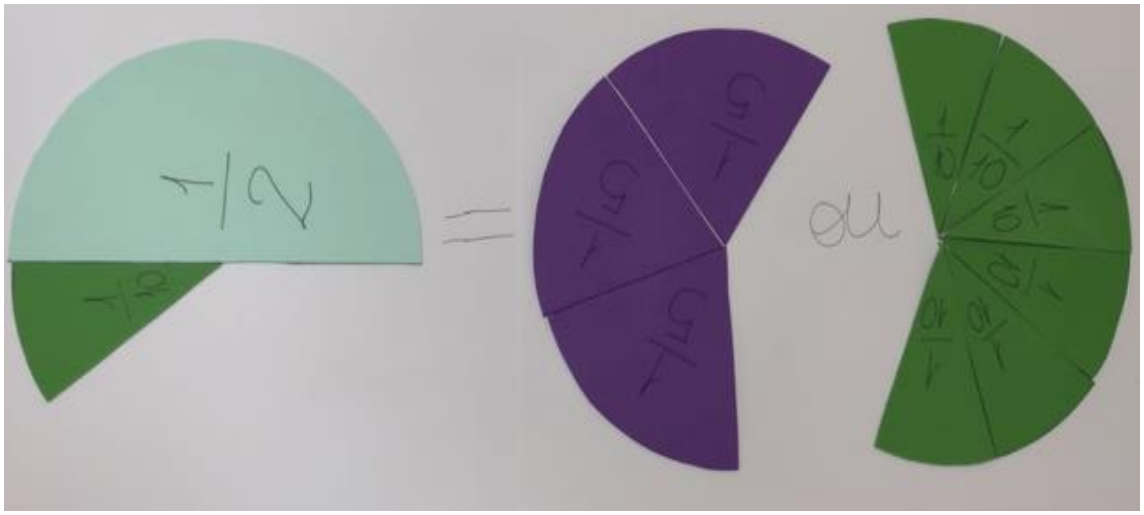
Os resultados serão observados de maneira visual pelos(as) alunos(as), observe que ao unir duas das partes dos discos de frações que foi particionado em 6 partes iguais o(a) estudante terá duas partes de 6 o que representará a fração 2/6. De maneira análoga acontecerá para as demais somas de frações anunciadas pelo(a) professor(a).

Figura 14 – Adição de fração de denominadores iguais

Fonte: Acervo da autora

Para as frações de denominadores diferentes, para o exemplo dado na figura 15, ao realizar a sobreposição das partes a serem somadas sobre o disco de fração que representa 1 inteiro, alguns alunos de maneira visual chegarão à conclusão que a soma das frações de $\frac{1}{2} + \frac{1}{10} = \frac{3}{5}$. Outros estudantes perceberão que a soma ilustrada na figura 16 corresponde a $\frac{6}{10}$. E ainda alguns alunos(as) identificarão que as respostas apresentadas pelos colegas são frações equivalentes, conforme o que já foi trabalhado na aula 5. Todas as respostas apresentadas serão baseadas por meio da manipulação do material concreto realizado no momento da explicação, sem que ocorra cálculos matemáticos para isso.

Figura 15 – Adição de frações de denominadores diferentes



Fonte: Acervo da autora

Figura 16 – Sobreposição para soma de frações de denominadores diferentes

Fonte: Acervo da autora

Prosseguindo o professor deve realizar perguntas como:

- Houve mudança de denominador após a soma das frações?
- Qual o novo denominador da fração resultante da soma?
- Há alguma outra maneira de encontrar o novo denominador?

Para os questionamentos levantados espera-se que os(as) alunos(as) percebam que ao somar as frações o denominador mudou passando a ser 5 ou 10. E que existe outra forma de encontrar o novo denominador da soma de frações com denominadores diferentes por meio do mínimo múltiplo comum (MMC).

Em continuidade o(a) professor(a) realizará 2 exemplos, sugestão na figura 17, de soma de frações com denominadores diferentes usando agora o mínimo múltiplo comum para que os alunos possam entender como proceder com cálculo matemático.

Figura 17 – Adição de frações com uso do MMC

1) Resolva as operações de adição de frações abaixo, utilizando o mínimo múltiplo comum.

a) $\frac{2}{5} + \frac{4}{6}$ **b)** $\frac{1}{2} + \frac{6}{7}$ **c)** $\frac{2}{3} + \frac{7}{9}$

Fonte: Acervo da autora

Sequencialmente o(a) docente realizará o momento desafio (ver figura 18), que consistirá em apresentar uma situação problema para que os(as) estudantes registrem em seu caderno e consigam resolvê-lo com auxílio do material concreto. Para o desafio lançado é esperado que os alunos tenham dificuldades em identificar a "metade" como a fração ½.

Pergunte aos estudantes se alguém gostaria de compartilhar a resposta encontrada. Diante dos resultados informados, avalie se existem dúvidas quanto à resolução do desafio, havendo questionamentos o(a) professor(a) deverá realizar os devidos esclarecimentos, resolver o exercício com o auxílio dos discos de frações e assim dar continuidade na aula.

Figura 18 - Desafio

Laura possui metade da quantidade de figurinhas que seu irmão tem. Após realizarem uma dinâmica, seu irmão deverá dar a ela 2/5 do total das figurinhas que ele possui. Qual a fração representa a quantidade de figurinhas que Laura terá?

Fonte: Acervo da autora

Nos próximos 20 minutos, o(a) docente irá dividir a turma em duplas, onde cada dupla receberá seu kit com as frações circulares e a lista com a atividade proposta, que consta no apêndice G, para que os(as) estudantes a resolvam utilizando material concreto. Durante a execução da atividade o(a) professor(a) deve manter-se ativo andando pela sala de aula auxiliando no desenvolvimento da atividade proposta, esclarecendo as dúvidas que poderão surgir, avaliando o empenho da turma em resolver a atividade proposta, e conduzindo a turma para que todos(as) os(as) alunos(as) estejam envolvidos(as) na atividade proposta.

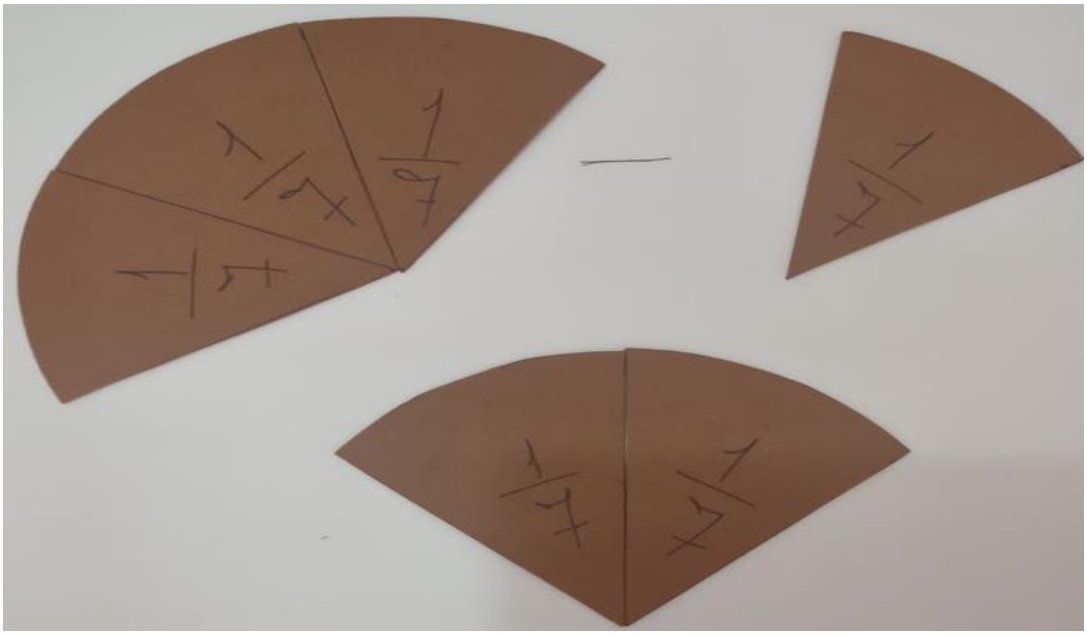
Nos 10 minutos que antecedem o encerramento da aula o(a) professor(a) deve recolher a lista de exercícios, para correção em momento posterior, os materiais utilizados na aula e realizar a organização do ambiente estudantil.

Aula 7 – Subtração de fração

O(A) docente dará início fazendo a acolhida da turma e solicitará que tomem seus devidos lugares. Logo após, se iniciará a conversa com os(as) estudantes sobre a aula anterior, indagando se existem dúvidas sobre o que foi realizado ou se alguém deseja fazer algum apontamento. Na sequência o(a) professor(a) deve informar aos discentes que a aula será similar ao que fizeram na aula anterior, mas agora com subtração de frações.

Em seguida, o(a) docente mostrará com uso do material concreto um exemplo de subtração de frações de denominadores iguais, como o exemplificado na figura 19. Observe que de maneira intuitiva o(a) estudante deverá ser capaz de visualizar a operação matemática de subtração de $\frac{3}{7} - \frac{1}{7}$ e perceberá que ao remover uma parte da fração dada a fração resultante será de $\frac{2}{7}$.

Figura 19 – Subtração de frações de denominadores iguais



Fonte: Acervo da autora

De maneira análoga procede-se para a subtração de frações com denominadores diferentes (ver a figura 20), o(a) aluno(a) deverá encontrar qual disco de fração possui o mesmo tamanho da fração $\frac{1}{3}$. O(A) estudante poderá visualizar que ao realizar tal comparação a fração $\frac{2}{6}$ é equivalente a $\frac{1}{3}$ e ao retirar $\frac{1}{6}$, a fração resultante é $\frac{1}{6}$. O(A) docente deve atentar-se que todo o raciocínio para chegar ao resultado deve ser realizado com a utilização do disco de frações.

Figura 20 – Subtração de frações de denominadores diferentes

Fonte: Acervo da autora

Na sequência o(a) professor(a) realizará 2 exemplos, sugestão na figura 21, de subtração de frações com denominadores diferentes usando agora o MMC para que os(as) alunos(as) possam entender como proceder com cálculo matemático.

Figura 21 – Subtração de frações com uso do MMC

1 – Resolva as operações de frações.

a) $\frac{3}{8} - \frac{1}{3} = __$

b) $\frac{5}{6} - \frac{1}{2} = __$

Fonte: Acervo da autora

Na sequência o(a) professor(a) realizará o momento desafio (ver figura 22), que consistirá em apresentar uma situação problema para que os(as) estudantes registrem em seu caderno e consigam resolvê-lo com auxílio do material concreto. Para o desafio lançado é esperado que os(as) discentes tenham dificuldades em identificar a torta como 1 inteiro (todo).

Figura 22 - Desafio 2

Amanda fez uma torta de chocolate e convidou Alice e Mário para que pudessem provar a torta. Sabendo que os três comeram ⅜ da torta. Qual fração representa a quantidade de torta que ainda sobrou para Amanda?

Fonte: Acervo da autora

Em diálogo com os(as) alunos(as) verifique se alguém gostaria de compartilhar a resposta encontrada. Diante dos resultados informados, avalie se existem dúvidas quanto à resolução do desafio, havendo questionamentos o(a) professor(a) deverá realizar os

devidos esclarecimentos, resolver o exercício com o auxílio dos discos de frações e assim dar prosseguimento na aula.

Nos próximos 20 minutos, o(a) docente irá dividir a turma em duplas, onde cada dupla receberá seu kit com as frações circulares e a lista com a atividade proposta, que consta no apêndice H, para que os(as) estudantes a resolvam utilizando material concreto. Durante a execução da atividade o professor deve manter-se ativo andando pela sala de aula auxiliando no desenvolvimento da atividade proposta, esclarecendo as dúvidas que poderão surgir.

Nos 10 minutos que antecedem o encerramento da aula o(a) professor(a) deve recolher a lista de exercícios e os materiais utilizados na aula, organizar o ambiente escolar e conversar sobre os aprendizados realizados na aula.

Aula 8 – Resolvendo e elaborando problemas de adição e subtração de fração

O(A) docente iniciará a aula fazendo a acolhida dos(as) alunos(as) e solicitando que se sentem em seus lugares de maneira perfilada. Durante 15 minutos o(a) professor(a) fará um apanhado de tudo já estudado até o momento, com resolução de alguns exercícios, conforme a sugestão da figura 22.

Figura 22 - Recapitulando

FRAÇÕES

1) Resolva as operações de frações e represente graficamente os resultados encontrados.

a) $\frac{7}{8} - \frac{2}{8}$ **b)** $\frac{2}{4} + \frac{1}{4}$ **c)** $\frac{2}{3} - \frac{3}{5}$ **d)** $\frac{1}{2} + \frac{3}{10}$

2) Complete as sentenças com o sinal de > (maior), < (menor) ou ≡ (equivalente).

a) $\frac{1}{2} \square \frac{4}{5}$ **b)** $\frac{2}{6} \square \frac{1}{3}$ **c)** $\frac{5}{7} \square \frac{3}{8}$

3) Para as representações gráficas apresentadas abaixo, indique a fração correspondente.

a) b) c)

Fonte: Acervo da autora

Durante o momento de recapitulação, lembre-se de realizar questionamentos para que o(a) aluno se lembre de tudo o que já foi trabalhado. Ressalta-se a importância de o(a) docente não fornecer as respostas prontas para que o(a) estudante seja capaz de elaborar sua resposta.

Prosseguindo, explique aos discentes que a partir das operações entre frações já trabalhadas (adição e subtração), serão desafiados a resolverem as situações problemas, disponibilizadas no apêndice I.

Na sequência, o(a) docente organizará a turma em duplas e entregará a cada dupla a atividade disponibilizada no apêndice I. O exercício 4 da atividade a ser realizada consiste na elaboração de uma situação-problema em que cada estudante deverá elaborar, devendo o problema proposto contemplar o conteúdo de adição ou subtração de frações, ou ambas as operações. Ao realizarem o exercício 4, os(as) alunos(as) devem trocar entre si suas atividades para que o(a) colega possa resolver a questão proposta por seu(sua) parceiro(a) de dupla.

Durante o desenvolvimento da atividade o(a) docente deve manter-se ativo andando pela sala esclarecendo as dúvidas dos(as) alunos(as) em voz alta para que todos(as) possam ouvir, verificar a participação dos presentes e o desenvolvimento da atividade proposta.

Nos 10 minutos que antecedem o encerramento da aula o(a) professor(a) deve recolher as situações problemas criadas pelos(as) estudantes, organizar o ambiente escolar e finalizar a aula

4ª etapa - Fixação do conhecimento

Essa etapa objetiva fixar os conteúdos trabalhados durante a sequência didática, e é composta por uma aula com a aplicação do jogo dorminhoco das frações disponibilizado no portal nova escola, elaborado por SCHULZ, 2020 e adaptado pela autora.

Aula 9 – Jogo "Dorminhoco das frações"[2]

Inicialmente o docente realizará a acolhida dos(as) estudantes e solicitará que se sentem em seus lugares. Durante 10 minutos o professor realizará o sorteio de 5 problemas elaborados pelos(as) alunos(as) na aula anterior e realizará a correção no quadro e verificará se alguém possui alguma dúvida. Não havendo dúvidas, a aula seguirá adiante com a proposta do "jogo dorminhoco das frações".

O(A) docente deve realizar a explicação de como funcionará o "jogo dorminhoco das frações", constante no apêndice J, e realizar a divisão da turma em grupos de até 6 alunos(as). Deve-se observar que o jogo aconteça por pelo menos 3 vezes para que cada aluno tenha a oportunidade de formar pelo menos 3 jogos completos de 6 cartas. Lembre-se de enfatizar que o estudante não pode formar um jogo de cartas já usado por ele nas rodadas anteriores durante a realização da atividade proposta. Sobre a supervisão do(a) professor(a) que deverá manter-se ativo em sala de aula a fim de garantir a participação de todos os presentes, esclarecer possíveis dúvidas e manter o controle sobre a turma.

Atente-se que nas dificuldades apresentadas durante o desenvolvimento do jogo as dúvidas apresentadas pelos(as) estudantes devem receber direcionamentos, questionamentos para que o(a) aluno(a) seja capaz de construir o conhecimento e assim chegar à resposta que procura.

Destina-se os últimos 10 minutos para organização do ambiente estudantil, esclarecimento de possíveis questionamentos que possam surgir e feedback dos alunos sobre a atividade proposta. Nada mais tendo a resolver a aula é encerrada.

5ª etapa- Aplicação e correção da avaliação

Aula 10 – Verificação da aprendizagem

O(A) professor(a) iniciará com uma acolhida da turma e solicitando que ocupem seus devidos lugares. Os(as) alunos(as) deverão estar perfilados e, então, o docente explicará para a turma que será aplicada uma avaliação individual (ver apêndice K), com o objetivo de melhor verificar a aprendizagem e o conhecimento acerca de todo conteúdo

[2] https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/4ano/matematica/brincando-com-fracoes/1068. Acesso em: 28 ago. 2024.

abordado até o momento (representação, correspondência da fração com seu número racional decimal, comparação, equivalência, adição e subtração de frações).

Será realizada a distribuição das avaliações entre os(as) discentes da turma e uma breve explicação do que se pede em cada item da avaliação. O(A) docente deve destacar que na última página, tem um espaço para que cada estudante escreva um depoimento contando sua experiência e opinião em relação a metodologia utilizada no ensino das frações, aplicada em aula.

Os(As) alunos(as) darão início à resolução da avaliação e, neste momento, o professor deverá caminhar pela sala e tirar dúvidas dos(as) discentes, em voz alta, de modo que todos da turma possam escutar. Ao final da aula, o(a) professor(a) recolherá todas as avaliações e posteriormente efetuará as devidas correções.

Avaliação

Durante o desenvolvimento das atividades propostas em aula, os(as) alunos(as) serão avaliados pela participação, envolvimento, comunicação oral e escrita e pela avaliação individual aplicada na aula 10 e disponibilizada no apêndice K, onde será avaliado o conhecimento e a aprendizagem de cada discente, referente a todo conteúdo abordado.

Conforme relatado no escopo da sequência didática, o(a) professor(a) deverá em momentos oportunos através do diálogo com os(as) estudantes incentivar a participação em todas as atividades propostas.

Para as atividades que requerem registros como as atividades impressas e entregues aos estudantes, o(a) docente deverá realizar as devidas correções para avaliar o aprendizado da turma e sanar as possíveis dúvidas que possam surgir.

Em relação aos questionamentos levantados pelo(a) professor(a) durante a aplicação da sequência didática, é necessário que o(a) docente faça a análise e avaliação das respostas ou comentários dos(as) alunos(as) para que não haja interpretações equivocadas sobre o conteúdo que está sendo trabalhado ou ainda para complementar as soluções apresentadas.

Para estabelecer o sistema de pontuação sobre o conhecimento adquirido pelo(a) discente, sugere-se que o(a) docente o faça na avaliação final, tendo em vista a diretriz e o ambiente escolar em que está submetido.

Referências

ALVES, Iara Suriano. S.I.: **Bingo das frações**, 2021. Color. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=4Cyir1j40xY. Acesso em: 01 set. 2024.

BOYER, Carl B. (ed.). **História da Matemática**. 2. ed. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgar Blucher, 1996. 488 p.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular.** Ministério da Educação, 2018. 600p.

CAVALIERI, Leandro. **O Ensino das Frações**. 2005. 54 f. Monografia (Especialização) - Curso de Ensino da Matemática, Universidade Paranaense, Umuarama, 2005. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Monografia_Cavalieri.pdf. Acesso em: 29 set. 2024.

LORENZATO, Sérgio. **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. 3. ed. Campinas-Sp: Autores Associados, 2021. 191 p.

RIPOLL, Cydara Cavedon; SIMAS, Fabio Luiz Borges; BORTOLOSSI, Humberto José; RANGEL, Letícia; GIRALDO, Victor Augusto; REZENDE, Wanderley Moura; QUINTANEIRO, Wellerson da Silva. **Frações no ensino fundamental: volume 1**. Rio de Janeiro: Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (Impa-Os), 2016. 99 p. Disponível em: https://www.conecta.mat.br/wp-content/uploads/2023/05/fracoes_v2_book_view.pdf. Acesso em: 12 nov. 2024.

SCHULZ, Thaís. **Brincando com frações**. Rio de Janeiro, 2020. Color. Disponível em: https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/4ano/matematica/brincando-com-fracoes/1068. Acesso em: 28 ago. 2024.

APÊNDICE A – Avaliação diagnóstica

Avaliação Diagnóstica

NOME:_____

SÉRIE/TURMA:_____

1- Represente graficamente as frações abaixo.

a) $\frac{2}{3}$	**b)** $\frac{7}{10}$	**c)** $\frac{4}{5}$

2- Identifique o numerador e denominador das frações abaixo, indicando qual deles representa a parte/todo da fração.

a) $\frac{4}{9}$	**b)** $\frac{6}{7}$	**c)** $\frac{3}{4}$

3- Escreva por extenso as frações representadas a seguir:

a) $\frac{1}{2}$ _____

b) $3\frac{5}{8}$ _____

c) $\frac{2}{9}$ _____

d) $\frac{4}{7}$ _____

4- Relacione as frações com seu número racional decimal correspondente.

a) $\frac{3}{5}$ ( ) 0,9

b) $\frac{1}{2}$ ( ) 0,875

c) $\frac{2}{7}$ ( ) 0,6

d) $\frac{9}{10}$ ( ) 0,286

e) $\frac{7}{8}$ ( ) 0,5

5- Ligue as representações gráficas a seguir, a sua fração correspondente.

a)

b)

c)

* $\frac{1}{2}$

* $\frac{5}{6}$

* $2\frac{2}{3}$

d)

e)

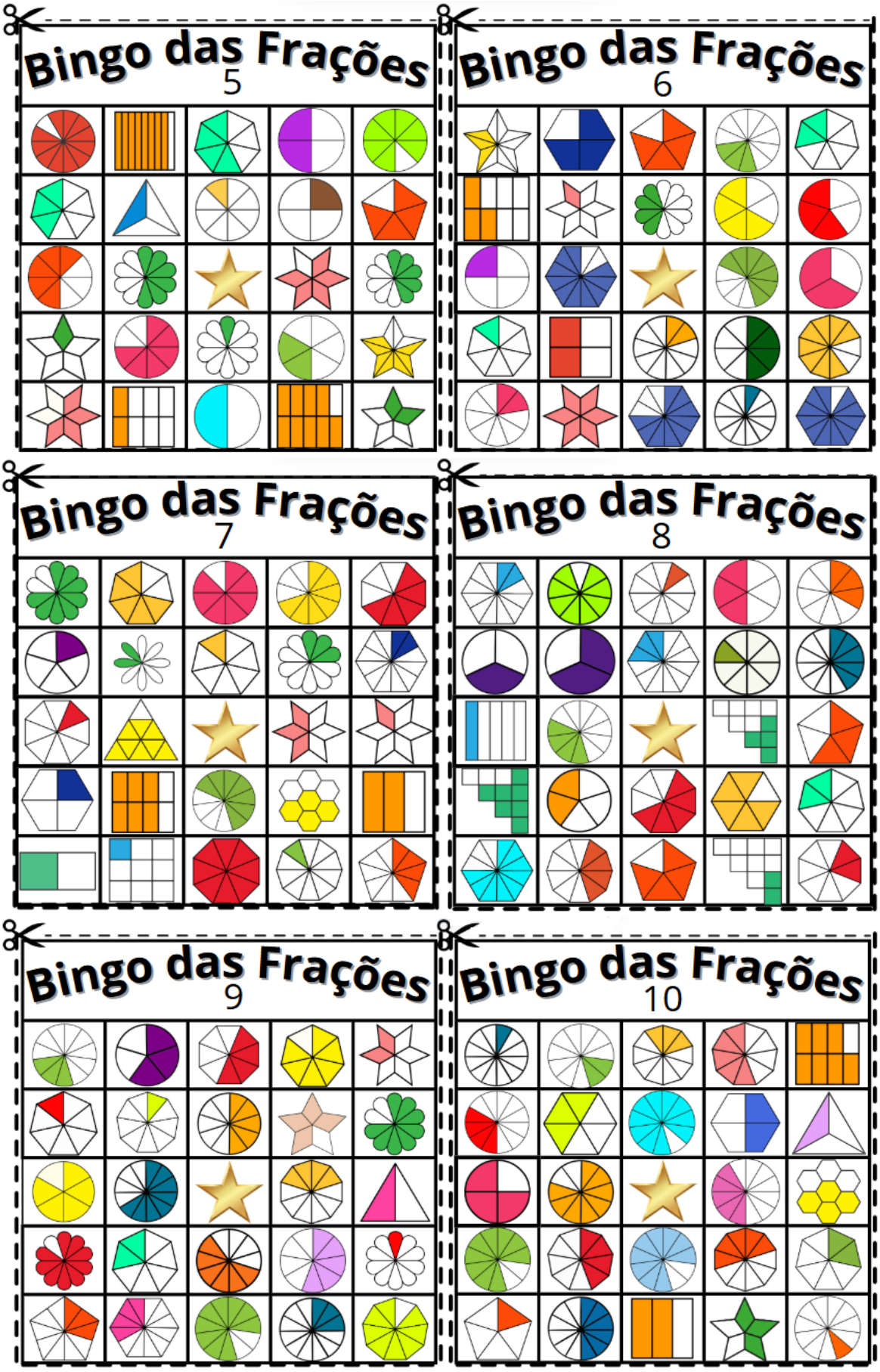
* $\frac{1}{9}$

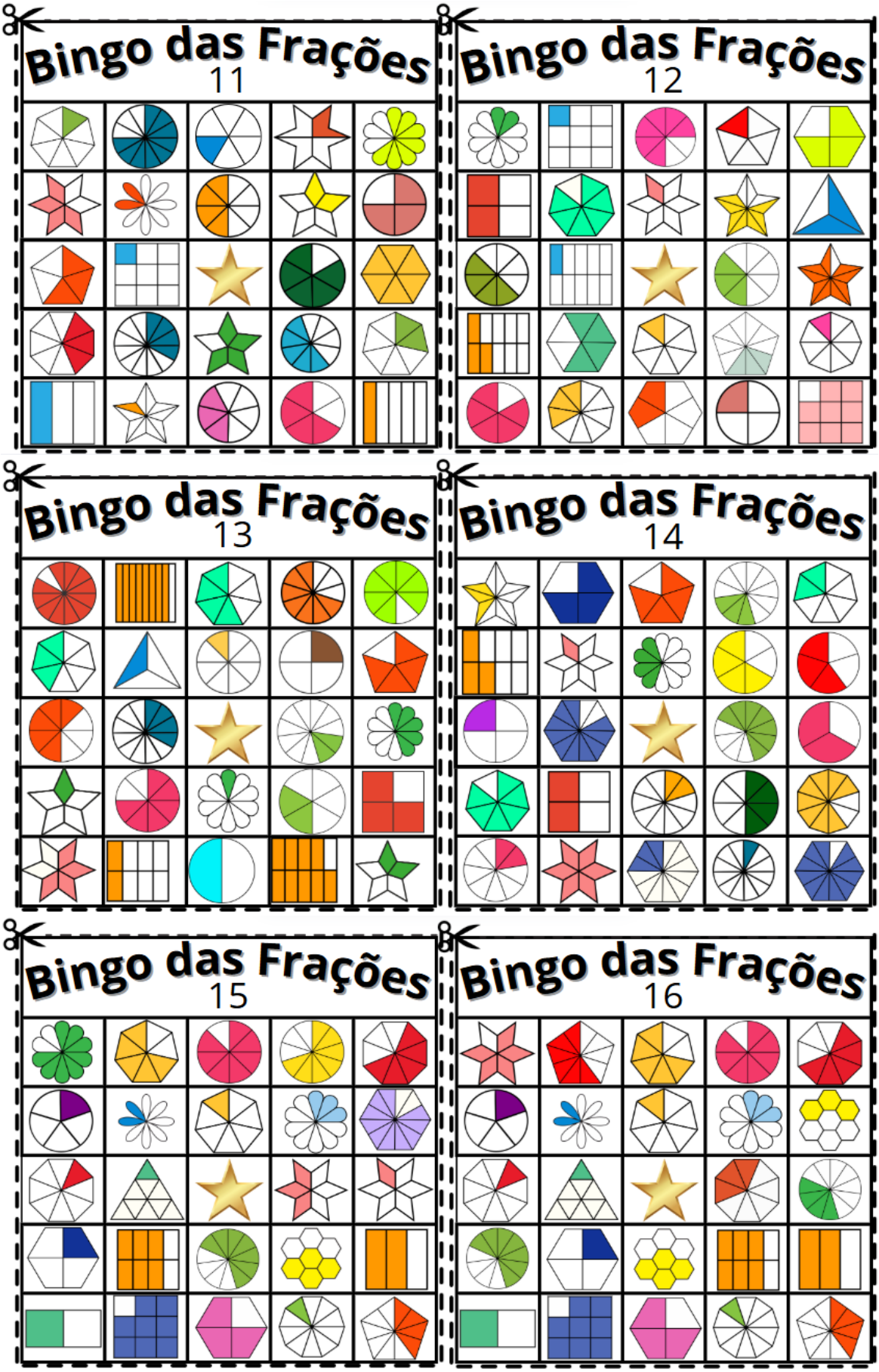
* $\frac{7}{10}$

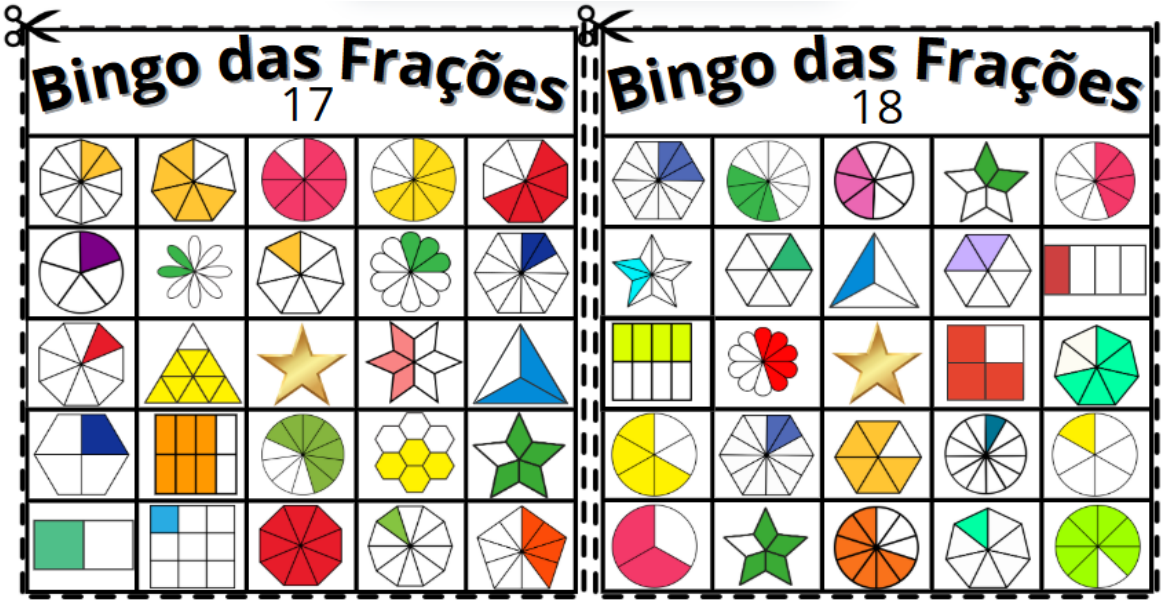
6- Para os pares de frações indicados a seguir, assinale o par que contém frações equivalentes.

a) $\frac{1}{11}$ e $\frac{3}{5}$; **b)** $\frac{2}{6}$ e $\frac{4}{7}$; **c)** $\frac{2}{8}$ e $\frac{1}{9}$; **d)** $\frac{1}{2}$ e $\frac{6}{12}$

APÊNDICE B – Cartelas do Bingo das Frações


Bingo das Frações
5
Bingo das Frações
6
Bingo das Frações
7
Bingo das Frações
8
Bingo das Frações
9
Bingo das Frações
10


Bingo das Frações
11
Bingo das Frações
12
Bingo das Frações
13
Bingo das Frações
14
Bingo das Frações
15
Bingo das Frações
16


Bingo das Frações
17

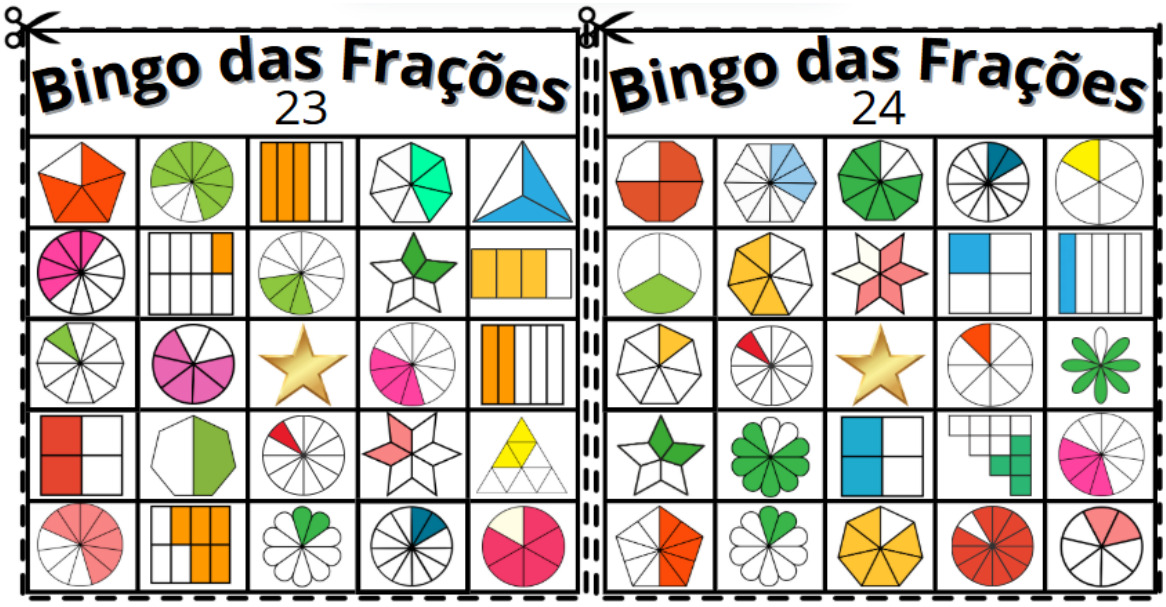
Bingo das Frações
18

Bingo das Frações
19

Bingo das Frações
20

Bingo das Frações
21

Bingo das Frações
22


Bingo das Frações
23

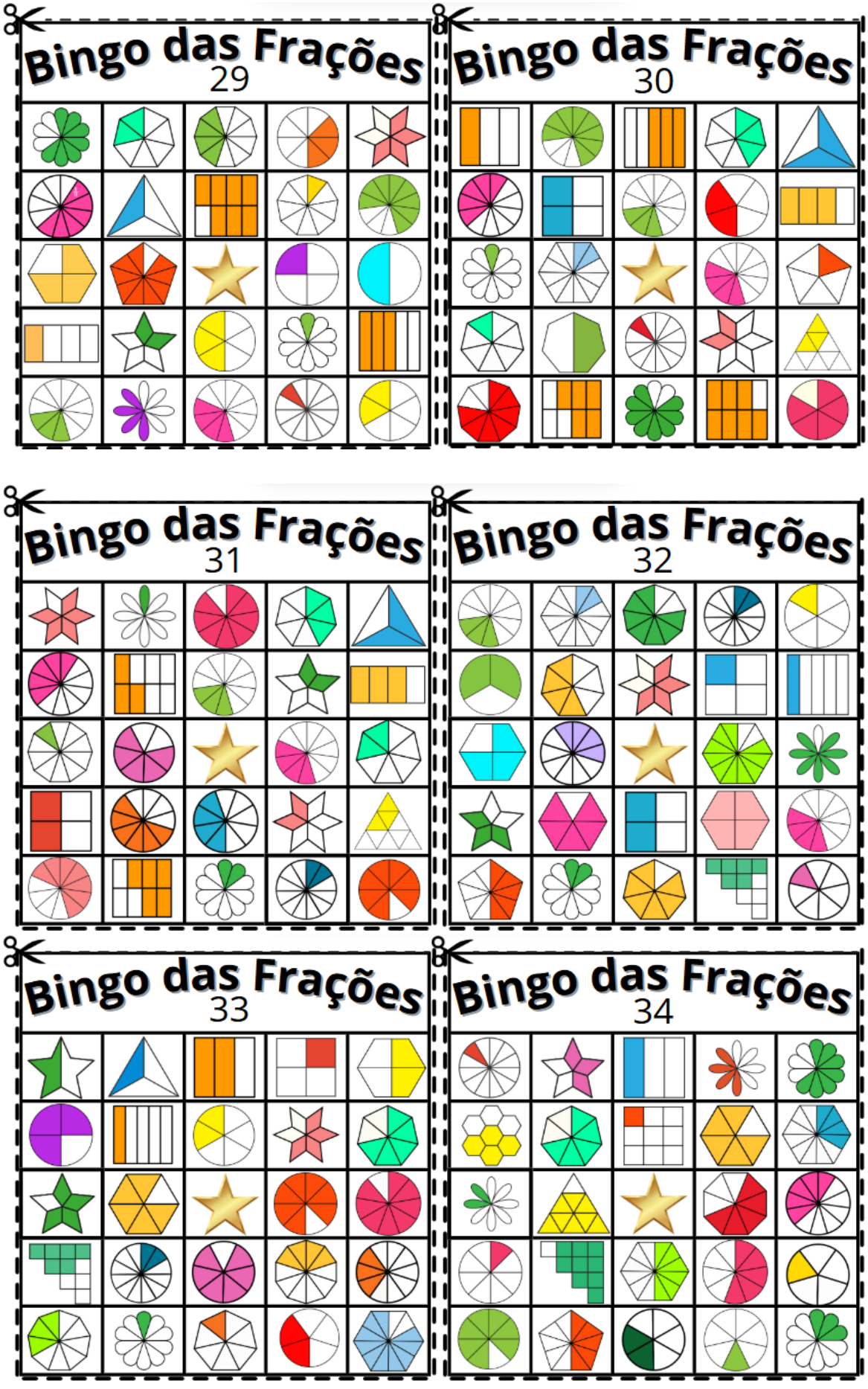
Bingo das Frações
24

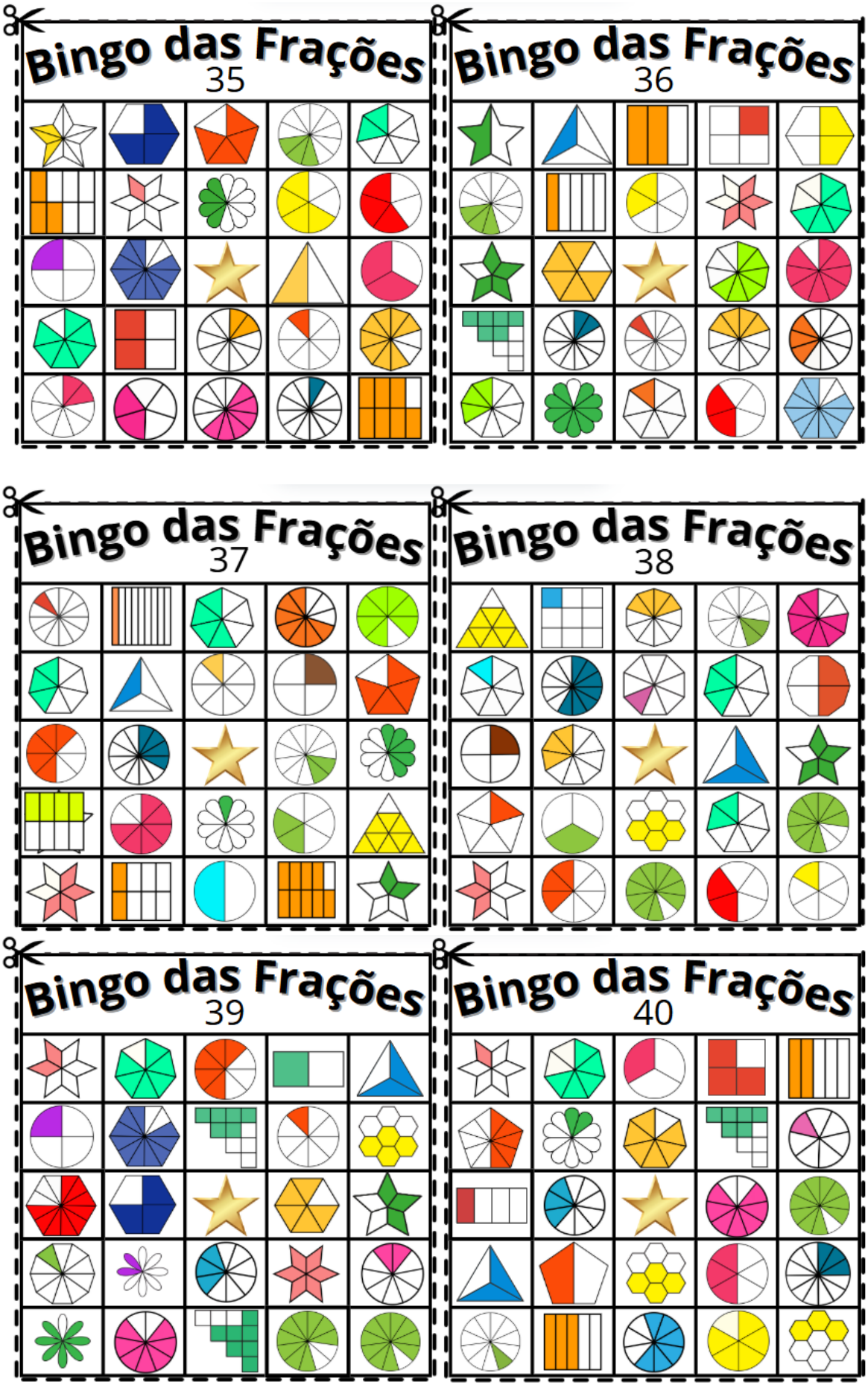
Bingo das Frações
25

Bingo das Frações
26

Bingo das Frações
27

Bingo das Frações
28


Bingo das Frações
29
Bingo das Frações
30
Bingo das Frações
31
Bingo das Frações
32
Bingo das Frações
33
Bingo das Frações
34


Bingo das Frações
35
Bingo das Frações
36
Bingo das Frações
37
Bingo das Frações
38
Bingo das Frações
39
Bingo das Frações
40

APÊNDICE C - Fichas para o Bingo das Frações

As frações e números racionais decimais em vermelho apresentam frações equivalentes.

1	Um inteiro	$\frac{1}{2}$	0,5	$\frac{1}{3}$	$0,\overline{3}$
$\frac{2}{3}$	$0,\overline{6}$	$\frac{1}{4}$	0,25	$\frac{2}{4}$	0,5
$\frac{3}{4}$	0,75	$\frac{1}{5}$	0,20	$\frac{2}{5}$	0,4
$\frac{3}{5}$	0,6	$\frac{4}{5}$	0,8	$\frac{1}{6}$	$0,1\overline{6}$
$\frac{2}{6}$	$0,\overline{3}$	$\frac{3}{6}$	0,5	$\frac{4}{6}$	$0,\overline{6}$
$\frac{5}{6}$	$0,8\overline{3}$	$\frac{1}{7}$	0,142...	$\frac{2}{7}$	0,285...
$\frac{3}{7}$	0,428...	$\frac{4}{7}$	0,571...	$\frac{5}{7}$	0,714...
$\frac{6}{7}$	0,857...	$\frac{1}{8}$	0,125	$\frac{2}{8}$	0,25
$\frac{3}{8}$	0,375	$\frac{4}{8}$	0,5	$\frac{5}{8}$	0,625
$\frac{6}{8}$	0,75	$\frac{7}{8}$	0,875	$\frac{1}{9}$	$0,\overline{1}$
$\frac{2}{9}$	$0,\overline{2}$	$\frac{3}{9}$	$0,\overline{3}$	$\frac{4}{9}$	$0,\overline{4}$

$\frac{5}{9}$	$0,5\overline{5}$	$\frac{6}{9}$	$0,6\overline{6}$	$\frac{7}{9}$	$0,7\overline{7}$
$\frac{8}{9}$	$0,8\overline{8}$	$\frac{1}{10}$	$0,1$	$\frac{2}{10}$	$0,2$
$\frac{3}{10}$	$0,3$	$\frac{4}{10}$	$0,4$	$\frac{5}{10}$	$0,5$
$\frac{6}{10}$	$0,6$	$\frac{7}{10}$	$0,7$	$\frac{8}{10}$	$0,8$
$\frac{9}{10}$	$0,9$	$\frac{1}{11}$	$0,\overline{09}$	$\frac{2}{11}$	$0,\overline{18}$
$\frac{3}{11}$	$0,\overline{27}$	$\frac{4}{11}$	$0,\overline{36}$	$\frac{5}{11}$	$0,\overline{45}$
$\frac{6}{11}$	$0,\overline{54}$	$\frac{7}{11}$	$0,\overline{63}$	$\frac{8}{11}$	$0,\overline{72}$
$\frac{9}{11}$	$0,\overline{81}$	$\frac{10}{11}$	$0,\overline{90}$	$\frac{1}{12}$	$0,08\overline{3}$
$\frac{2}{12}$	$0,1\overline{6}$	$\frac{3}{12}$	$0,25$	$\frac{4}{12}$	$0,3\overline{3}$
$\frac{5}{12}$	$0,41\overline{6}$	$\frac{6}{12}$	$0,5$	$\frac{7}{12}$	$0,58\overline{3}$
$\frac{8}{12}$	$0,6\overline{6}$	$\frac{9}{12}$	$0,75$	$\frac{10}{12}$	$0,8\overline{3}$
$\frac{11}{12}$	$0,91\overline{6}$				

Apêndice D - Atividade complementar Bingo das Frações

NOME: _____

SÉRIE/TURMA: _____

1 – Escreva na forma de fração $(\frac{a}{b})$

BINGO DAS FRAÇÕES				
		★		

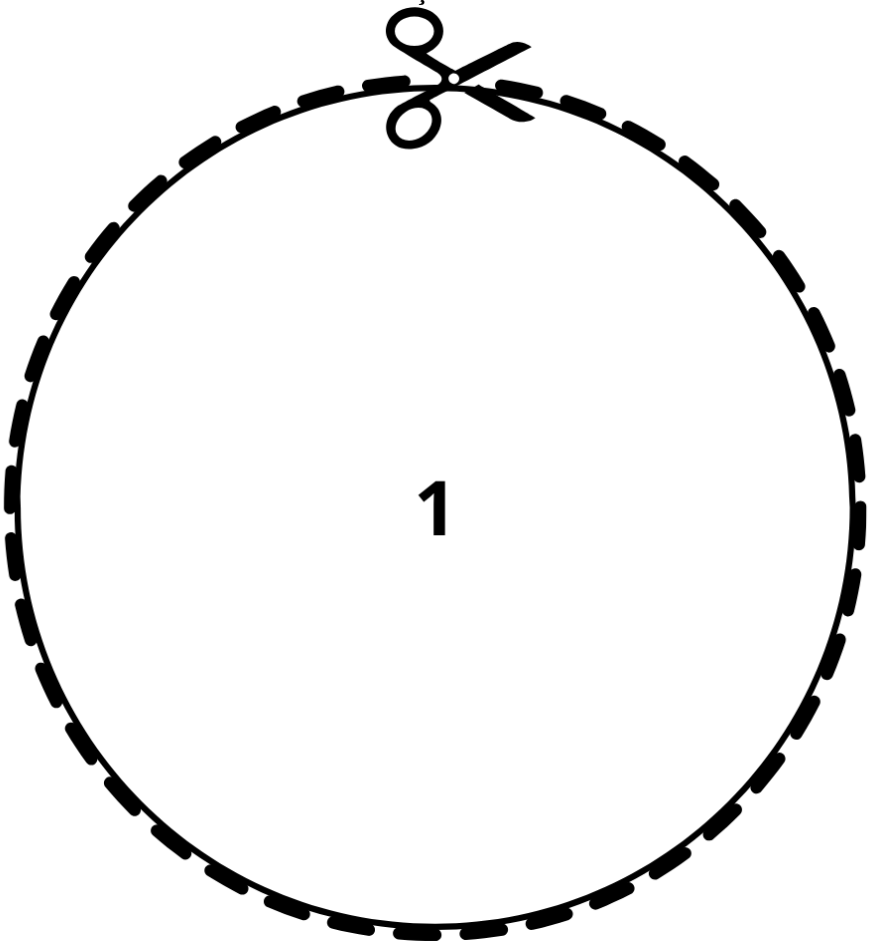
2 – Escreva na forma de número racional (representação decimal da fração)

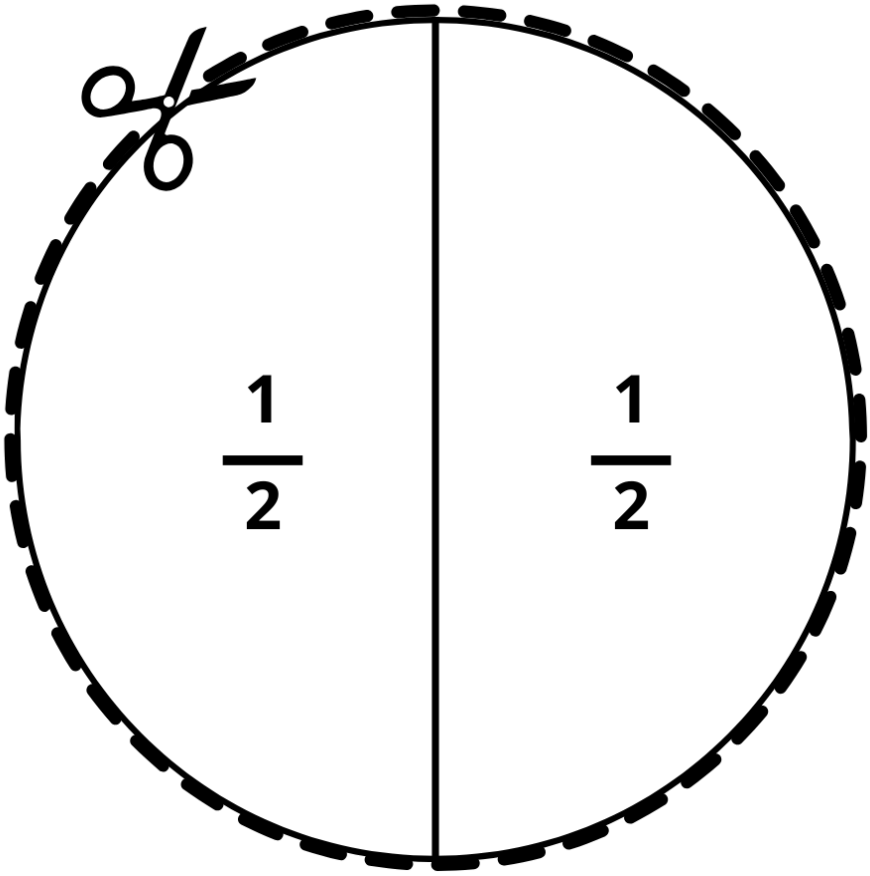
BINGO DAS FRAÇÕES				
		★		

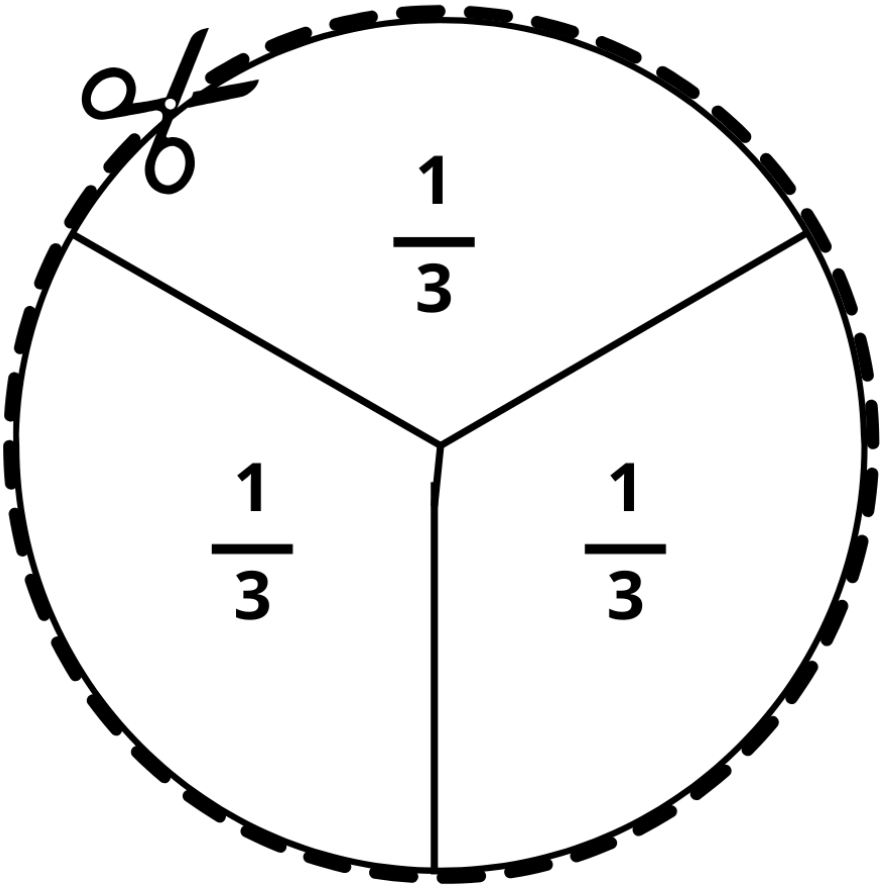
3 – Escreva como se lê.

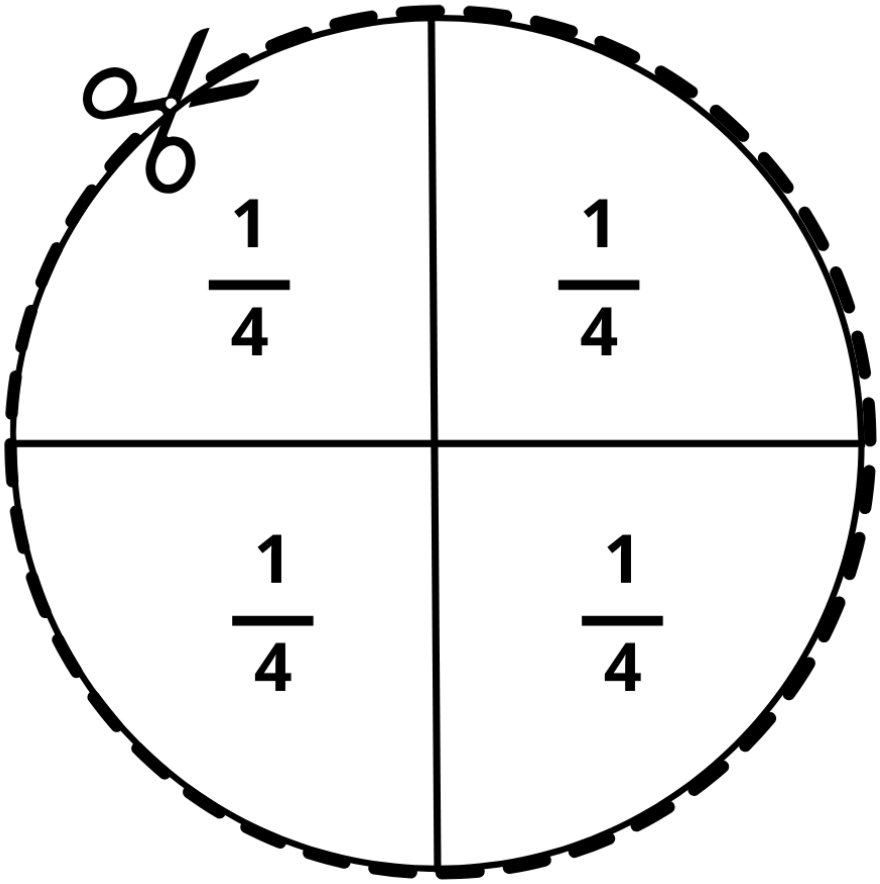
BINGO DAS FRAÇÕES				
		★		

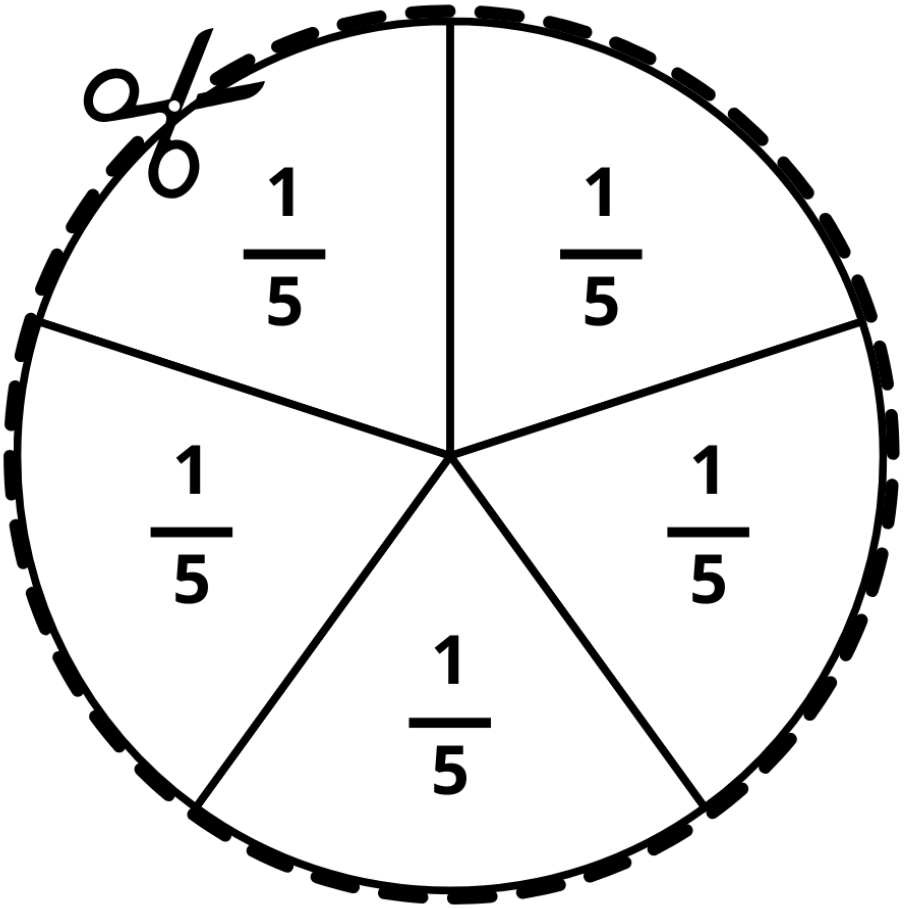
APÊNDICE E– Moldes dos discos de frações

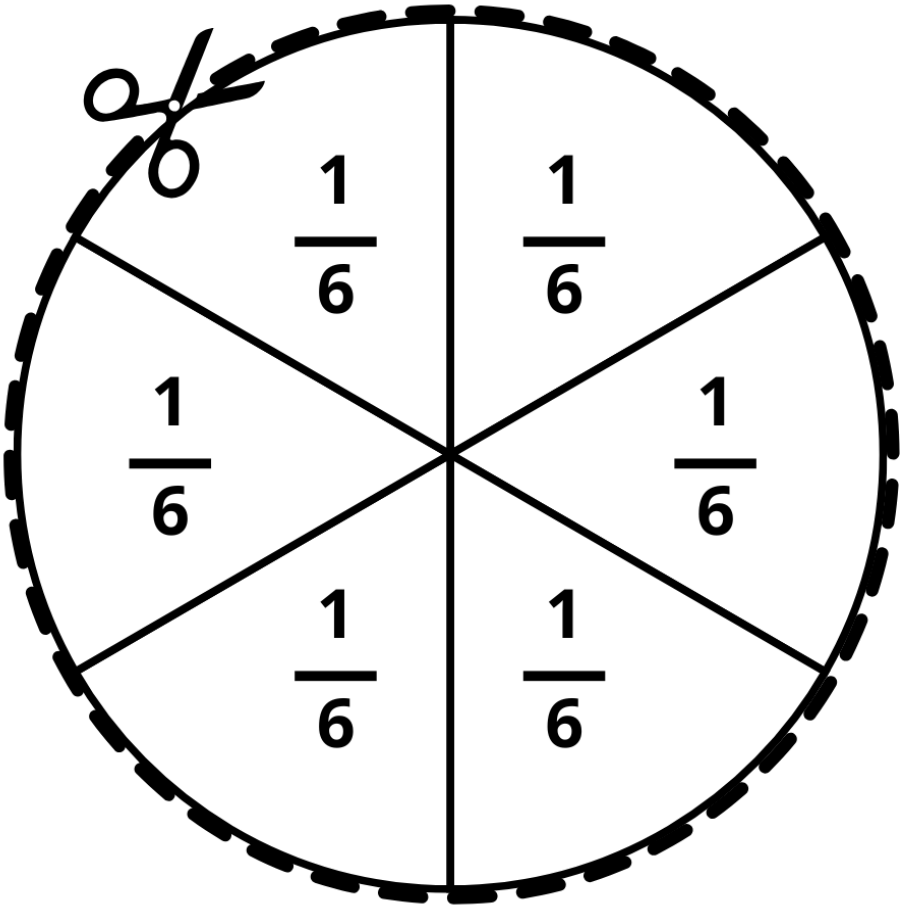


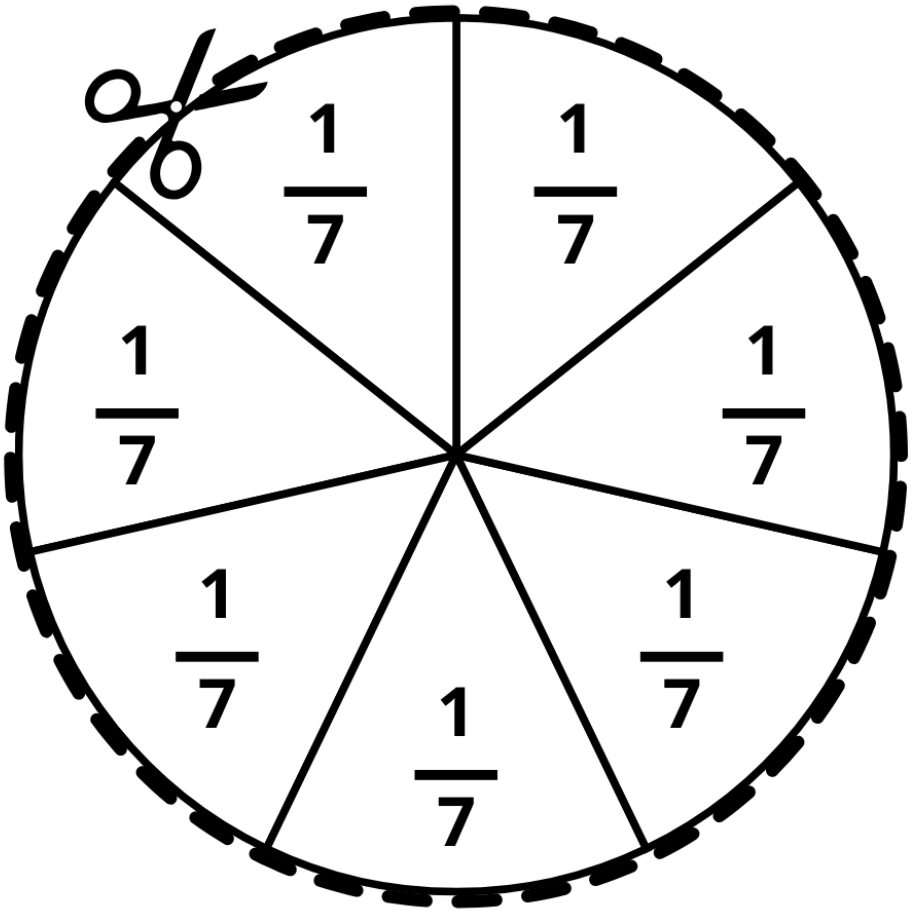


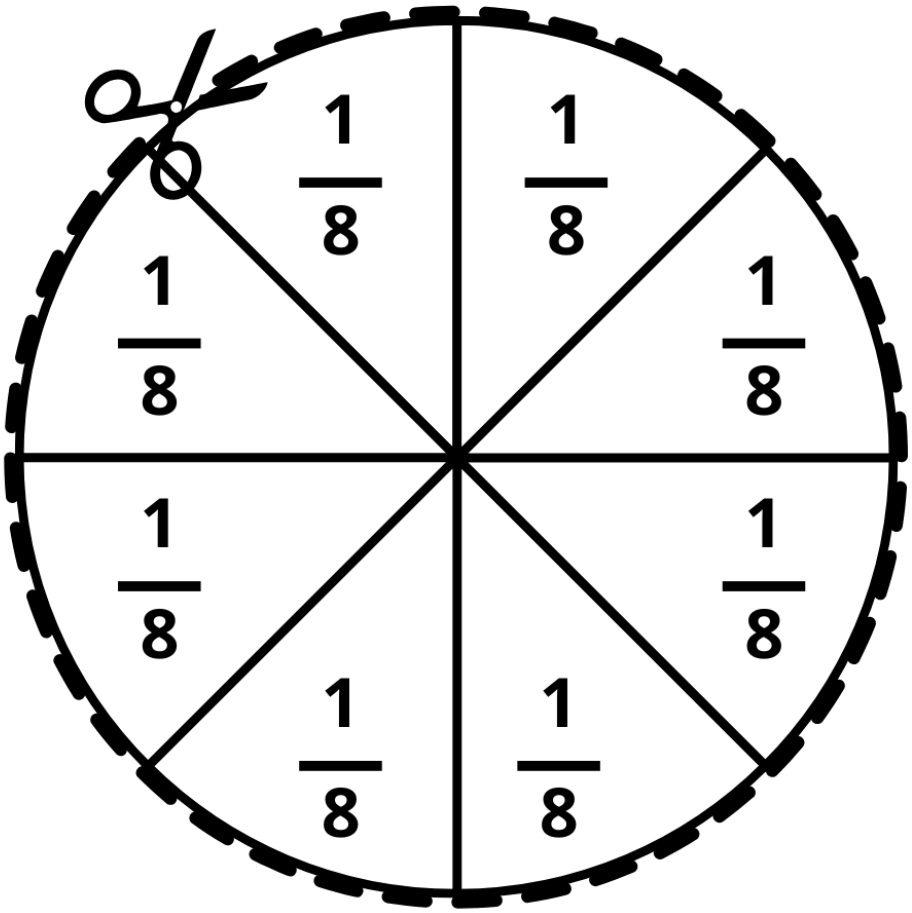

1/3
1/3
1/3

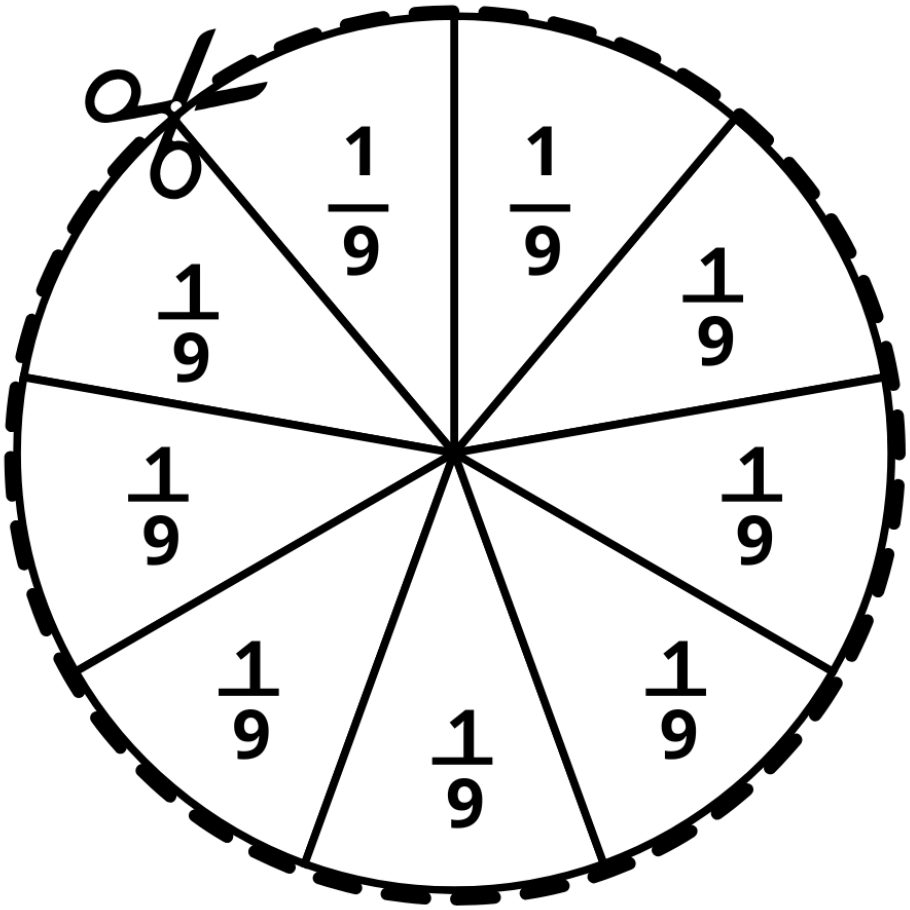

1/4
1/4
1/4
1/4

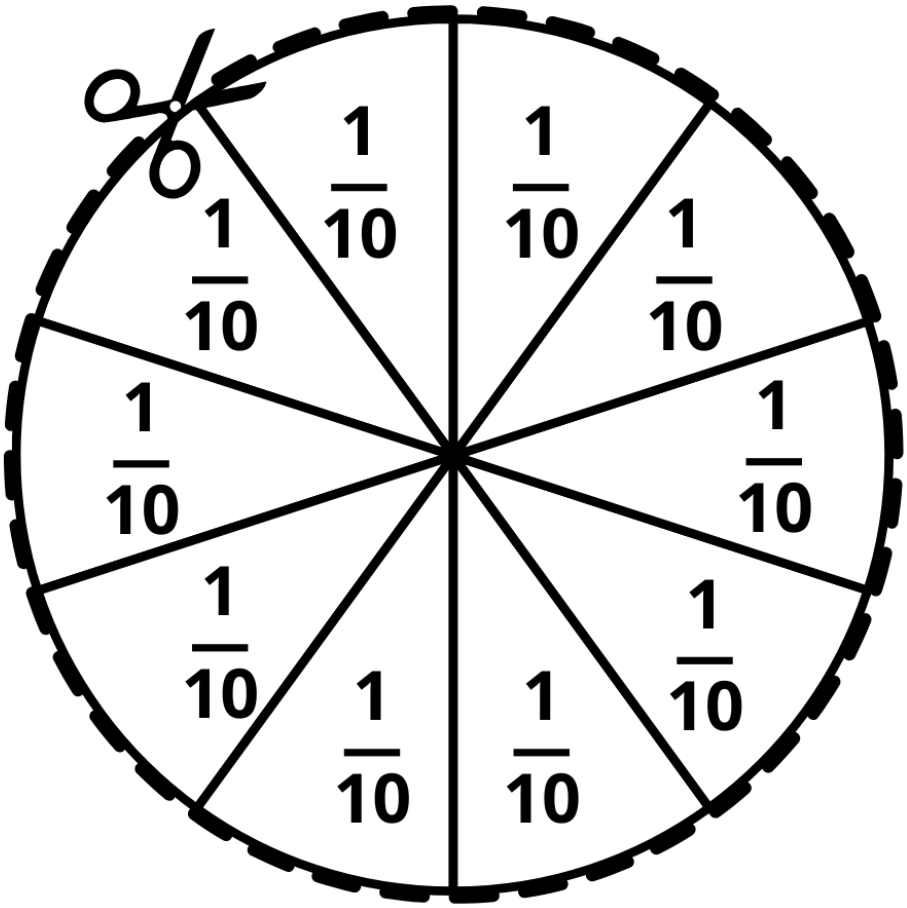

1/5
1/5
1/5
1/5
1/5

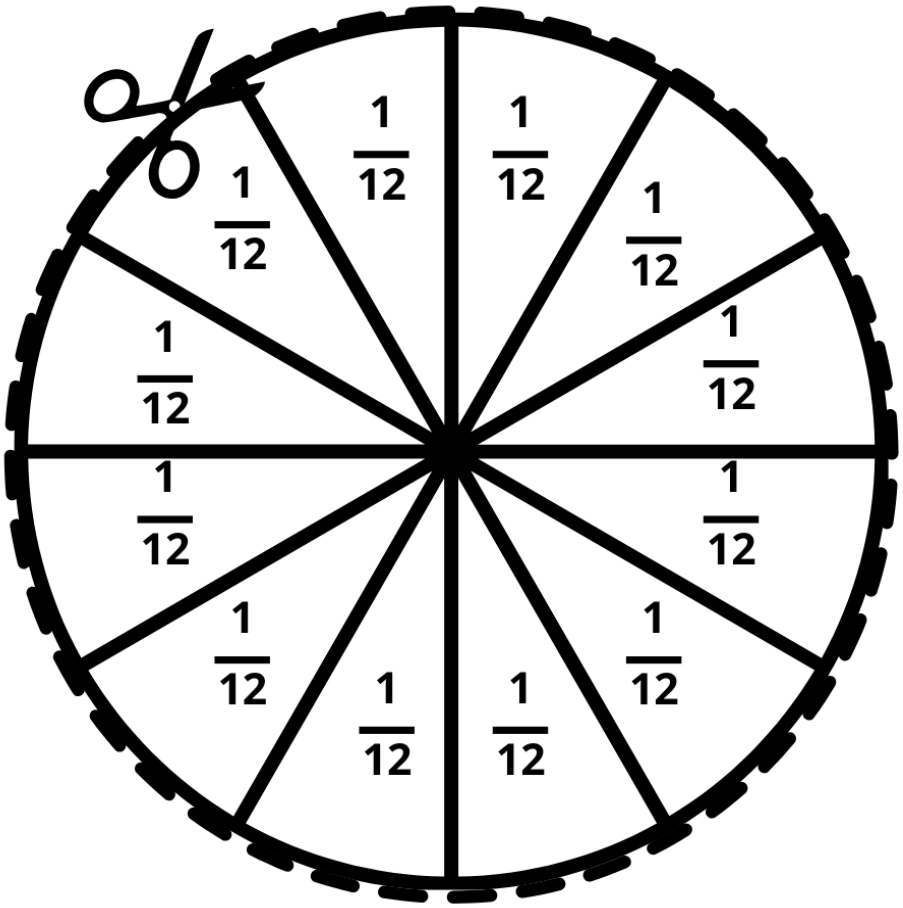

1/6
1/6
1/6
1/6
1/6
1/6

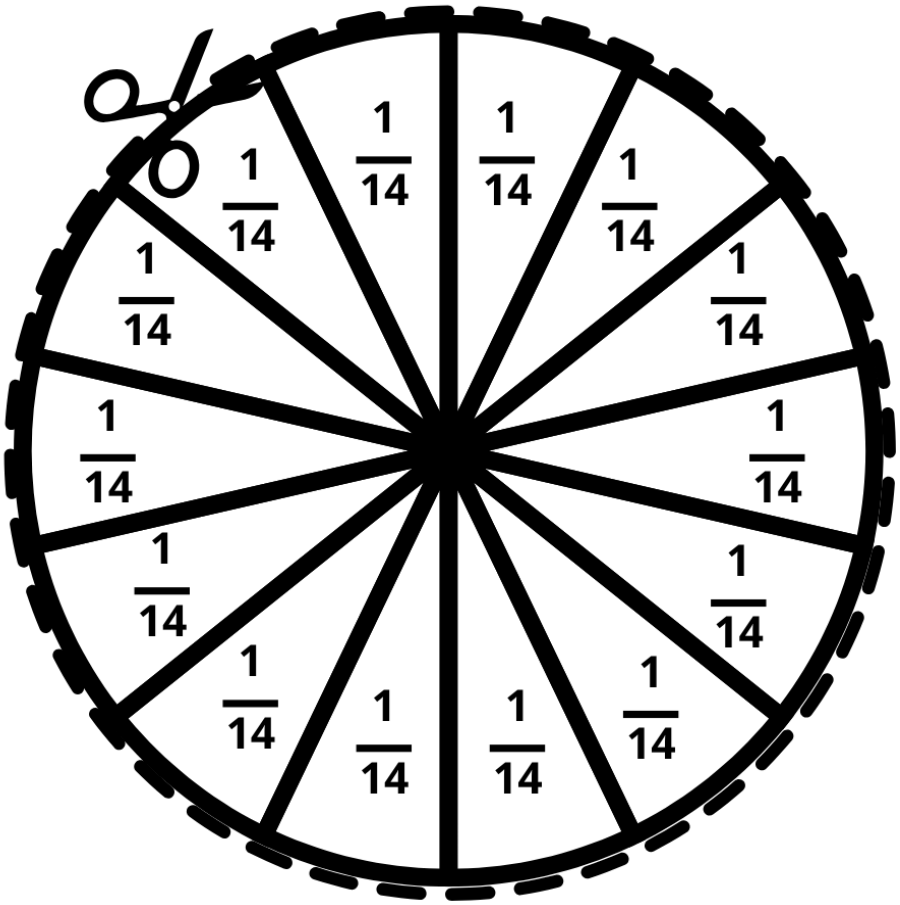

1/7
1/7
1/7
1/7
1/7
1/7
1/7

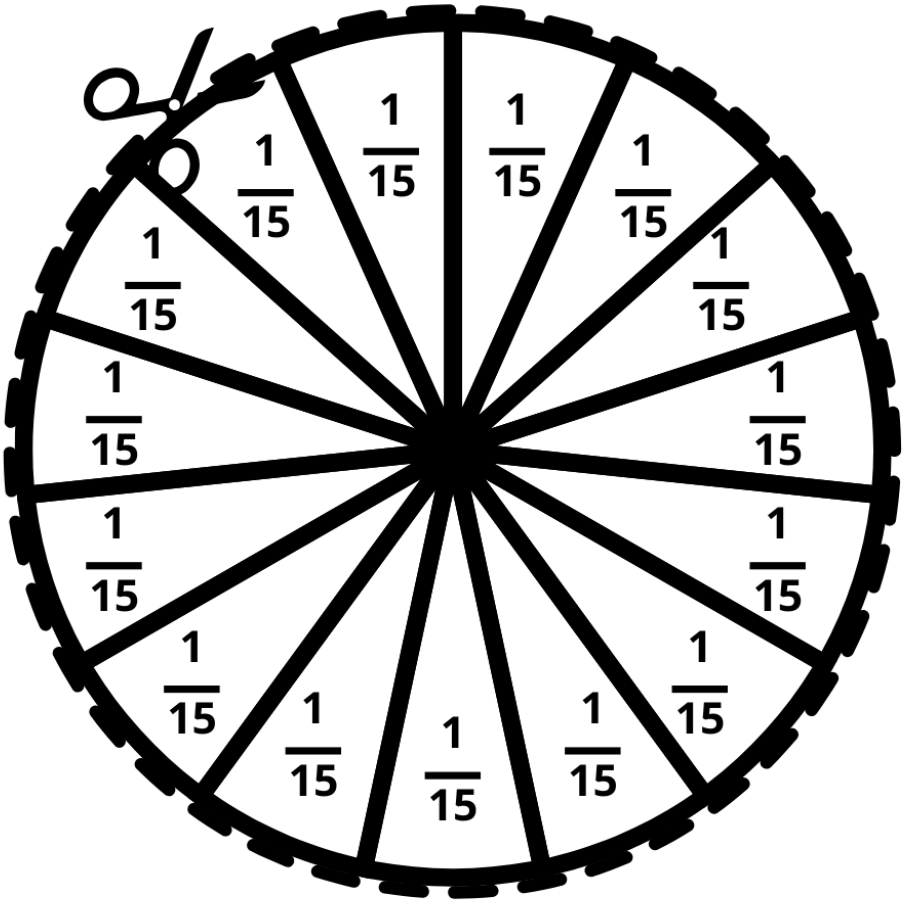

1/8
1/8
1/8
1/8
1/8
1/8
1/8
1/8

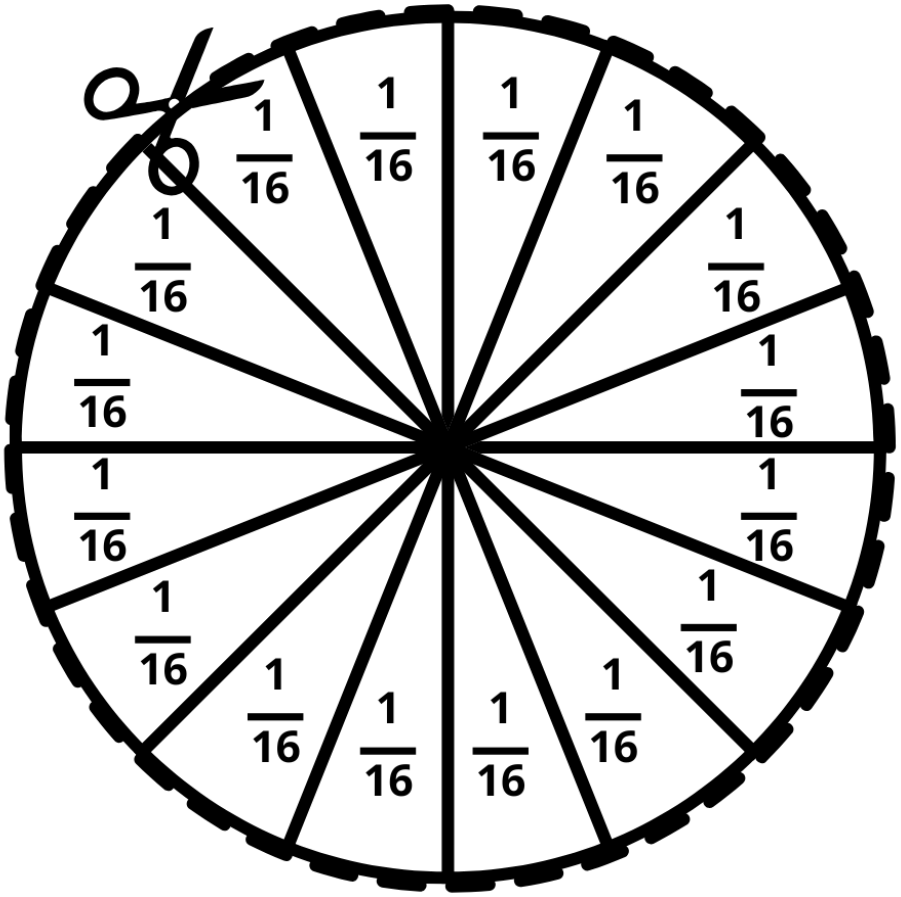

1/9
1/9
1/9
1/9
1/9
1/9
1/9
1/9
1/9


1/10
1/10
1/10
1/10
1/10
1/10
1/10
1/10
1/10
1/10


1/12
1/12
1/12
1/12
1/12
1/12
1/12
1/12
1/12
1/12
1/12
1/12


1/14
1/14
1/14
1/14
1/14
1/14
1/14
1/14
1/14
1/14
1/14
1/14
1/14
1/14





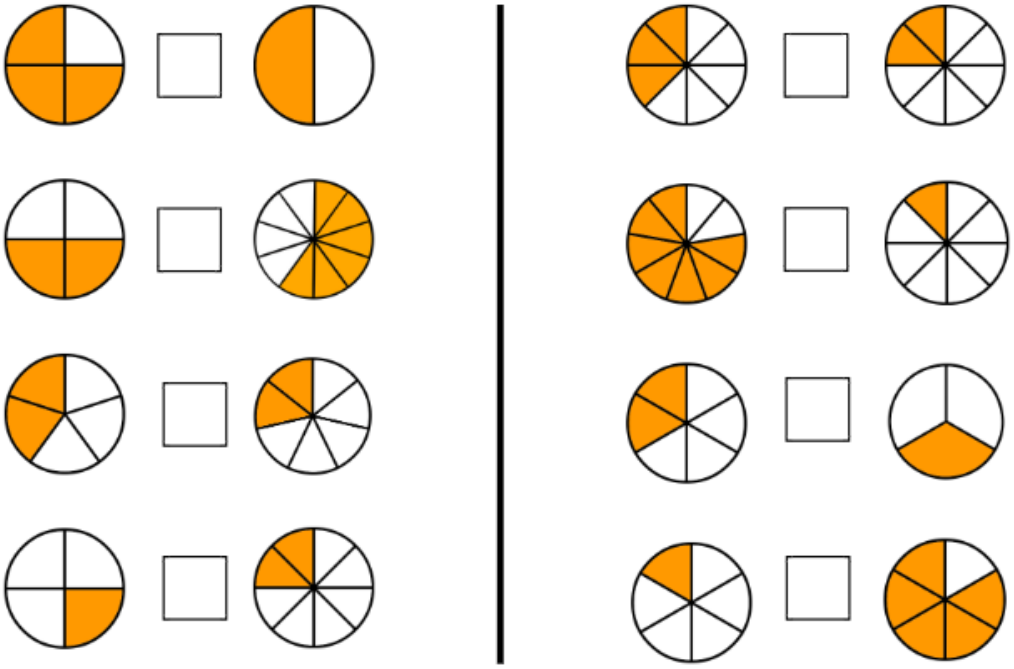
APÊNDICE F – Atividade 4: Comparação e equivalência de frações

Atividade 4 - Comparação e equivalência de frações

NOME:_____

SÉRIE/TURMA:_____

1) A partir das representações gráficas apresentadas abaixo, complete as sentenças com os sinais de > (maior) ou < (menor) = (igual ou equivalente) de modo a torná-las verdadeiras.



2) Com uso dos discos de frações complete as sentenças abaixo com os sinais de > (maior) ou < (menor) de modo a torná-las verdadeiras.

a) $\frac{2}{3} \square \frac{1}{3}$ b) $\frac{3}{7} \square \frac{5}{7}$ c) $\frac{3}{8} \square \frac{6}{8}$ d) $\frac{5}{5} \square \frac{4}{5}$

As frações apresentadas acima possuem todas o mesmo denominador? Ao compará-las, o que foi possível observar?

_____

_____

_____

3) Com uso dos discos de frações complete as sentenças com os sinais de > (maior) ou < (menor) de modo a torná-las verdadeiras.

a) $\frac{2}{5} \square \frac{3}{4}$ b) $\frac{4}{6} \square \frac{2}{7}$ c) $\frac{1}{3} \square \frac{6}{8}$ d) $\frac{7}{9} \square \frac{1}{2}$

As frações apresentadas acima possuem todas o mesmo denominador? Ao compará-las, o que foi possível observar?

_____

_____

_____

4) Utilizando os discos fracionários, complete as frações apresentadas de modo a tornar as igualdades verdadeiras.

a) $\frac{2}{5} = \frac{4}{\quad}$ b) $\frac{\quad}{4} = \frac{6}{8}$ c) $\frac{1}{3} = \frac{3}{\quad}$ d) $\frac{4}{\quad} = \frac{1}{2}$

5) De posse dos discos de frações, utilizando a ideia de frações equivalentes resolva o problema enunciado abaixo:
Lukas, Sarah e Sophia compraram uma barra de chocolate. Se Lukas comeu 4/12 da barra de chocolate, Sarah comeu 1/4 da barra de chocolate e Sophia 2/6. Pode-se afirmar que comeram toda a barra de chocolate? Justifique sua resposta.

APÊNDICE G - Atividade 5: Adição de frações

Atividade 5: Adição de frações

1) Utilize os discos de frações a fim de obter a soma das frações dadas no quadro abaixo, anote o resultado no campo indicado. Em seguida, calcule o resultado das adições apresentadas utilizando o MMC (mínimo múltiplo comum), anotando o resultado no espaço adequado. Sequencialmente, compare os denominadores e os resultados encontrados.

	Resultado com uso dos discos de frações	Resultado calculando o MMC
a) $\frac{1}{3}+\frac{2}{5}$		
b) $\frac{3}{7}+\frac{1}{2}$		
c) $\frac{2}{3}+\frac{2}{4}$		
d) $\frac{3}{9}+\frac{6}{9}$		
e) $\frac{3}{10}+\frac{6}{10}$		

2) Observando os resultados obtidos responda:

a) Os denominadores são iguais?
b) O que você pode perceber ao comparar os resultados encontrados?
c) Ao realizar a soma das frações apresentadas no item 1.d), o resultado representa que parte de uma fração?

APÊNDICE H - Atividade 6: Subtração de frações

Atividade 6: Subtração de frações

1) Utilize os discos de frações a fim de obter a subtração das frações dadas no quadro abaixo, anote o resultado no campo indicado. Em seguida, calcule o resultado das subtrações apresentadas utilizando o MMC (mínimo múltiplo comum), anotando o resultado no espaço adequado. Sequencialmente, compare os denominadores e os resultados encontrados.

	Resultado com uso dos discos de frações	Resultado calculando o MMC
a) $\frac{5}{6} - \frac{3}{6}$		
b) $\frac{7}{9} - \frac{3}{9}$		
c) $\frac{9}{10} - \frac{1}{2}$		
d) $\frac{5}{7} - \frac{1}{2}$		
e) $\frac{5}{9} - \frac{1}{3}$		

2) Observando os resultados obtidos responda:
   a) Os denominadores são iguais?
   b) O que você pode perceber ao comparar os resultados encontrados?
   c) Utilizando os discos de frações e a partir do conteúdo já estudado, determine pelo menos uma fração equivalente para o item a).

APÊNDICE I - Atividade 7: Resolvendo situações-problemas

Atividade 7: Resolvendo situações-problemas

1) Júlia gastou 1/3 de seu salário com suas contas mensais. No entanto, seu animal de estimação necessitou de cuidados veterinários e lhe custou metade de seu salário. Nesse sentido, qual a fração representa a quantidade do salário de Júlia que ainda sobrou?

2) Rebeca está lendo um livro. Em um dia, ela leu ¼ do livro e no dia seguinte leu 1/6 do livro. Então calcule:

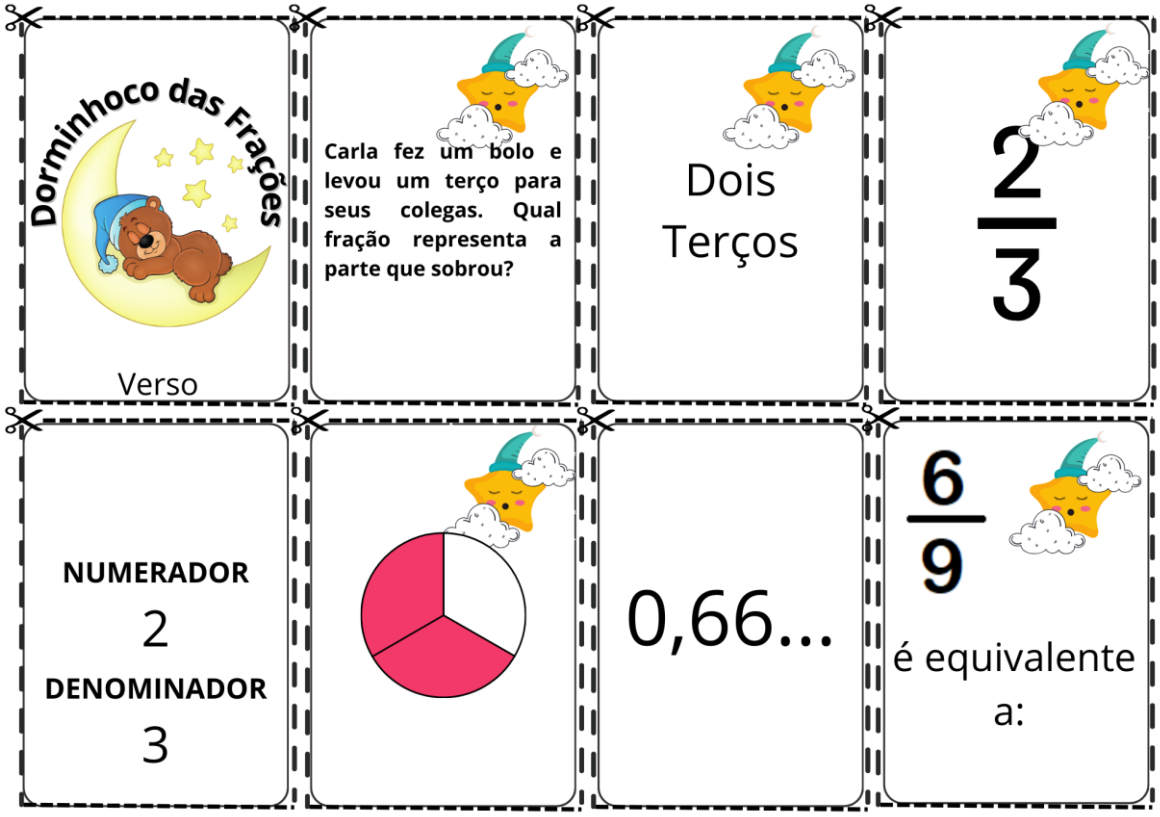
a) A fração que representa a quantidade de páginas que ela leu.

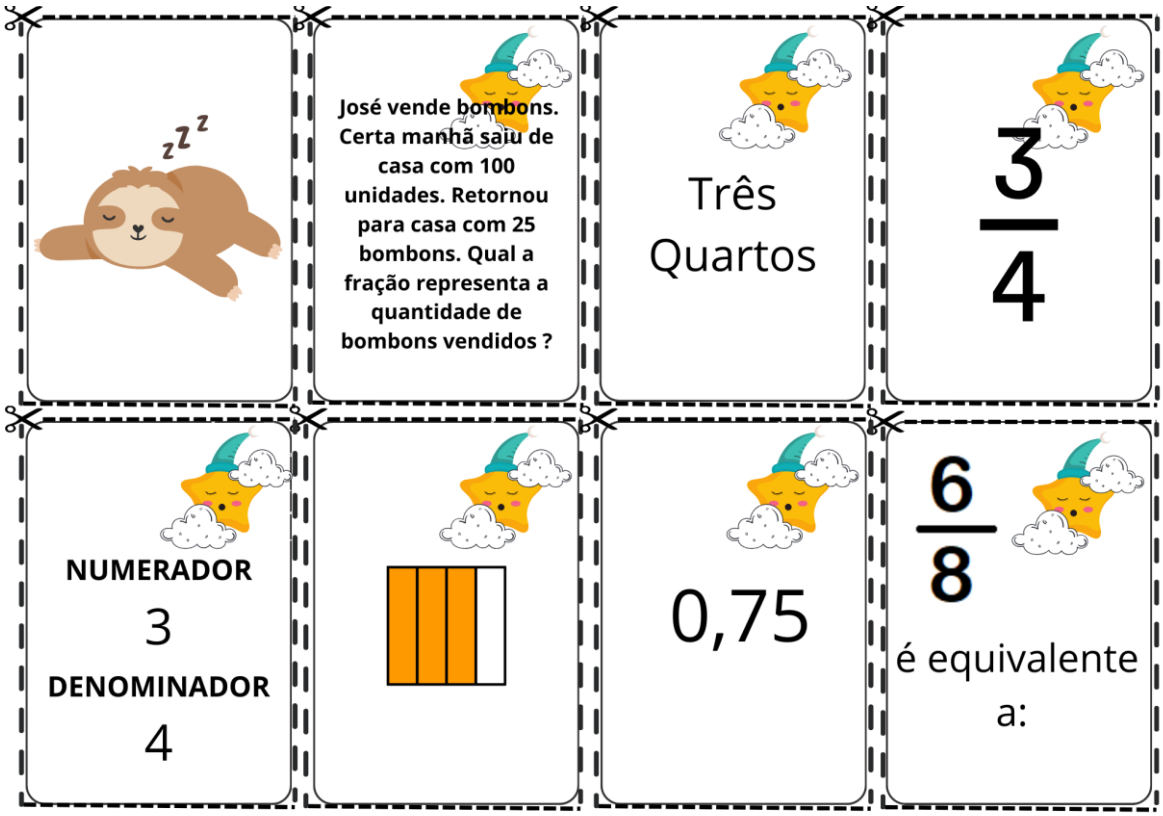
b) A fração que representa a quantidade de páginas que ainda faltam para que ela finalize a leitura do livro.

3) Felipe comprou uma barra de chocolate para consumir durante 5 dias. Sabendo que a barra de chocolate deverá ser dividida em partes iguais para o consumo. Qual a fração representa a quantidade de chocolate que ele poderá consumir diariamente? Justifique sua resposta.

4) A partir dos conhecimentos adquiridos, elabore uma situação-problema que envolva a adição ou subtração ou ambas as operações. Em seguida, entregue o problema elaborado para o(a) colega de sua dupla, para que ele(a) possa resolver o caso por você elaborado.

APÊNDICE J - Atividade 8: Jogo do dorminhoco das frações





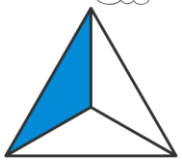
Lukas comprou 6 pirulitos e dividiu igualmente com seus dois irmãos. Qual a fração representa a quantidade que cada um recebeu?

Um Terço

$\frac{1}{3}$

$\frac{5}{15}$ é equivalente a:

NUMERADOR 1 DENOMINADOR 3



0,33...

Para ir de casa à escola, Helena percorre 1/7 de quilômetro e Cristina três sétimos de quilômetro. Que fração representa a quantidade de quilômetros que Helena e Cristina percorrem ?

Quatro Sétimos

$\frac{4}{7}$

$\frac{8}{14}$ é equivalente a:

NUMERADOR 4 DENOMINADOR 7

0,57...

Ana e Pedro comeram metade da barra de chocolate que Vitória comprou. Vitória comeu 2/10 da barra de chocolate. Qual a fração representa a quantidade de chocolate que Ana, Pedro e Vitória comeram?	Sete Décimos	$\frac{7}{10}$	$\frac{21}{30}$ é equivalente a:
NUMERADOR 7 **DENOMINADOR** 10		0,70	

Enzo ganhou de seu pai 5 carrinhos de brinquedo. No entanto, 2 desses brinquedos estragaram impossibilitando que ele os use em suas brincadeiras. Sendo assim, qual a fração representa a quantidade de carrinhos que Enzo ainda pode usar?	Três Quintos	$\frac{3}{5}$	$\frac{6}{10}$ é equivalente a:
NUMERADOR 3 **DENOMINADOR** 5		0,60	

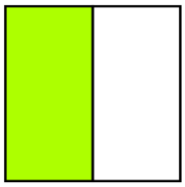
Fábio convidou Júlia, Carlos e Sophia para a noite da pizza. Sabendo, que eles comeram metade das pizzas que foram feitas. Qual a fração representa a quantidade de pizzas que sobraram ?

Meio

$\frac{1}{2}$

$\frac{6}{12}$ é equivalente a:

NUMERADOR
1
DENOMINADOR
2



0,50

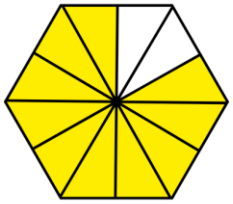
Diariamente, Beatriz consome 1/4 de litro de água no café da manhã, 1/3 de litro no almoço e 3/12 de litro no jantar. Qual a fração que representa a quantidade de água consumida por Beatriz diariamente?

Dez doze avos

$\frac{10}{12}$

$\frac{5}{6}$ é equivalente a:

NUMERADOR
10
DENOMINADOR
12



0,83...

REGRAS

Participantes: até 6 pessoas.

Objetivo: Formar o conjunto de 7 de cartas da mesma fração.

O jogo possui uma carta preguiça e sete tipos de cartas sobre cada fração: cartas com o número fracionário, cartas com o numerador e com o denominador da fração, cartas com a fração escrita por extenso, cartas com a representação gráfica, cartas com um problema cuja resposta é a fração correspondente, cartas com o número racional decimal correspondente e cartas com frações equivalentes.

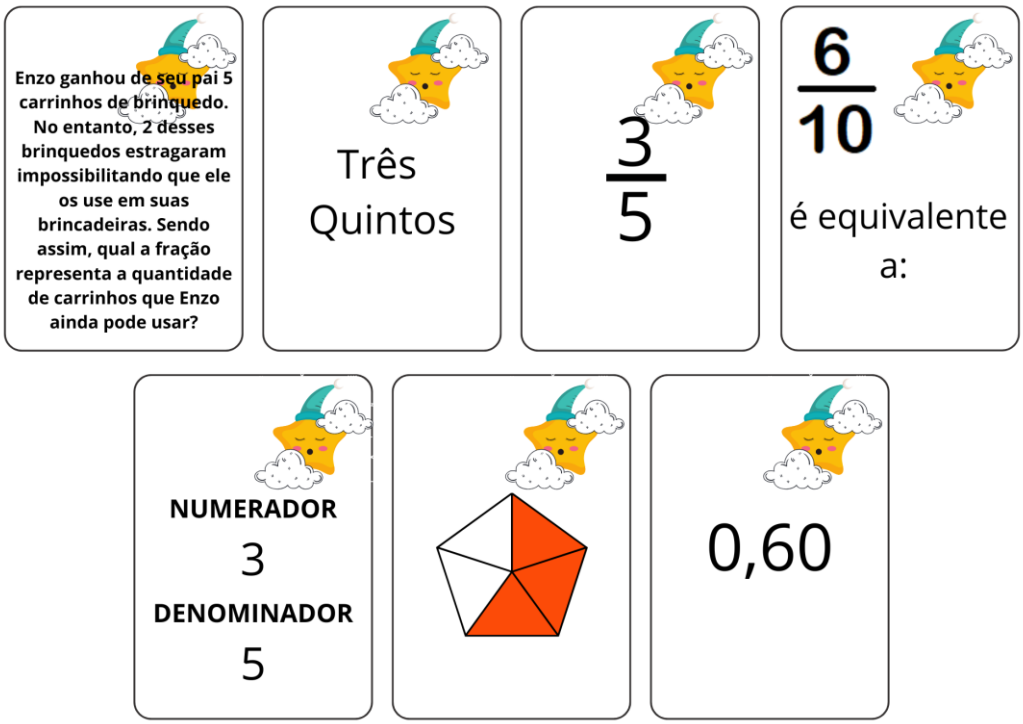
Para começar o jogo, separe um conjunto de 7 cartas de uma fração para cada jogador e acrescente uma carta preguiça. Por exemplo, se o grupo for composto por três jogadores, você precisa separar 21 cartas para o jogo mais a carta da preguiça, resultando em 22 cartas. Um jogador embaralha as cartas e distribui entre os jogadores.

Os jogadores receberão sete cartas, apenas um ficará com oito, e ele começará o jogo escolhendo uma carta sua que não lhe interessa e passando para o colega ao lado, sem que ninguém veja qual é a carta. O jogador seguinte recebe a carta do colega e, como o primeiro jogador, passa ao próximo colega uma carta que não lhe interessa.

Atenção: Quem tem a carta preguiça deve ficar com ela na mão por pelo menos uma rodada. Consequentemente, na primeira rodada, ninguém pode passar a carta preguiça para outro colega.

O jogador que completar o conjunto de sete cartas de mesma fração, conforme o exemplo da figura 23, deve baixar suas cartas na mesa discretamente. Os outros jogadores devem baixar também suas cartas na mesa, mesmo que ainda não tenham completado o seu conjunto de sete cartas. O último jogador a baixar as cartas ganhará um ponto. Ao final de várias partidas, o(a) vencedor(a) será o jogador que tiver menos pontos.

Figura 23 - Conjunto de 7 cartas de mesma fração



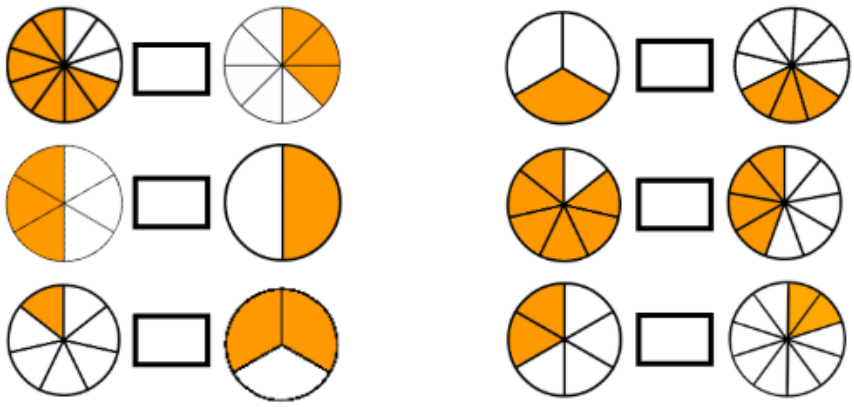
Fonte: Acervo da autora

APÊNDICE K - Atividade 9: Avaliação dos conhecimentos adquiridos

Atividade Avaliativa

A partir do conteúdo estudado e com os conhecimentos adquiridos responda as questões que seguem.

1) A partir das representações gráficas apresentadas abaixo, complete as sentenças com os sinais de > (maior) ou < (menor) = (igual ou equivalente) de modo a torná-las verdadeiras.



2) Ao receber seu salário, Lucas gastou ⅓ com aluguel, ⅕ com energia e água, por fim, ele gastou 2/7 do recebeu com supermercado. Sendo assim, qual fração representa o que sobrou do salário de Lukas?

3) Realize as operações matemáticas indicadas abaixo.

a) $\frac{2}{8} + \frac{1}{4}$

b) $\frac{3}{6} + \frac{2}{5}$

c) $\frac{7}{9} - \frac{2}{3}$

d) $\frac{13}{16} - \frac{3}{16}$

4) Relacione as frações apresentadas abaixo com seu decimal correspondente.

a) $\frac{1}{3}$ ( ) 0,125

b) $\frac{5}{10}$ ( ) 0,75

c) $\frac{3}{4}$ ( ) 0,33...

d) $\frac{2}{16}$ ( ) 0,5

5) Dadas as frações abaixo escreva por extenso, como se lê cada uma delas

a) $3\frac{4}{9}$ **b)** $\frac{5}{7}$

c) $\frac{3}{14}$ **d)** $\frac{9}{10}$

6) Para as frações indicadas a seguir, represente-as graficamente

a) $5\frac{2}{5}$ **b)** $\frac{2}{3}$

c) $\frac{5}{8}$ **d)** $2\frac{3}{11}$

A importância da educação financeira na vida real: controlando gastos e compras

Cláudia Alves Campos Cruz
Orientador: Prof. Dr. Jairo Menezes e Souza

Introdução

No contexto atual, marcado pela facilidade de acesso ao crédito e pelo apelo ao consumo, a educação financeira tem se tornado um tema essencial para a formação de cidadãos conscientes e capazes de tomar decisões financeiras racionais. A inserção desse tema no currículo escolar, especialmente, a partir de sequências didáticas para o Ensino Fundamental II, oferece aos estudantes, ferramentas para compreender o impacto de suas escolhas econômicas no cotidiano. Esta sequência didática será direcionada para estudantes do sétimo ano do ensino fundamental II e tem como foco a importância da educação financeira no dia a dia, abordando estratégias práticas para o controle de gastos e decisões de compra.

A sequência propõe atividades que integram conteúdos de Matemática, como operações elementares (adição, subtração, multiplicação e divisão), frações, regra de três simples e porcentagens, utilizando a abordagem de problemas contextualizados no universo dos estudantes. Dessa forma, ao trabalhar com a ideia de educação financeira, procura-se tornar o aprendizado mais próximo da realidade, incentivando o estudante a aplicar os conceitos de forma prática e crítica. Como enfatiza Pontes (2017), "as crianças aprendem a consumir com sua família", destacando a importância do ambiente escolar em complementar a educação financeira que muitas vezes não é abordada em casa. Neste sentido, a escolha do tema e das atividades, responde a uma demanda social e educacional, formar jovens mais preparados para lidar com finanças e, desta forma, desenvolver uma relação saudável com o consumo e o dinheiro.

A motivação para a elaboração desta sequência surgiu da observação durante o estágio supervisionado II, onde foi possível identificar as dificuldades enfrentadas pelos estudantes em compreender termos e operações matemáticas simples, como "aumentar", "acrescentar" e "descontar". Essas dificuldades, aliadas à falta de familiaridade com a tabuada, indicam a necessidade de uma abordagem que conecte a matemática à realidade prática dos estudantes. Como destaca Peretti (2007), "saber gastar, ganhar, poupar, investir e doar é o fundamento da educação financeira, para que as pessoas possam ter melhor qualidade de vida", logo evidencia a importância de ensinar essas habilidades desde cedo. Assim, ao trabalhar a educação financeira, espera-se não apenas facilitar a compreensão dos conteúdos matemáticos, mas também desenvolver um consumo consciente e contribuir para a organização familiar.

A justificativa para a criação desta sequência didática é fundamentada na relevância da educação financeira como componente essencial na formação dos estudantes, possibilitando que, desde cedo, desenvolvam uma postura mais reflexiva e consciente em relação ao consumo. Capacitar os estudantes com conhecimentos

financeiros é um passo importante para evitar o endividamento precoce e promover uma cultura de organização e economia. Desta forma, espera-se que, com esta formação inicial, os estudantes adquiram habilidades que transcendem o ambiente escolar, impactando suas vidas e de seus familiares, bem como a própria unidade de ensino.

Por fim, espera–se que estes estudantes ao final aprendam a utilizar o conhecimento matemático na resolução de problemas práticos, promovendo a cidadania e a responsabilidade social. A sequência didática visa não apenas o aprendizado acadêmico, mas também a construção de uma base sólida para uma vida financeira saudável e equilibrada, ajudando os estudantes a compreenderem a importância de fazer escolhas financeiras conscientes.

Estrutura curricular

Etapa de ensino/Ano ou Série

7º ano do Ensino Fundamental II

Área

Matemática

Unidade Temática (BNCC)

Números

Objetos de Conhecimento (BNCC)

Cálculo de porcentagens, acréscimos e decréscimos simples

Habilidades (BNCC)

(EF07MA02). Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.

Objetivos/Expectativas de Aprendizagem

O objetivo desta sequência didática é fornecer aos estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental II uma introdução aos conceitos fundamentais de educação financeira, com ênfase no controle de gastos e nas decisões de compra. A proposta visa não apenas o aprendizado de conteúdos matemáticos, outros que podemos citar como exemplo são:

- Relacionar e resolver cálculos percentuais presentes em situações do dia a dia;
- Gerenciar de seu dinheiro com consciência e responsabilidade;
- Analisar e comparar os acréscimos e decréscimos simples em compras feitas em lojas, supermercados, na ‘internet’, etc.;

- formar cidadãos críticos e eficientes, para um consumo consciente sem endividamentos no futuro;

Ao se envolverem na resolução de problemas relacionados ao contexto financeiro, os estudantes têm a oportunidade de aplicar os conceitos matemáticos em situações reais, como compras, orçamentos e controle financeiro pessoal e familiar, o que facilita a internalização do conteúdo e a reflexão crítica sobre suas escolhas. De acordo com Machado e Castellar (2016), a utilização de metodologias ativas, como proposta nesta sequência didática, estimula a participação dos alunos e promove a aprendizagem significativa. Esse tipo de abordagem contribui para o desenvolvimento de competências e habilidades essenciais para a vida adulta, como o pensamento crítico, a tomada de decisões e a resolução de problemas financeiros. Desta forma, aprendem a analisar diferentes cenários financeiros e tomar decisões informadas, o que permitirá controlar seus gastos de forma eficiente.

A educação financeira é fundamental para o desenvolvimento dos estudantes do sétimo ano, pois não apenas proporciona conhecimentos práticos sobre o manejo do dinheiro, mas também estimula a reflexão crítica sobre suas decisões financeiras. Segundo Junior (2016, p. 4), a Educação Financeira Escolar deve contribuir para a formação matemática dos estudantes, incentivando-os a pensar sobre suas ações em relação ao consumo, poupança, financiamentos e investimentos futuros na sua fase adulta. Essa abordagem é crucial para que os estudantes compreendam as vantagens do planejamento financeiro e como suas escolhas impactam não apenas suas vidas pessoais, mas também a vida familiar e social. Ao desenvolver essa consciência financeira desde cedo, os estudantes se tornam mais aptos a tomar decisões informadas que beneficiam tanto seu futuro quanto o coletivo

Duração das atividades

07 a 08 aulas, essa duração pode de acordo com a duração da aula, portanto é uma sugestão devido a essa possibilidade de variação.

Conhecimentos prévios trabalhados pelo professor com aluno

- As operações elementares (adição, subtração, multiplicação e divisão)
- Frações
- Regra de três simples
- Números decimais e operações
- Porcentagem (básico: representatividade, símbolo)

Estratégias de ensino e recursos educacionais

As estratégias de ensino adotadas nesta sequência didática têm como objetivo principal promover um aprendizado ativo e significativo, que permita aos estudantes aplicarem os conceitos de matemática financeira em situações reais do cotidiano. Para

atingir esse objetivo, é fundamental utilizar metodologias que incentivem a participação dos estudantes e que os conectem com a realidade financeira que enfrentam no dia a dia.

De acordo com Machado e Castellar (2016), as metodologias conseguem transformar o estudante de receptor passivo para protagonizar seu processo de aprendizagem. Ao trabalhar com problemas contextualizados, como orçamentos e decisões de compras, os estudantes não aplicam apenas os conteúdos matemáticos, mas também desenvolvem habilidades essenciais, como a tomada de decisão e a resolução de problemas. A abordagem ativa permite que os estudantes explorem as diversas possibilidades de solução, incentivando o trabalho colaborativo e a troca de ideias, o que promova um aprendizado mais profundo e duradouro.

Além disso, a resolução de problemas reais é uma estratégia que conecta a matemática financeira ao cotidiano dos estudantes. Ao construir uma sequência didática, é importante que os estudantes reconheçam a matemática como uma ferramenta prática, capaz de ajudá-los a resolver problemas concretos. Como destaca a BNCC, "a Matemática contribui para que o estudante se reconheça como sujeito independente e crítico, capaz de compreender e atuar no mundo à sua volta" (BRASIL, 2017, p. 277). Dessa forma, esta abordagem promove a compreensão da matemática como um recurso fundamental para lidar com questões do dia a dia, e consumo consciente. A matemática financeira, nesse contexto, é uma área de conhecimento que se insere de forma natural, uma vez que fornece soluções para questões do cotidiano, como o controle de gastos, e a compra consciente sem endividamentos futuros.

Dentro desse contexto os estudantes vão aprender de forma correta a usar a calculadora, construir a partir das aulas expositivas, tabelas utilizando dados domésticos como conta de energia, água, pesquisa em papelarias e supermercados, bem como desenvolver trabalhos em equipes. Assim, ao aplicar os conceitos matemáticos para resolver as atividades diversas desenvolvidas pelo professor, jogos educativos e elaborar problemas os estudantes desenvolvem uma compreensão mais profunda da matéria e da relevância dela em sua vida.

Os recursos educacionais também desempenham um papel crucial na execução dessa sequência didática. O uso de ferramentas tecnológicas, como: quiz, laboratório de informática e data 'show', pode facilitar a visualização de conceitos como porcentagens e frações, permitindo que os estudantes manipulem dados e explorem diferentes cenários financeiros de maneira prática. Segundo Libâneo (2013), o uso adequado de recursos tecnológicos no ensino pode ampliar as possibilidades de aprendizagem e proporcionar aos estudantes uma experiência mais rica e dinâmica.

Ao final da sequência os estudantes serão convidados a colocar em pratica o conhecimento adquirido, participando de uma feira empreendedora, onde terá a oportunidade de construir, comprar e vender o produto escolhido pelo grupo. A integração e a discussão em grupo também são estratégias importantes. Ao debater temas como consumo responsável, os estudantes são estimulados a pensar criticamente sobre suas próprias atitudes em relação ao dinheiro. Perrenoud (2000) destaca a importância do desenvolvimento de habilidades sociais e de argumentação, que são essenciais não apenas

para o aprendizado acadêmico, mas também para a formação de cidadãos capazes de tomar decisões conscientes e refletir sobre as implicações de suas escolhas.

Em suma, as estratégias de ensino e os recursos educacionais empregados nesta sequência didática tem como objetivo proporcionar uma experiência de aprendizagem que vai além do conteúdo acadêmico, promovendo o desenvolvimento de competências essenciais para a vida prática dos estudantes A integração dessas metodologias visa proporcionar uma educação mais conectada com a realidade dos estudantes, preparando-os para enfrentar questões financeiras de maneira crítica, responsável e consciente. Nesse contexto, Zabala destaca a importância de sequências didáticas bem estruturadas, que não apenas transmitam conteúdo acadêmico, mas também desenvolvam competências essenciais para a vida prática. Ele afirma que:

> "O ensino organizado por meio de sequências didáticas [...] é uma proposta para facilitar a aquisição de competências e habilidades, proporcionando que o aluno compreenda o sentido do que está aprendendo, relacionando os conteúdos com o contexto social" (ZABALA, 1998, pág. 15)

Nessa perspectiva, Zabala reforça a importância de alinhar o ensino à realidade dos estudantes, promovendo uma educação que vai além dos conteúdos teóricos e se conecta com habilidades práticas e significativas para o cotidiano.

Descrição da Sequência de Atividades

1ª Aula – Revisão de conteúdos – Fração

O professor (a) deverá fazer a acolhida da turma e logo em seguida convidá-los para a sala de informática, onde vão assistir a um pequeno vídeo sobre fração conforme representados através de recorte na Figura 1 e através da sugestão de slides ao professor no Anexo A.

- ✓ O vídeo faz uma explanação sobre a definição de fração, apresenta como são classificadas e em seguida apresenta as formas decimais e sua conversão em forma fracionária. E o passo a passo de como resolver frações nas operações de: adição, subtração, multiplicação e divisão.
- Pedir aos estudantes que prestem bastante atenção pois logo em seguida será desenvolvida uma atividade relacionada.
- Logo após a exibição do vídeo o docente conversa com a turma fazendo as seguintes perguntas, deixando um tempo para os estudantes responderem:
  - Qual o tema do vídeo?
  - O que é fração? Como podemos representar essas frações?
  - Como classificamos as frações?
  - Como se converte uma fração em número decimal?

- No vídeo o professor Tadeu ensina um método borboleta, vocês lembram? Em seguida o professor devera escrever na lousa uma adição e uma subtração de frações.
- Como vamos multiplicar e dividir frações?
- Quais são as relações entre fração e número decimais?

Figura 1 – Recortes do vídeo sobre revisão de fração

Fonte: Youtube- Descomplica (2021)

- Pedir um estudante para ir até a lousa e aplicar o método.

✓ O método da borboleta é uma técnica visual e prática para efetuar a adição e subtração de frações, facilitando o cálculo sem a necessidade de encontrar o mínimo múltiplo comum (MMC).

✓ Simplificação: Após obter a nova fração, verifique se ela pode ser simplificada.

✓ Se precisar, apresente novamente o vídeo a turma. Após a conversa o professor deve passar uma atividade de revisão na lousa para fixar o conteúdo conforme descrito no Apêndice A e acompanhar os estudantes tirando suas dúvidas. Ao final motive-os a estar presente na próxima aula pois será trabalhado um novo conteúdo: Porcentagem.

✓ Obs.: Todas as imagens seguem em forma de slides no Anexo C.

2ª Aula –Introdução de Porcentagem

Primeiramente o professor(a) deverá revisar os conhecimentos prévios para compreensão do tema. Iniciará com uma acolhida e em seguida apresentar o tema e lançará alguns questionamentos:

- Hoje vamos conversar sobre um tema muito comum em nossa vida. Provavelmente vocês já ouviram a expressão por cento em seu dia a dia. Ela é muito utilizada em jornais, TV, internet, principalmente nas propagandas de ofertas comerciais ou até mesmo nos bate papos familiares.
- O Professor deverá projetar as imagens constantes na Figuras 2 e 3 e pedir que os estudantes observem com atenção.

- Quantos por cento encontramos nas figuras?
- Pedir aos estudantes descrevam os que estão vendo com relação aos anúncios constantes nas figuras, no que diferem quanto ao sentido no qual está sendo utilizada, a porcentagem?
- Existe outra maneira de enunciar essa promoção? Como você faria esse anúncio? (incentive os estudantes a criarem situações – problemas com as imagens).

Figura 2 – Recorte de Jornal

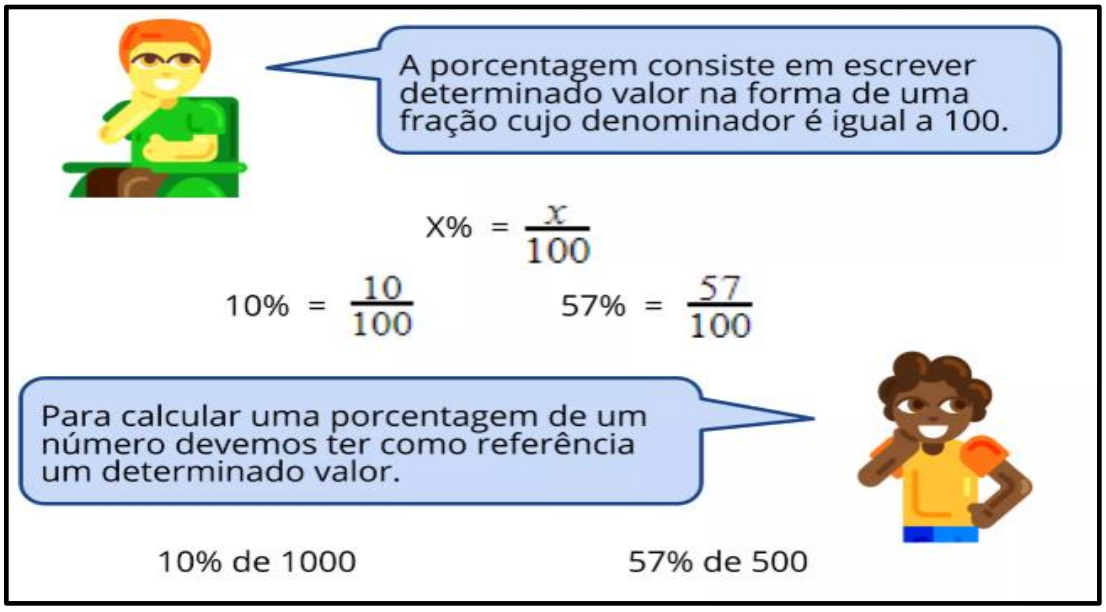
Fonte: Folha Press (2015)

✓ Quando um número é seguido pelo símbolo %, isso indica que estamos lidando com um conceito matemático conhecido como porcentagem. A porcentagem é a razão entre um número (N), dividido por 100. Que representado por N%. Essa relação é a razão pela qual se usa o termo “porcentagem” se refere a “por cento”. Como apresenta a Figura 4.

Figura 3 – Promoção

Fonte: Procurando promoções (2015)

Figura 4 – Exemplo de porcentagem



Fonte: Nova Escola (2024)

- ✓ Existe três maneiras de representar uma porcentagem segundo Oliveira. Mundo Educação (2021). “Pode-se representar pela: forma percentual, forma fracionaria e forma decimal. O cálculo do valor representado por uma porcentagem geralmente é feito a partir de uma multiplicação de frações ou de números

decimais, por isso o domínio das quatro operações é fundamental para a compreensão de como calcular corretamente uma porcentagem".

- ✓ Caso o professor não disponha de recursos tecnológicos, como um datashow, ele deve utilizar a lousa para expor os conteúdos em conjunto com os estudantes. Após essa abordagem, o docente pode apresentar exemplos de como representar porcentagens, utilizando a Figura 5 como referência para facilitar a fixação do conteúdo.
  - Forma percentual
  - Forma fracionaria
  - Forma decimal

Figura 5 – Quadro representativo

Percentual	Fracionária	Decimal
9%	$\frac{9}{100}$	0,09

Fonte: Instituto Claro (2022)

- ✓ Em seguida, o professor apresenta a metodologia para calcular a fórmula fracionária, explicando que a porcentagem representa uma razão entre um determinado número dividido em 100 partes. Dessa forma, a porcentagem pode ser expressa como uma fração simples, onde o número que acompanha o símbolo % é dividido por 100, ou na forma de fração irredutível, conforme revisado nas aulas anteriores. Para melhor compreensão o docente deve transcrever o exemplo a seguir na lousa.

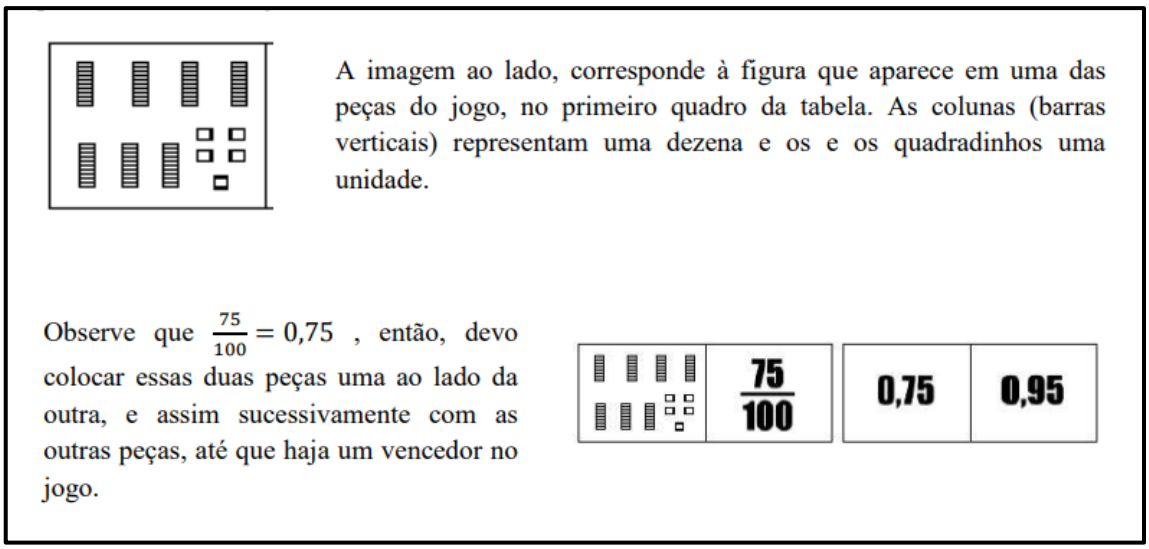
$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{25 \div 25}{100 \div 25} = \frac{1}{4}$$

$$36\% = \frac{36}{100} = \frac{36 \div 4}{100 \div 4} = \frac{9}{25}$$

- ✓ Em seguida o professor convida a turma a formar duplas para fazer uma atividade lúdica, que consiste em um jogo de dominó sobre porcentagem, que será confeccionado pelos estudantes.

- ✓ O jogo Dominó da Porcentagem é um jogo matemático que ajuda a ensinar a representar porcentagem de forma visual, por meio de frações, números decimais e representação icônica.
- ✓ "O uso de jogos educativos, como o dominó da porcentagem, não apenas torna o aprendizado mais envolvente, mas também permite que os alunos compreendam conceitos matemáticos de forma prática e divertida, promovendo uma aprendizagem significativa" (GRANDO, 2015). Para essa atividade o professor precisa de folhas impressa conforme Anexo B, cola, tesoura sem pontas. Como sugestão pode colar a folha impressa em papelão, EVA ou em cartolina.
- ✓ O professor passa as orientações do jogo:
- O professor projeta a Figura 6, e explica como se deve proceder o jogo, dizer que nas figuras são apresentadas as formas em que podemos representar a porcentagem.

Figura 6 – Jogo dominó de porcentagem



Fonte: Só matemática (1998)

- Revisão das Formas de Representação: Inicialmente, é importante relembrar quais são as diferentes formas de representação de porcentagens e como elas são escritas. Isso inclui uma revisão sobre frações irredutíveis, explicando o processo para encontrá-las e aplicá-las nas atividades subsequentes.
- Escolha do Início do Jogo: Os estudantes devem se organizar em duplas e decidir quem será o primeiro a iniciar a atividade.
- Regras do Jogo: Baseando-se nas regras do jogo de dominó, já familiar para os alunos, cada jogador seleciona sete fichas.
- Início da Atividade Prática: O professor distribui a folha impressa conforme o Anexo B e fornece tesouras aos estudantes, instruindo-os a iniciar a construção das fichas para o jogo.
- Condições de Vitória: O vencedor será aquele que, conseguir ficar sem nenhuma ficha. E no caso de uma rodada não haver jogada possível, vence aquele que estiver com o menor número de fichas.

- Acompanhamento do Professor: Durante a atividade, o professor circula pela sala, prestando assistência e esclarecendo dúvidas que possam surgir.
- Encerramento da Atividade: Ao final da atividade, o professor parabeniza os alunos pelo desempenho e entrega uma tarefa de fixação para ser realizada em casa conforme Apêndice B. Solicita aos estudantes que observem propagandas na TV e nas redes sociais relacionadas a roupas, eletrodomésticos, alimentos, calçados, entre outros. Justificando que na próxima aula, haverá uma discussão sobre aumento e desconto.

✓ Avaliação: O professor informa que irá olhar e vistar a atividade no caderno dos alunos.

✓ Obs.: Todas as imagens seguem em forma de slides no Anexo C.

3ª aula- (Acréscimos e Decréscimos)

- O professor (a) iniciará a aula fazendo a acolhida da turma. Em seguida deve relembrar os conceitos de porcentagem colocando alguns exemplos no quadro.
- Motivar os estudantes a compartilharem seus relatos.
- Após os relatos o docente pode apresentar aos estudantes situações problemas para despertar o interesse sobre o tema da aula.

- Vocês observaram durante a semana em propagandas na TV, ou nas redes sociais algum fato sobre porcentagem conforme pedi na última aula?
- Se um produto custa R$ 100,00 e temos um DESCONTO de 20%, qual será o novo preço? Quem pode vir na lousa responder?
- Vamos pensar que um funcionário chega em uma determinada empresa para trabalhar, e surpreendentemente recebi a notícia do gerente que ele vai receber um AUMENTO no seu pagamento de 10 %. Ele recebe R$ 1650,00, quanto passará a receber?

✓ Assim o docente poderá avaliar o entendimento dos estudantes. Na sequência, o docente inicia a escrita no quadro dos conceitos de acréscimo e decréscimo, conforme extraído do site Aprendizagem Conectada (2020), e realiza uma breve explanação sobre cada um deles.

- Aumentos ou acréscimos e descontos ou decréscimos: percentuais podem ser calculados utilizando o fator de multiplicação ou fator multiplicativo.
- Aumento ou acréscimo: Fator multiplicativo para aumento em um valor. Quando o valor de um determinado produto recebe um aumento, o fator de multiplicação é dado por uma soma. Exemplo:
- Foi aplicado um aumento de 25% em uma mercadoria que custava R$ 100,00. Qual o valor final da mercadoria?

Solução: 1º passo: encontrar o valor que corresponde ao aumento de:

$$25\% = \frac{25}{100}\ logo, 100 \times \frac{25}{100} = \frac{2500}{100} = \frac{25}{1} = 25$$

2º passo: somar o valor do aumento que corresponde a 25% com o valor total da mercadoria.

$$100 + 25 = 125$$

Logo, um acréscimo de 25% fará com que o valor final da mercadoria seja R$ 125,00.

- Desconto ou decréscimo: Fator multiplicativo para desconto em um valor. Para calcular o desconto de um produto, a fórmula do fator multiplicativo envolve uma subtração. Exemplo:
- Ao aplicar um desconto de 25% em uma mercadoria que custa R$ 100, 00, quanto a mercadoria passaria a custar?

Solução: 1º passo: encontrar o valor que corresponde a:

$$25\% = \frac{25}{100} logo, 100 \times \frac{25}{100} = \frac{2500}{100} = \frac{25}{1} = 25$$

2º passo: como estamos tratando de desconto, para encontrar o valor final, devemos fazer o valor atual da mercadoria menos o valor que corresponde a 25%.

$$100 - 25 = 75$$

Sendo assim, a mercadoria passou a custar R$ 75,00.

- O professor deve, em seguida, destacar a relevância prática do tema, demonstrando como o cálculo de aumentos e descontos percentuais é valioso no cotidiano. Isso se aplica tanto aos consumidores, que precisam calcular o preço de um produto em promoção, quanto aos trabalhadores, que devem entender o impacto de um aumento ou desconto em seus salários.
- Destacar a importância de compreender esses conceitos para serem usados no dia a dia.

- E como pode ser aplicado? Por exemplo, ajudando o seu responsável a pesquisar os preços da compra de alimentos, acompanhar as promoções dos supermercados, verificar o quanto estão pagando no consumo da água, da energia, dizer que eles podem verificar se aumentou ou se economizou naquele determinado mês.

✓ Após essa conversa o professor pede aos estudantes para trazer uma calculadora e como atividade de casa os estudantes faram uma pesquisa dirigida e deve ser apresentada na próxima aula. A pesquisa será conforme mostra o Apêndice C. Podem pesquisar em lojas física ou na internet.

✓ Todas as imagens seguem em forma de slides no Anexo C.

4ª aula- Apresentação da pesquisa e uso correto da calculadora

O professor (a) iniciara a aula fazendo a acolhida da turma. Em seguida deve relembrar os conceitos de aumento e desconto trabalhados na aula anterior.

- Pode iniciar perguntando como foi a pesquisa? Tiveram dificuldades para realizar?
- Buscaram as informações onde? Na loja física ou internet?
- O que puderam observar ao fazer a pesquisa? Encontraram promoções com descontos ou com preços altos (aumento)?

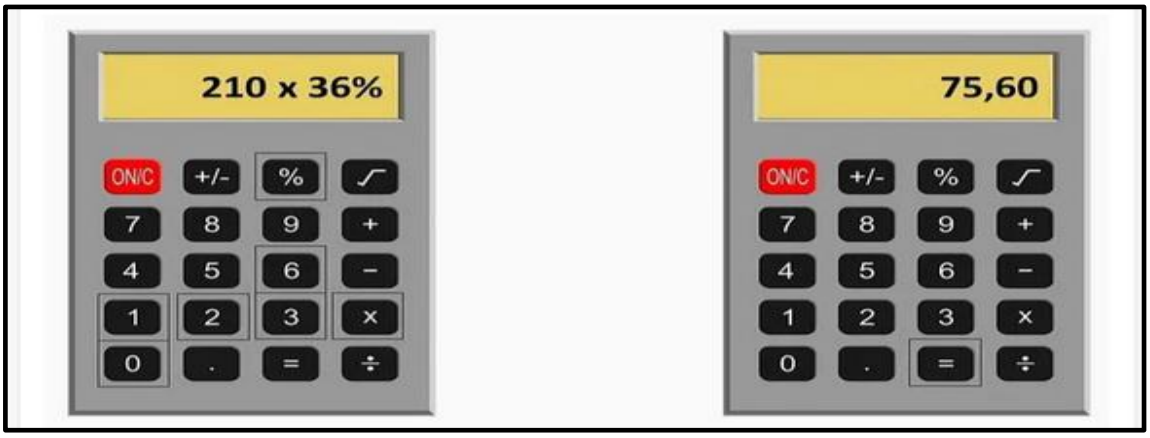
- Em seguida o professor pedi a turma para formas duplas, e juntos comparar:

- Qual colega conseguiu menor preço nas pesquisas?
- Qual família teve menor gasto com o consumo da água?
- Qual família teve menor gasto com o consumo da energia?

- O professor deve circular pela sala acompanhando os trabalhos e observando como está a interação e verificando se de fato o conteúdo foi assimilado pelos estudantes. Ao final os grupos entregam a pesquisa vencedora para o professor.
- Em seguida o professor pergunta se todos trouxeram a calculadora.

✓ O professor deve projetar a imagem da Figura 7 e explicar como funciona uma calculadora e fazer alguns exemplos com os estudantes. O professor inicia a conversa dizendo que "os cálculos de porcentagem se tornam mais fáceis se você utilizar uma simples calculadora. Basta inserir os valores e logo obterá o resultado." (Aprendizagem Conectada, 2020). Dizer que nos estabelecimentos comerciais se utiliza muito a calculadora pois precisam de um resultado rápido para atender um cliente por exemplo. Veja como é fácil:

Figura 7 – Calculadora



Fonte: Aprendizagem conectada (2020)

✓ Vamos calcular 36 % de 210.

1º passo: digitar o valor (210)

2º passo: apertar o botão de multiplicação(x)

3º passo: digitar o valor percentual (36) e apertar o botão de porcentagem (%)

4º passo: apertar o botão de igual (=) resultado 75,60

- Mas o que fazer quando a calculadora não tem o símbolo de porcentagem?

Calcular quanto é 42,5% de 625.

1º passo: digitar o valor (625).

2º passo: apertar a tecla de multiplicação (×).

3º passo: digitar o valor percentual (42,5) e apertar o botão de igualdade (=).

4º passo: apertar a tecla de divisão (/ ou ÷) e depois digitar 100.

5º passo: apertar a tecla de igual (=). Então, o visor da calculadora informará o resultado, que nesse exemplo é 265,62, ou seja, encontramos que 42,5% de 625 corresponde a 265,62. (Fonte: Aprendizagem conectada (2020)).

- ✓ Após a demonstração o professor deve fazer alguns exemplos com os estudantes. O professor dita o cálculo a ser realizado e aguarda os estudantes efetuarem o resultado.

7% de 100	6,5 de 300
30% de 60	32% de 400
26% de 150	0,3% de 100

- ✓ O professor encerra a aula dizendo que a próxima aula será sobre formas de pagamento. Agradece a participação da classe e faz um elogio aos estudantes.
- ✓ Obs.: Todas as imagens seguem em forma de slides no Anexo C.

5ª aula- Formas de pagamento

O professor (a) iniciara a aula fazendo a acolhida da turma. Em seguida entrega a folha como mostra o Anexo D, e inicie uma conversa sobre formas de pagamento

- Hoje vamos conversar sobre as diferentes formas de pagamento que podemos usar no nosso dia a dia. Cada uma delas tem suas características e é importante entende-las para que possamos escolher a melhor opção na hora de comprar algo.
- Pix (À Vista) – O Pix é uma forma de pagamento instantâneo que permite transferir dinheiro de uma conta para outra em poucos segundos, 24 horas por dia, todos os dias da semana. Quando você paga algo com Pix, está fazendo um

pagamento à vista, ou seja, o valor é transferido imediatamente. É prático e não costuma ter taxas, mas é importante ter cuidado para não enviar o valor errado!

- Cartão de Crédito ou Débito (À Vista com Taxa do Banco) – Cartão de Débito: Quando você usa o cartão de débito, o valor da compra é descontado diretamente da sua conta bancária. Assim como o Pix, é um pagamento à vista, e você não precisa se preocupar em pagar depois.
- Cartão de Crédito: Com o cartão de crédito, você pode comprar agora e pagar depois. No entanto, se você não pagar a fatura na data certa, pode ter que pagar juros. Além disso, algumas lojas podem cobrar uma taxa quando você usa o cartão, então é bom ficar atento a isso.
- Dinheiro (À Vista) – Pagar em dinheiro é uma das formas mais tradicionais de pagamento. Você entrega as notas e moedas diretamente ao vendedor e recebe seu produto ou serviço na hora. É um pagamento à vista e não envolve taxas bancárias. A desvantagem é que você precisa ter o valor exato em mãos para fazer a compra.
- Carnê ou Boleto – O carnê e o boleto são formas de pagamento parcelado. Com o carnê, você recebe um documento que mostra quanto deve pagar a cada mês até quitar a dívida.
- O boleto funciona de maneira semelhante: você recebe um documento com um valor a ser pago até uma data específica. A diferença é que o boleto geralmente é usado para pagamentos únicos ou em parcelas.

✓ Após a apresentação das diferentes formas de pagamento, o professor exibe a Figura 8 aos estudantes e conduz uma discussão, conforme ilustrado na Figura 9.

Figura 8 – Promoção

Fonte: Procurando promoções (2015)

Figura 9 – Perguntas

- Vamos observar a imagem.
- Qual o valor do celular para pagar no boleto?
- Qual o valor do celular para pagar parcelado?
- Qual o valor da parcela do celular dividido em 8 parcelas?
- Existe uma diferença de preço entre as duas formas de pagamento? Qual a diferença do valor?
- Para o pagamento a vista a loja concede um desconto de 23% através do PIX, qual será o novo valor?

Fonte: SME Goiânia/ Conexão Escola (2020)

✓ Após a explicação o professor conduzira a turma para o laboratório de informática onde os estudantes vão aprender brincando com um Quis.

✓ O jogo consiste em acertar as perguntas sobre educação financeira, conforme o estudante acerta a resposta, avança para a próxima pergunta, se errar, retorna e tenta novamente, conforme ilustra as figuras 10 e 11.

✓ O estudante deverá responder as perguntas elencadas na Figura 12.

Figura 10 – Quis: Game Show TV

Fonte: WORDWALL. Educação financeira

Figura 11: Recortes do jogo

Fonte: WORDWALL. Educação financeira

Figura 12 – Perguntas do Game

- Para realizar o planejamento financeiro é necessário fazer um controle de:
  - Estoque/ Gastos/ Bordo
- Melhor forma de me organizar financeiramente:
  - Gastar mais/ Poupar mais/ Planejar minhas finanças
- Melhor estratégia para compra:
  - Comprar aos finais de semana / Comprar por impulso/ Pesquisar preços antes de comprar
- Melhor forma de comprar:
  - Crédito/ Débito à vista/ Cheque
- Por que os brasileiros não investem seu dinheiro?
  - Falta de conhecimento sobre economia e finanças/ Recebe pouco/ Estão muito endividados
- Compra à vista significa:
  - Comprar olhando para o vendedor/ Pagar o valor total no ato da compra/ Pagar a compra aos poucos
- O que é mais vantajoso:
  - Comprar à vista com desconto/ Comprar a prazo com juros/ Tanto faz
- Você pensa que o consumismo:
  - É uma necessidade real/ É estimulado pela mídia/ Não influencia na hora de poupar o dinheiro
- Por que é importante planejar seus gastos?
  - Para comprar o que quer sem se endividar/ Para comprar por impulso/ Para gastar tudo o que tem em um só vez
- Está endividado significa:
  - Ter dinheiro sobrando/ Estar devendo sem ter o dinheiro suficiente para pagar/ Ter dinheiro na poupança

Fonte: WORDWALL. Educação financeira

- ✓ A aula será finalizada com uma atividade que deverá ser realizada em casa, na qual os estudantes elaborarão uma síntese sobre as diferentes formas de pagamento. Além disso, eles criarão situações-problema relacionadas a cada forma de pagamento aprendida durante as aulas. Essa atividade será entregue na próxima aula para compor a avaliação do professor.
- ✓ Obs.: Todas as imagens seguem em forma de slides no Anexo C.

6ª aula- Lucro e Prejuízo

O professor faz a acolhida da turma, recolhe a atividade de casa e em seguida iniciar uma conversa fazendo a seguinte pergunta:

- Pergunte aos estudantes se eles já ouviram falar sobre lucro e prejuízo. O que eles acham que esses termos significam? Registre algumas respostas no quadro.
- O professor apresenta a seguinte situação: Imaginem que você foi em uma loja e comprou um produto por R$ 50,00 e você vendeu esse produto por R$ 70,00. Logo você conseguiu cobrir o preço que você adquiriu o produto e ainda ganhou R$ 20,00, ou seja, você obteve um lucro de R$ 20,00

Preço de compra R$ 50,00 (custo)

Preço de venda R$ 70,00 LUCRO DE R$ 20,00

- Definição de LUCRO: O que sobra após subtrair os custos de um produto do preço de venda.
- Agora imagina a seguinte situação: Você comprou um produto por R$ 50,00 e precisou vender esse objeto por R$ 40,00. Isso é possível? O que você acha que aconteceu?

Preço de compra R$ 50,00 (custo)

Preço de venda R$ 40,00 PREJUIZO DE R$ 10,00

- Definição de PREJUIZO: O que ocorre quando o custo de um produto é maior que o preço de venda.
- Vamos imaginar que um comerciante compra um produto por R$ 200,00 e vende por R$ 300,00. Esse comerciante terá um lucro ou um prejuízo?

  300 – 200= + 100,00

✓ Mostre a importância de calcular o lucro para saber se o negócio é viável.

- Agora imagina esse mesmo comerciante compra um produto por R$150,00 e vende por R$ 120,00. Esse comerciante terá um lucro ou prejuízo?

  120 – 150= - 30,00

✓ Explique como o prejuízo pode afetar o negócio.

✓ Para fixar o conteúdo o professor devera dividir a turma em quatro grupos. Cada grupo receberá uma folha com diferentes cenários de compra e venda, onde eles devem calcular o lucro ou prejuízo.

Exemplos dos cenários:

Produto A: Custo =R$80,00, Venda = R$ 100,00

Produto B: Custo =R$60,00, Venda = R$ 50,00

Produto C: Custo =R$120,00, Venda = R$ 180,00

Produto D: Custo =R$140,00, Venda = R$ 120,00

- ✓ Os grupos devem apresentar o produto para ser vendido, apresentar suas respostas se alcançaram lucro ou prejuízo na realização do negócio. Ao final o professor explica que esses conceitos podem ser aplicados em situações do dia a dia e que os estudantes vão reunir em grupos e será feita uma feira empreendedora.
- Explicar para os estudantes como será realizado.
- A turma será dividida em grupos.
- Cada grupo deve escolher um objeto para a venda. Pode ser alimento, brinquedo, material escolar, missangas ou tecnológico.
- Os estudantes vão escolher qual o produto, fazer uma pesquisa de preço, calcular o preço de venda da mercadoria, montar o estande, e sob autorização do responsável levar uma certa quantia para poder apreciar e comprar os produtos que serão expostos na feira pelos colegas. A escola pode custear essa feira e emitir uma moeda própria para ser comercializada pelos estudantes.
- Os grupos terão o prazo de uma semana para se organizar.
- O professor devera fomentar o trabalho em equipe, orientar, tirar dúvidas, além de ajuda-los a dividir tarefas e responsabilidades.

Preparação para a Feira

- ✓ Formação dos Grupos: divisão em pequenos grupos, cada um responsável por um produto
- ✓ Pesquisa de Mercado: os estudantes devem investigar qual o produto será mais atrativo para ser vendido e que vai atrair a atenção dos colegas, professores e demais funcionários da escola.
- ✓ Desenvolvimento do produto: após escolher o produto, podem fazer pequenos cartazes para divulgar, fazer propaganda durante a semana;
- ✓ Aspectos práticos: os grupos devem calcular os custos de produção e definir o preço de venda para obter lucro.
- ✓ O professor apresenta a data da feira.
- ✓ Obs.: Todas as imagens seguem em forma de slides no Anexo C.

7ª aula- Feira Empreendedora

Realização da Feira

- ✓ No dia da feira o professor escolhe um lugar adequado na escola, pode ser na sala de aula bem como pátio ou quadra para que os estudantes tenham espaço para compor seu cenário.
- ✓ Montagem das mesas: Cada grupo deve montar sua mesa ou barraca com seu produto. É importante que seja atrativa e bem-organizadas.
- ✓ Venda dos Produtos: Durante a feira, os estudantes irão vender seus produtos aos colegas, professores e demais colaboradores. Devem ser criativos na abordagem dos clientes.

- ✓ Registro das Vendas: cada grupo deve manter um registro das vendas realizadas, anotando quantos produtos foram vendidos e o total arrecado que será entregue ao professor com os nomes dos componentes do grupo

8ª aula- Após Feira Empreendedora

Avaliação da Atividade- Feira Empreendedora

Na aula seguinte após a realização da feira o professor deverá promover uma avaliação da atividade realizada.

- ✓ Feedback dos participantes: realizar uma roda de conversa em que os estudantes possam compartilhar suas experiencias, desafios enfrentados e os aprendizados adquiridos;
- ✓ Avaliação dos Produtos: Deixar que apontem se tivesse uma nova oportunidade vocês manteriam o produto escolhido ou mudaria e poque?
- ✓ Resultados financeiros: Analisar o lucro obtido por cada grupo em relação ao custo inicial, e se foi dividido o lucro entre os componentes.

Avaliação

A avaliação dos alunos será contínua e ocorrerá ao longo de toda a sequência didática, considerando diversos aspectos como a participação nas atividades em sala de aula, a interação com os colegas durante os trabalhos em equipe, o desenvolvimento das propostas apresentadas e as atividades registradas nos cadernos. Todos esses elementos serão levados em conta para proporcionar uma avaliação mais abrangente do aprendizado de cada estudante. Segundo Miranda, “a avaliação contínua é considerada um método de avaliação onde o aluno é avaliado por inteiro, ou seja, a avaliação não deve acontecer somente ao final de um bimestre através das famosas provas bimestrais. É preciso que o processo de avaliação seja constante” (MIRANDA, 2020).

Referências

ALVES, Maria Bernardete Martins; MENDES, Leandro Luis. **Mecanismo On line para referência**. 2006. Disponível em: https://more.ufsc.br/homepage/inserir_homepage. Acesso em: 05 fev. 2025.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular. Educação é a Base**. 2017. Brasília, MEC, DF. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=79601-anexo-texto-bncc-reexportado-pdf-2&category_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 10 jan. 2025.

CLARO, Instituto. **Porcentagem, percentual, fracionária e decimal**. 2022. Disponível em: https://www.institutoclaro.org.br/21atemáti/para-ensinar/planos-de-aula/porcentagem-percentual-fracionaria-e-decimal/. Acesso em: 10 jan. 2025.

EDUCAÇÃO, Mundo. **Porcentagem e soma de números decimais.** 2021. Disponível em: https://mundoeducacao.uol.com.br/22atemática/porcentagem.htm. Acesso em: 06 jan. 2025.

FISBHEN, Marco; TADEU, Professor. Descomplica**. Vamos falar de frações**. 2021. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=cZkY5RmbM68. Acesso em: 06 jan. 2025.

FOLHAPRESS, Léo Burgos. **Recortes de jornais onde aparecem reportagens com % (porcentagem**. 2015. Disponível em: https://folhapress.folha.com.br/foto/6364162. Acesso em: 05 fev. 2025.

GRANDO, Regina Célia. **Recursos didáticos na educação matemática: jogos e materiais manipulativos**. 2015. Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica, v. 05, n. 02, p. 393-416. Disponível em: https://ojs.ifes.edu.br/index.php/dect/article/view/117/114. Acesso em: 10 jan. 2025.

GROSSO, Seduc Secretaria de Estado de Educação do Governo do Mato. **Estudo Aplicado a Matemática: porcentagem. Porcentagem**. 2017. Disponível em: https://www.aprendizagemconectada.mt.gov.br/educ-tempo-integral-ano7-matematica. Acesso em: 10 jan. 2025.

LIBANEO, Antônio Carlos Gilberto. **Didática**. 4. Ed. São Paulo: Cortez, 2013.

MACHADO, Júlio César; MACHADO, Sonia M. Vanzella. **Metodologias Ativas: Sequências Didáticas.** São Paulo: Ftd, 2016. 6 p.

MATEMÁTICA, Só. **Gerador jogo dominó: Porcentagem.** 1998. Disponível em: https://www.somatematica.com.br/softOnline/GeradorDominos/gerador.php. Acesso em: 14 jan. 2025.

MIRANDA, Danielle de. **Avaliação contínua**. 2002. Disponível em: https://educador.brasilescola.uol.com.br/22atemática22-ensino/22atemátic-continua.htm. Acesso em: 13 jan. 2025.

MUNIZ JUNIOR, Ivail. **Educação financeira e a sala de aula de matemática: conexões entre a pesquisa acadêmica e a prática docente.**: In: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades. 2016. Disponível em: https://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/6333_4396_ID.pdf. Acesso em: 10 jan. 2025.

NEC, Núcleo Educação Conectada. P. FILHO, Prof. Carlos Alberto; GOIÂNIA., Programa Smart Educação da Prefeitura de. **Comprar! E como pagar?** 2022. Disponível em: https://sme.goiania.go.gov.br/conexaoescola/eaja/comprar-e-como-pagar/. Acesso em: 10 jan. 2025.

PERETTI, Luiz Carlos. **Educação financeira: aprenda a cuidar do seu dinheiro**. 3. Ed. Paraná: Impressul, 2007. 1 p.

PERRENOLD, Philippe. **Dez novas competências para ensinar**. 1. Ed. Porto Alegre: Artmed, 2000.

PONTES, Aldo Nascimento; TOMAZELA, Maria das Graças Junqueira Machado; ALVES, Danilo Cardoso. **Nico: aplicativo para auxiliar na educação financeira de crianças do ensino fundamental**. 4. Ed. São Paulo: Revista Fatec Zona Sul, 2017. 19 p.

PROMOÇÕES, Procurando. **Propaganda celular**. 2015. Disponível em: https://procurandopromocoes.blogspot.com/2015/11/23atemáti-smartphone-moto-g-iii-xt1543_13.html. Acesso em: 10 jan. 2025.

SERVELOJA. **Formas de pagamento**. 2022. Disponível em: https://serveloja.com.br/pt_br/formas-de-pagamento/. Acesso em: 14 jan. 2025.

TROVÃO, Luiz Filipe. **Porcentagens: acréscimos e descontos**. 2024. Disponível em: https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/7ano/23atemática/porcentagens-acrescimos-e-descontos/1347. Acesso em: 06 jan. 2025.

WORDWALL. **Educação financeira**. 2017. Quis jogo com perguntas. Disponível em: https://wordwall.net/pt/resource/20306811/educa%C3%A7%C3%A3o-financeira. Acesso em: 05 jan. 2025.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998. 15 p.

ANEXO A – Sugestão de slides Fração

Link do slide:
https://docs.google.com/presentation/d/1GJUaFzJKYsYJ3gpChx8feQJM8NcCAjB5WktE8xsn43A/edit?usp=sharing

Figura 13 – Fração

Fonte: Youtube- Descomplica (2021)

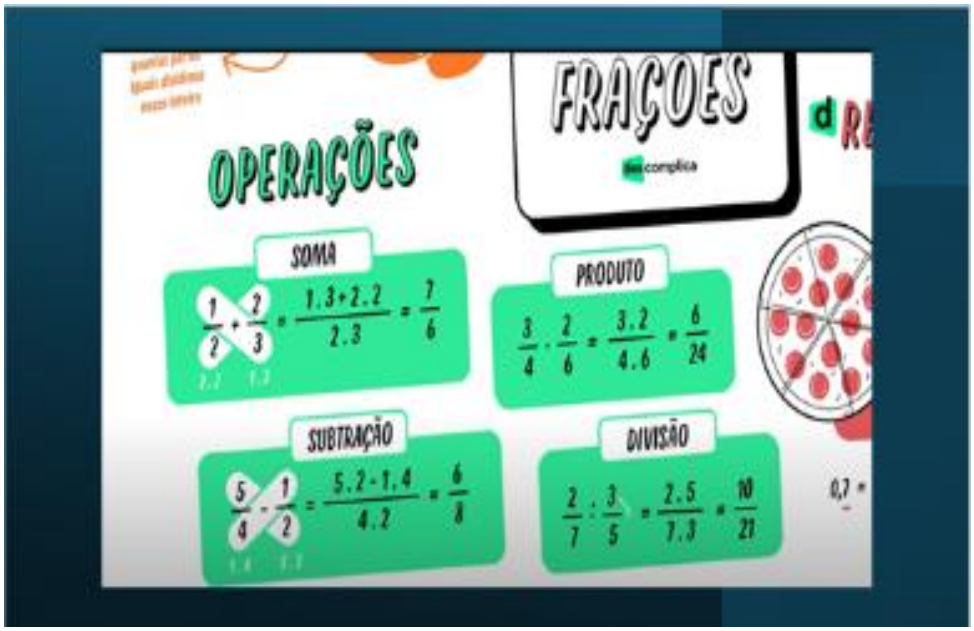
Figura 14 – Fração

Fonte: Youtube- Descomplica (2021)

Figura 15 – Fração

Fonte: Youtube- Descomplica (2021)

Figura 16 – Fração



Fonte: Youtube- Descomplica (2021)

ANEXO B – Sugestão de slides – Jogo Dominó da Porcentagem

Figura 17 – Jogo de Dominó

Fonte: Somamatematica (1998)

ANEXO C – Sugestão de slides Porcentagem

Link do Slide: https://docs.google.com/presentation/d/109-xTk9PaVoh6Yo2oIt22I2Sj3ZfIQVgfailakzceAQ/edit?usp=sharing

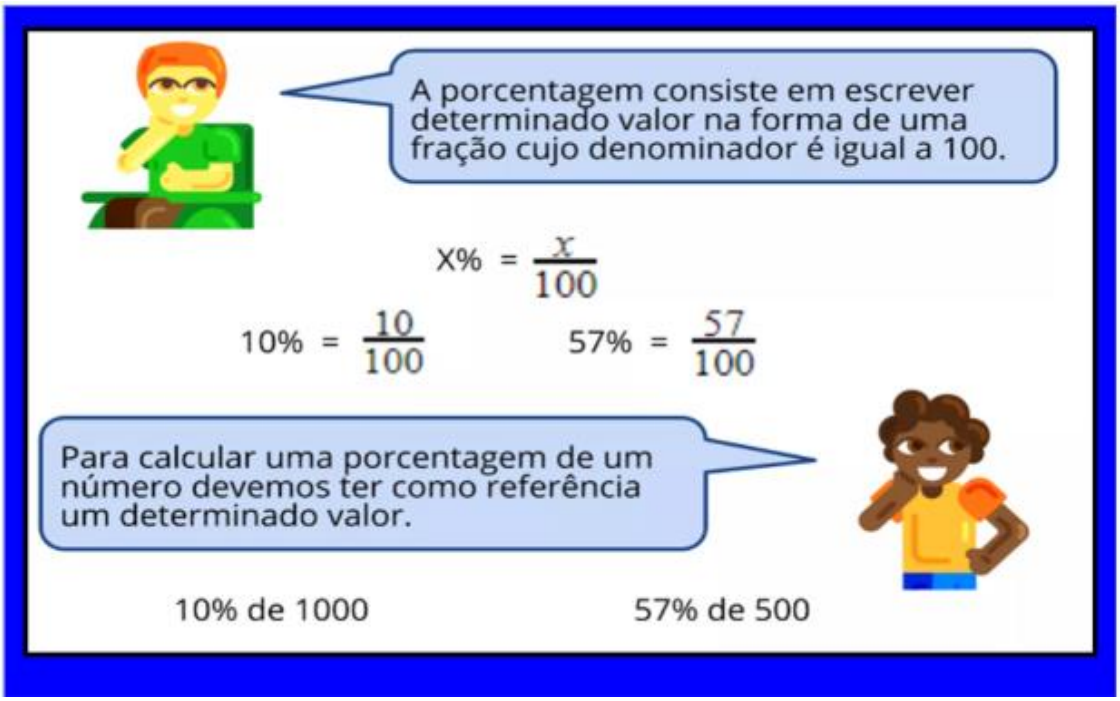
Figura 18 – Recorte de Jornal

Fonte: Folha Press (2015)

Figura 19 – Promoção

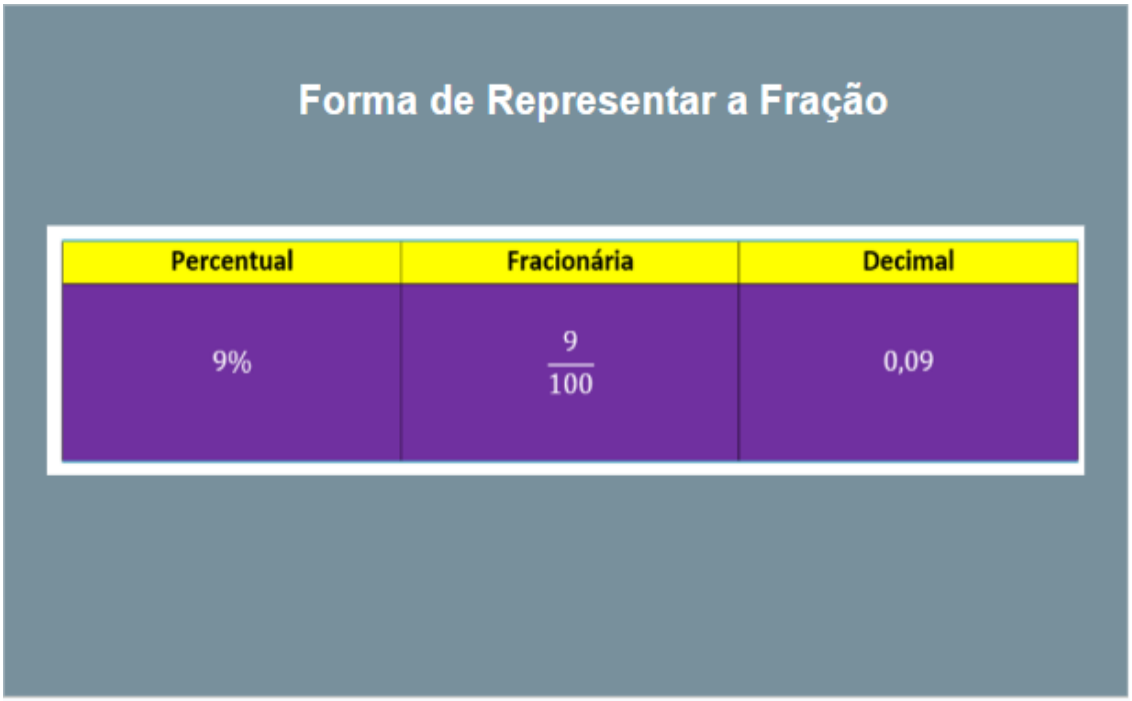
Fonte: Procurando promoções (2015)

Figura 20 – Fração



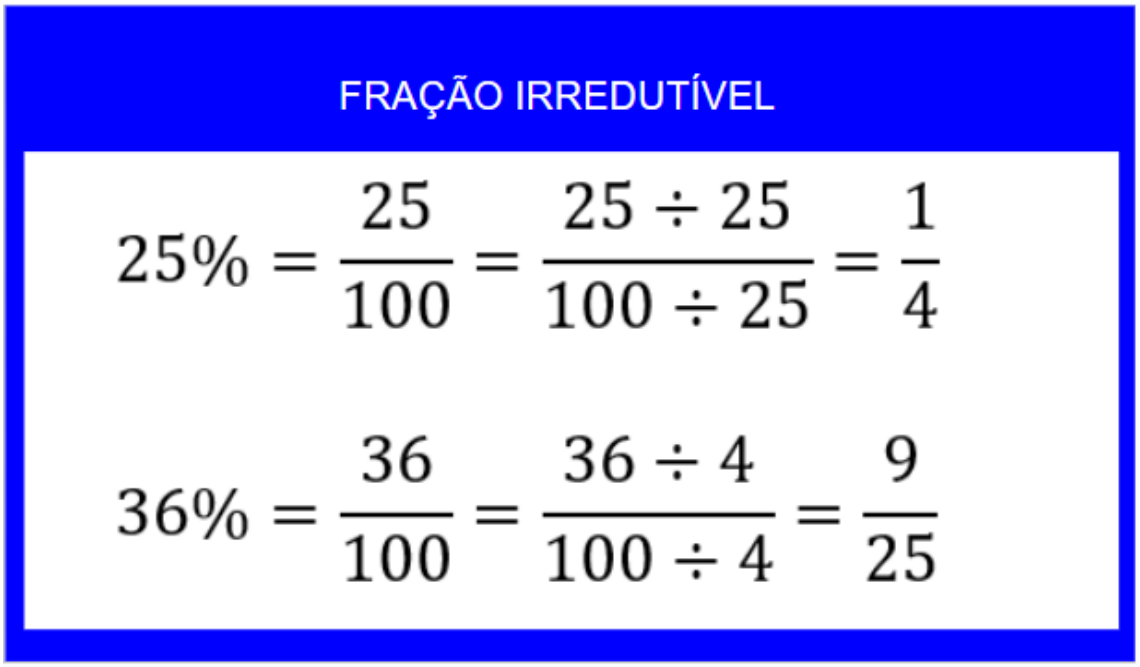
Fonte: Nova Escola (2024)

Figura 21 – Fração Representação



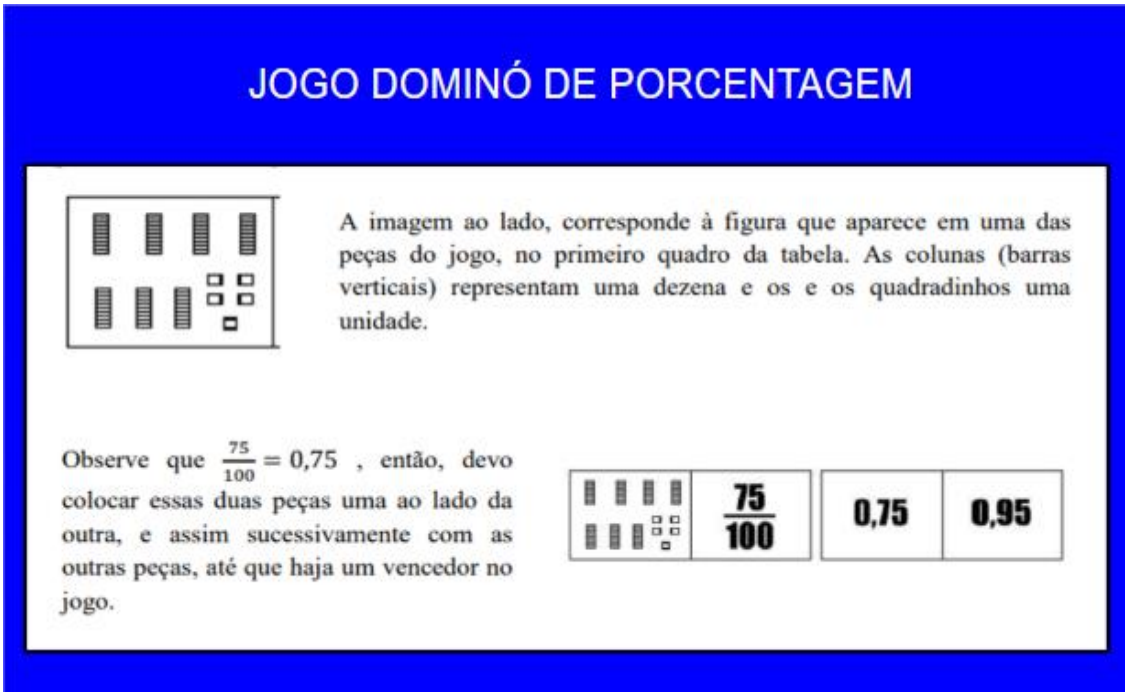
Fonte: Instituto Claro (2022)

Figura 22 – Fração



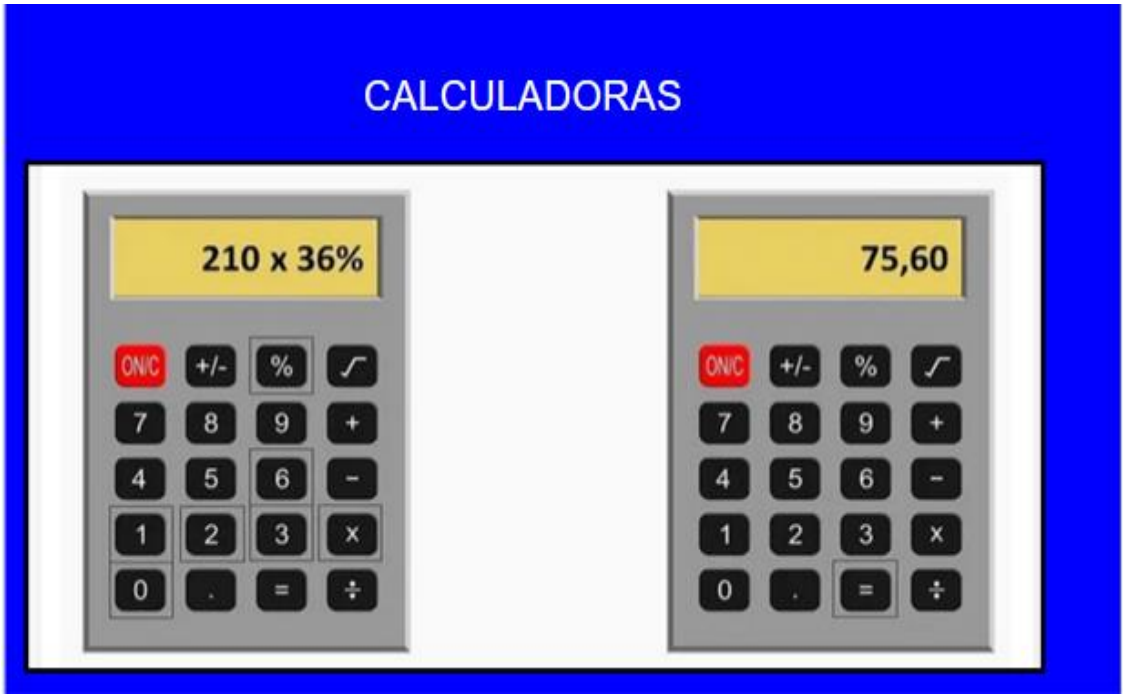
Fonte- Próprio autor

Figura 23 – Jogo



Fonte: Só matemática (1998)

Figura 24 – Calculadora

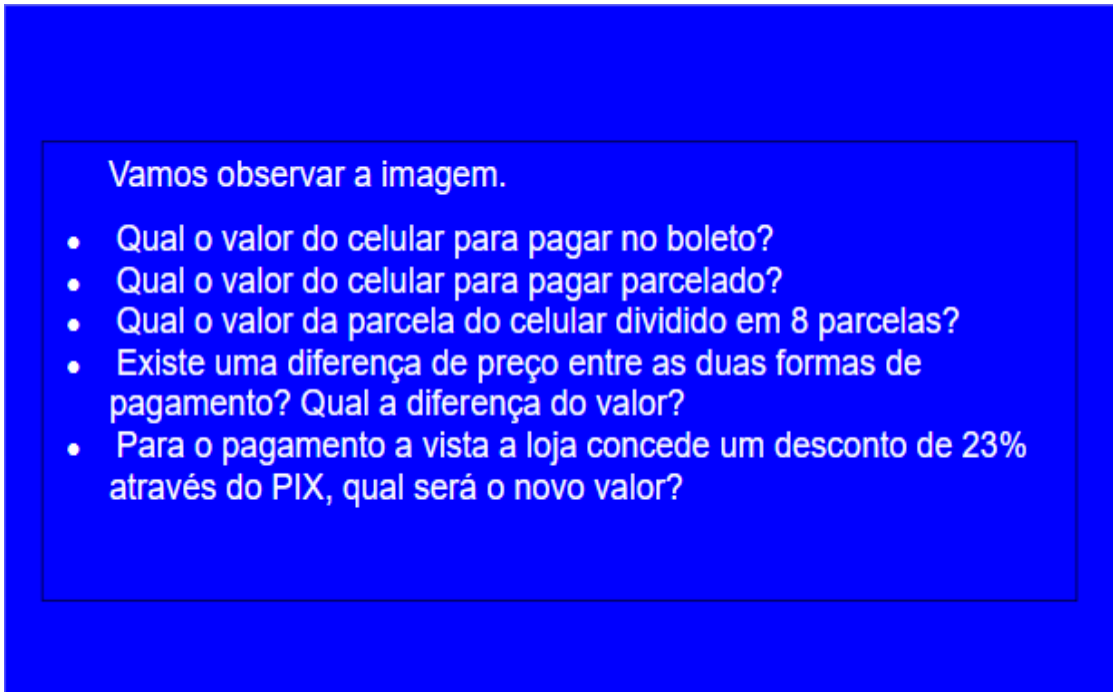


Fonte: Aprendizagem conectada (2020)

Figura 25 – Promoção

Fonte: Procurando promoções (2015)

Figura 26 – Perguntas

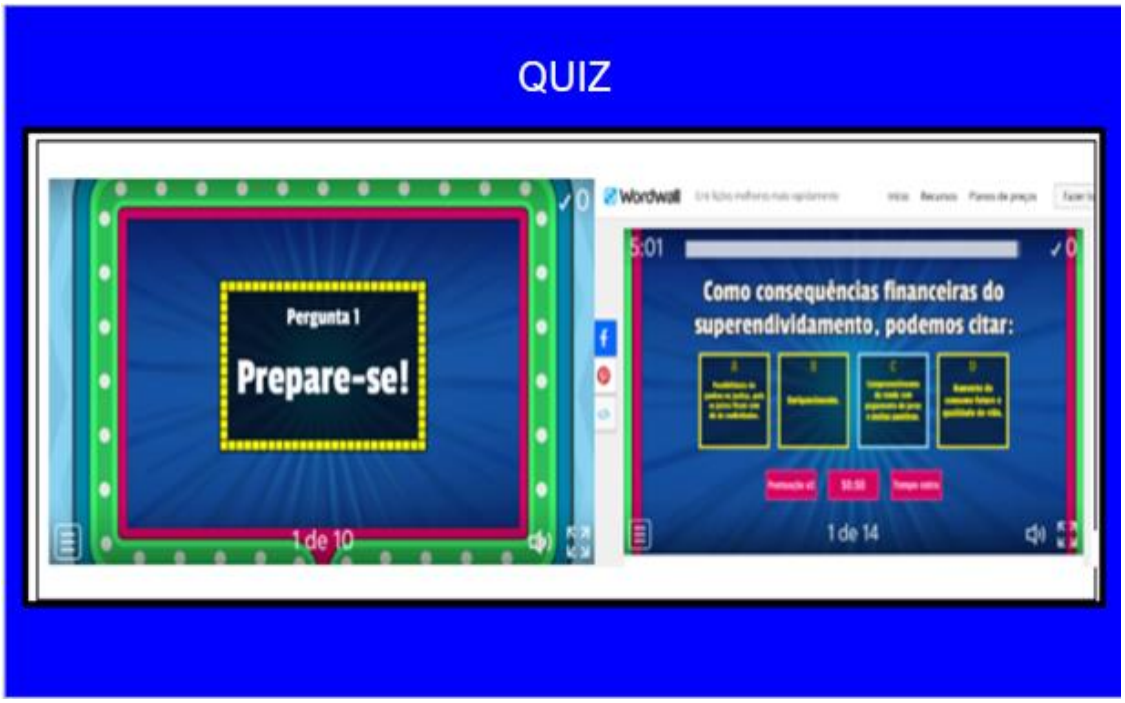


Fonte: SME Goiânia/ Conexão Escola (2020)

Figura 27 – Quis

Fonte: WORDWALL. Educação financeira

Figura 28 – Quiz



Fonte: WORDWALL. Educação financeira

ANEXO D – Formas de pagamento

Figura 29 – Formas de Pagamento

Após a explanação do professor, os estudantes deverão elaborar um resumo sobre as diferentes formas de pagamento discutidas em aula, incluindo uma descrição de cada uma delas. Além disso, cada aluno deverá apresentar uma situação-problema correspondente a cada forma de pagamento, demonstrando sua compreensão prática dos conceitos abordados. Feito essa ação entrega a folha para o professor.

Fonte: Serveloja (2023)

APÊNDICE A - Atividade complementar

Questão 01- Pratique para aprender:

Qual a fração que representa 3 partes de um total de 8 partes?

Qual a fração que representa 2 partes de um total de 10 partes?

Qual a fração que representa 14 partes de um total de 24 partes?

Questão 02 – Determine se as frações $\frac{2}{4}$ e $\frac{1}{2}$ são equivalentes. Justifique sua resposta.

Questão 03 – Calcule $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ utilizando o método da borboleta.

Questão 04 – Resolva $\frac{5}{8} - \frac{1}{4}$ utilizando o método da borboleta.

Questão 05 – Calcule $\frac{2}{5}$ x $\frac{3}{4}$ =? e $\frac{3}{7} : \frac{2}{5}$ =?

Questão 06 – Para fazer uma receita de bolo Juliana precisa de $\frac{2}{3}$ do copo de açúcar. Se quiser fazer somente a metade da receita quanto de açúcar deve usar?

APÊNDICE B - Atividade complementar

Questão 01 – No caderno represente como se lê cada fração e represente a com o número decimal correspondente:

A) $\frac{8}{10}$ =

B) $\frac{24}{100}$=

C) $\frac{7}{100}$=

D) $\frac{154}{1000}$=

E) $\frac{33}{100}$=

Questão 02 – Transforme os números decimais em frações:

a) 0,24 =

b) 1,90

c) 2,35

d) 7,456

Questão 03 – Transforme as frações a seguir em números decimais:

a) $\frac{2}{7}$

b) $\frac{2}{25}$

c) $\frac{22}{50}$

d) $\frac{124}{235}$

Questão 04 – Transforme cada número decimal em fração decimal e simplifique para alcançar a forma irredutível:

a) 2,5 =

b) 1,8 =

c) 0,25 =

d) 1,30 =

Questão 05 – Responda

a) 25% representam quantos por cento de 50

b) Em uma sala de aula há 30 alunos, dos quais 40% são meninas. Quantas meninas têm na sala?

c) 50% representam quantos por cento de 100

d) 10% de 250

e) 75% de 200

APÊNDICE C – Pesquisa de preços

EMPRESA	SERVIÇO	MÊS DE SETEMBRO	MÊS DE OUTUBRO	MÊS DE NOVEMBRO	MÊS DE DEZEMBRO
SANEAGO	***ÁGUA***				
EQUATORIAL	***ENERGIA***				

PRODUTOS	ARROZ	FEIJÃO	ÓLEO	LEITE	CAFÉ
MARCA					
PREÇO					

PAPELARIA	CADERNO 10 MATÉRIAS	LÁPIS PRETO	CANETA AZUL	CAIXA DE LÁPIS DE COR 12 UNIDADES	RÉGUA 30 CM
MARCA					
PREÇO					

Fonte- Próprio autor

O ensino de notação científica baseada em problemas que envolvem medidas macro e micro

Beatriz de Pinho Canabrava Rick
Orientador: Prof. Dr. Jairo Menezes e Souza

Estrutura curricular

Etapa de ensino/Ano ou Série

Ensino Fundamental/9º Ano

Área

Matemática

Unidade Temática (BNCC)

Números

Objetos de Conhecimento (BNCC)

- Potências com expoentes negativos e fracionários;
- Números reais: notação científica e problemas.

Habilidades (BNCC)

(EF08MA01) Efetuar cálculos com potências de expoentes inteiros e aplicar esse conhecimento na representação de números em notação científica.

(EF09MA03) Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários.

(EF09MA04) Resolver e elaborar problemas com números reais, inclusive em notação científica, envolvendo diferentes operações.

Objetivos/Expectativas de Aprendizagem

- Compreender o contexto histórico e a necessidade de simplificar cálculos com números muito grandes ou muito pequenos;
- Desenvolver o entendimento sobre notação científica e suas aplicações práticas.

Duração das atividades

Sugestão de quatro etapas, com uma previsão total de cinco aulas de 50 minutos cada. Para a atividade de retomada/revisão (1ª etapa) uma aula; para o desenvolvimento da sequência didática (SD) será destinado duas aulas para a 2ª etapa e uma aula para a 3ª etapa; para a 4ª etapa, atividade de fechamento, uma aula. A quantidade de aulas por

etapa poderá variar de acordo com o tempo de aula destinado pela escola e o desenvolvimento da turma durante a aplicação da SD.

Conhecimentos prévios trabalhados pelo professor com os alunos

- Potenciação;
- Propriedades de potência.

Estratégias de Ensino e Recursos Educacionais

- Estratégias de Ensino:

1) Contexto histórico

Contextualizar a criação da notação científica, buscando trazer um panorama sobre como foi usada por matemáticos e cientistas para simplificar cálculos. Ao fazer isso, os estudantes têm a oportunidade de entender o porquê do uso da notação científica e sua relevância nas medidas Macro e Micro no universo.

Segundo (Brasil, 2018, p. 299), "para a aprendizagem de certo conceito ou procedimento, é fundamental haver um contexto significativo para os alunos, não necessariamente do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento e da própria história da Matemática". A História da Matemática, usada como um recurso de ensino, instiga a curiosidade do indivíduo e mostra para o estudante a importância e a necessidade de se promover certo conhecimento.

2) Interdisciplinaridade

Explorar através de exemplos do cotidiano o uso de números grandes/Macro (como a distância entre planetas) e pequenos/Micro (como o tamanho de moléculas), para ajudar a tornar o conceito mais concreto e próximo da realidade dos alunos, buscando despertar o interesse e facilitar o entendimento do uso prático da notação científica.

Buscamos abordar a interdisciplinaridade entre a Matemática e as Ciências da Natureza (Física, Química e Biologia) como prática educativa, com foco na melhoria da Educação Científica. Como argumentam Lavaqui e Batista (2007), a interdisciplinaridade proporciona aos estudantes uma formação que os habilitem a interpretar o mundo de forma mais abrangente e crítica, fazendo-os perceber que os conhecimentos não são fragmentados, podendo assim utilizar conhecimentos de diferentes áreas de uma maneira integrada. Isso faz com que os estudantes percebam que os problemas possuem diferentes perspectivas e possivelmente vários caminhos para sua resolução, e que a matemática fornece a linguagem formal e as ferramentas de modelagem que sustentam a compreensão de conceitos científicos.

A matemática deve ser ensinada além da mera aplicação de fórmulas e algoritmos, superando a simples transmissão de conhecimento. A interdisciplinaridade, segundo (Reis e Barrios, 2024, p. 54), "permite que conceitos matemáticos sejam ensinados em conjunto com áreas variadas do conhecimento, promovendo uma compreensão mais integrada e aplicada". Ao conectar os conteúdos escolares com as experiências e os

interesses dos estudantes, a interdisciplinaridade torna a aprendizagem mais relevante e significativa para a vida cotidiana.

O estudante deve ser o agente principal na construção do seu conhecimento matemático, isso significa que o professor deve atuar como mediador e incentivador, criando um ambiente de pesquisa e descoberta, enfatizando a necessidade de desmistificar a matemática como algo difícil e inacessível, mostrando-a como uma ciência em construção. Isso pode ser realizado a partir de atividades em grupo, permitindo que os alunos desenvolvam habilidades práticas e discutam entre si as melhores estratégias de forma ativa.

> Para a interdisciplinaridade, (...) ensinar matemática é, antes de mais nada, ensinar a "pensar matematicamente", a fazer uma leitura matemática do mundo e de si mesmo. É uma forma de ampliar a possibilidade de comunicação e expressão, contribuindo para a interação social, se pensada interdisciplinarmente. (Fazenda, 2008, p. 89 apud Fazenda, 2003, p. 62)

3) Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC)

Propor jogos e desafios, usando TIC's, possibilita que os estudantes realizem a conversão e resolvam operações com números em notação científica, contribuindo para um ensino dinâmico e tornando o aprendizado interativo com o auxílio de plataformas como Quizizz.

> O uso das TIC na educação escolar possibilita ao professor e ao aluno o desenvolvimento de competências e habilidades pessoais que abrangem desde ações de comunicação, agilidades, busca de informações, até a autonomia individual, ampliando suas possibilidades de inserções na sociedade da informação e do conhecimento. (Tezani, 2011, p. 36)

- Recursos educacionais utilizados
  - ✓ Quadro, pincel (giz);
  - ✓ Computadores e celulares usados em sala de aula, biblioteca ou no laboratório de informática;
  - ✓ Projetor;
  - ✓ Internet;
  - ✓ Slides Interativos;
  - ✓ Caderno para anotações e resoluções das tarefas;
  - ✓ Folhas impressas das tarefas;
  - ✓ Simuladores online de jogos para exercícios interativos;

Descrição da Sequência de Atividades

1ª Etapa

Nesse primeiro momento, é sugerido ao professor que retome com os estudantes os conceitos de potência e suas propriedades, de acordo com o que é considerado como conhecimento prévio. Para essa retomada, o professor pode usar exemplos como o tamanho de partes de uma célula, planetas, quantidade de dinheiro de um prêmio de loteria, entre outros.

O site[1] que será utilizado na Tarefa 2 apresenta vários exemplos que podem ser aproveitados pelo professor. Abaixo seguem três sugestões que podem ser utilizadas como exemplos.

Um vislumbre do gigante: o tamanho do Mimivirus

Você já ouviu falar do Mimivirus? O Mimivirus, que significa "micróbio imitador", é um gigante no mundo dos vírus. Este vírus extraordinário não é fascinante apenas por seu tamanho, mas também por suas características únicas e como ele se compara a outros vírus e até mesmo a alguns objetos que encontramos em nossa vida cotidiana. O Mimivírus, por outro lado, tem um diâmetro de cerca de 400 nanômetros, tornando-o quatro vezes maior do que o vírus típico! O Mimivírus foi até coroado o maior vírus do mundo até 2013, quando outro gigante, o Pandoravírus, levou o título.

A poderosa mitocôndria: quão grande ela realmente é?

Pense em um grão de sal. É minúsculo, certo? Agora, imagine algo ainda menor que isso. É assim que uma mitocôndria é pequena. Na verdade, ela é cerca de 1.000 vezes menor que um grão de sal. Uma mitocôndria é uma pequena parte de quase todas as células do seu corpo. Você pode pensar em uma célula como uma cidade movimentada, e a mitocôndria é como a usina de energia que mantém tudo funcionando perfeitamente. A mitocôndria foi descoberta pela primeira vez por um cientista chamado Albert von Kölliker em 1857. Ele as encontrou enquanto estudava os músculos de insetos. O nome "mitocôndria" foi dado por Carl Benda em 1898. O termo significa "grânulo de fio", que descreve o formato e a aparência dessas pequenas usinas de energia sob um microscópio. Uma mitocôndria tem 1 micrômetro.

A Estátua da Liberdade

A Estátua da Liberdade recebe visitantes e imigrantes no Porto de Nova York desde que foi construída pelos franceses em 1886. Representando a nobre proposta de liberdade de opressão, ela se eleva sobre a Ilha da Liberdade, com o topo de sua tocha a 93 metros do chão. A Estátua da Liberdade não é apenas grande; ela também é pesada. A estátua, feita de cobre e aço, pesa incríveis 204 toneladas. Isso é tão pesado quanto 35 elefantes! Mas isso não é nada comparado à sua base de concreto, que pesa 27.000 toneladas, o equivalente a 675 caminhões de 18 rodas em capacidade máxima.

[1] Disponível em: https://scaleofuniverse.com/pt

O prêmio da Mega-Sena, em especial o concurso da Mega da virada de 2024, também é um exemplo que mostra o uso de números muito grandes. Esse valor pode ser encontrado no portal de notícias Oglogo.com[2] conforme texto abaixo.

> **Resultado da Mega da Virada: Valor é o maior já pago na história das loterias em todo o Brasil**
>
> O sorteio da Mega da Virada 2024 (concurso 2810) foi realizado pela Caixa Econômica Federal, às 20h deste domingo (31), e saíram os tão aguardados números. O prêmio da 16ª edição é de R$ 635.486.165,38, o maior valor da história do concurso especial. Oito apostas acertaram as seis dezenas e vão dividir o prêmio.

Vale ressaltar que o objetivo desses exemplos ainda não é apresentar o conceito de notação científica e suas propriedades, mas sim mostrar para os estudantes a existência, e a utilidade de números Macro e Micro em outras áreas de conhecimento além da matemática, como na Física e na Biologia.

É importante confirmar que os estudantes entendam os conceitos a seguir.

- Cálculo de potências

O símbolo a^n representa a potência de base a e expoente n. Para qualquer valor que seja o número a e o número inteiro n maior que 1, temos:

$$a^n = a.a.a.\ldots.a \ \ [n \text{ fatores}]$$

- Potência de expoente 1

  Qualquer que seja o número real a, temos:

$$a^1 = a$$

- Potência de expoente zero

  Para todo número real a, não nulo, temos:

$$a^0 = 1$$

- Potência de expoente inteiro negativo

  Qualquer que seja o número real a, não nulo, e o inteiro n, temos:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

- Propriedades

  Operações de multiplicação, divisão e potência entre potências como bases ou expoente iguais.

[2] Disponível em: https://oglobo.globo.com/economia/noticia/2024/12/31/resultado-da-mega-da-virada-veja-numeros-sorteados-para-o-premio-de-r-635-milhoes.ghtml

Quadro 1 – Propriedades de potências

Produto de potências de mesma base	Conservar a base e somar os expoentes	$a^n . a^m = a^{n+m}$
Quociente de potências de mesma base	Conservar a base e subtrair os expoentes	$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
Produto de potências de mesmo expoente	Conservar o expoente e multiplicar as bases	$a^n . b^n = (a.b)^n$
Quociente de potências de mesmo expoente	Conservar o expoente e dividir as bases	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
Potência de potência	Conservar a base e multiplicar os expoentes	$(a^n)^m = a^{n.m}$

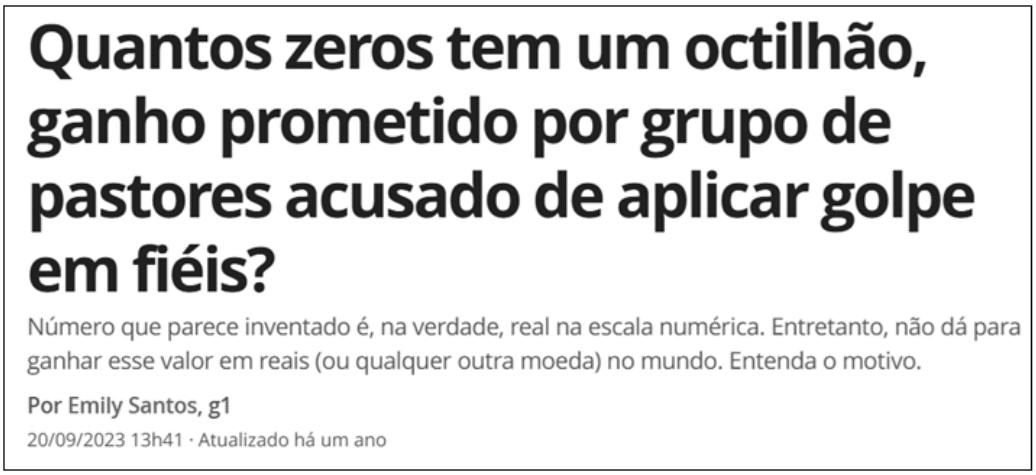
Fonte: Elaborado pela autora

Em cada conceito listado acima, é interessante que seja apresentado ao menos um exemplo numérico, para melhor visualização das definições e propriedades. Caso o professor identifique a necessidade de apresentar outros exemplos para a aplicação das propriedades, pode ser destinado mais um tempo da aula para essa ação.

2ª Etapa

O professor pode começar a abordar os conceitos de potência apresentando um fato curioso para responder a seguinte pergunta: "Como a falta de noção de quantidade pode influenciar nossas decisões?". Após observar as respostas dos estudantes, é solicitado a leitura da matéria no link: https://x.gd/VmOyN. Caso a internet não esteja disponível no momento, o texto poderá ser impresso ou projetado, conforme o Apêndice da Tarefa 1 que possui o título apresentado na Figura 1 a seguir.

Figura 1 – Título da matéria no site G1.



Fonte: Site do g1.globo.com

A partir da leitura os alunos deverão representar os números das classes que levam ao octilhão, apresentados na reportagem, em forma de potências de base 10 (dez) como representado na Figura 2 a seguir.

Figura 2 – Representação de classes numéricas em potências de 10.

Como se chega ao octilhão?

As classes numéricas que levam ao octilhão são:

Milhão: 1.000.000 (6 zeros) = 10^6

Bilhão: 1.000.000.000 (9 zeros) = 10^9

Trilhão: 1.000.000.000.000 (12 zeros) = 10^{12}

Quadrilhão: 1.000.000.000.000.000 (15 zeros) = 10^{15}

Quintilhão: 1.000.000.000.000.000.000 (18 zeros) = 10^{18}

Sextilhão: 1.000.000.000.000.000.000.000 (21 zeros) = 10^{21}

Septilhão: 1.000.000.000.000.000.000.000.000 (24 zeros) = 10^{24}

Octilhão: 1.000.000.000.000.000.000.000.000.000 (27 zeros) = 10^{27}

Fonte: Elaborado pela autora

Nesse momento o professor pode organizar os alunos em duplas para realizar uma atividade de pesquisa, usando os celulares dos alunos ou computadores disponíveis na escola, no site "A Escala do Universo" disponível no link https://scaleofuniverse.com/pt.

Os estudantes deverão pesquisar a medida de elementos micro e macro pré-determinados pelo professor, respondendo as perguntas do questionário da Tarefa 2 sugerida nos Apêndices conforme a Figura 3 abaixo.

Figura 3 – Pergunta contida no questionário da Tarefa 2.

Elemento	Curiosidade sobre o elemento	Medida
Titanic	Navio de passageiros britânico, que afundou em 1912 na sua viagem inaugural da Inglaterra para os Estados Unidos ao atingir um iceberg.	269 metros

Fonte: elaborado pela autora.

Caso a instituição não possua os recursos necessários para a realização da atividade como proposta anteriormente, o professor pode modificar os elementos presentes na tabela da Tarefa 2 para elementos que estejam presentes em livros ou enciclopédias disponíveis na biblioteca da instituição. Em último caso, é possível que o professor elabore um material impresso com as informações necessárias contendo os elementos presentes na atividade para que os estudantes realizem a leitura e finalizem a atividade.

Agora o professor apresenta para os estudantes a tabela da Figura 4 que contêm os prefixos nas unidades de medida do Sistema Internacional de Unidades (SI), para que eles possam mensurar a grandeza de cada um dos elementos contidos na pesquisa, orientando que para formar o múltiplo ou submúltiplo de uma unidade, basta colocar o nome do prefixo desejado na frente do nome da unidade. O mesmo procedimento ocorre com o símbolo.

Exemplos: Para multiplicar e dividir a unidade metro por mil:

quilo + metro = quilômetro; k + m = km

mili + metro = milímetro; m + m = mm

Observação: Os prefixos do SI também podem ser empregados com unidades fora do SI.

Figura 4 – Tabela dos prefixos

	Nome do prefixo	Símbolo do prefixo	Fator pelo qual a unidade é multiplicada
MÚLTIPLOS	yotta	Y	$10^{24} = 1000000000000000000000000$
	zetta	Z	$10^{21} = 1000000000000000000000$
	exa	E	$10^{18} = 1000000000000000000$
	peta	P	$10^{15} = 1000000000000000$
	tera	T	$10^{12} = 1000000000000$
	giga	G	$10^{9} = 1000000000$
	mega	M	$10^{6} = 1000000$
	quilo	k	$10^{3} = 1000$
	hecto	h	$10^{2} = 100$
	deca	da	10
	UNIDADE		
SUBMÚLTIPLOS	deci	d	$10^{-1} = 0,1$
	centi	c	$10^{-2} = 0,01$
	mili	m	$10^{-3} = 0,001$
	micro	μ	$10^{-6} = 0,000001$
	nano	n	$10^{-9} = 0,000000001$
	pico	p	$10^{-12} = 0,000000000001$
	femto	f	$10^{-15} = 0,000000000000001$
	atto	a	$10^{-18} = 0,000000000000000001$
	zepto	z	$10^{-21} = 0,000000000000000000001$
	yocto	y	$10^{-24} = 0,000000000000000000000001$

Fonte: Iezzi, 2018

Buscando que os estudantes percebam a necessidade da notação científica, o professor pode solicitar que os estudantes realizem as transformações das medidas que foram listadas na tabela para a unidade metro. Vale ressaltar que essa atividade levará os estudantes a exaustão, logo, é aconselhável que não seja solicitado a conversão de todos os valores, podendo selecionar alguns em específico (de preferência as menores e as maiores medidas). Caso solicite a conversão todos os valores, pode parar a atividade antes do término.

Após a conclusão da Atividade de conversão de unidades é esperado que os estudantes percebam a dificuldade de ser representar números muito grandes ou muito pequenos. Esse é o momento de ser apresentado o conceito de notação científica.

3ª Etapa

- Notação científica

A notação científica é uma forma simplificada de se escrever números reais muito grandes ou muito pequenos utilizando potências de base 10.

$$a.10^n, \text{ sendo } 1 \leq a < 10$$

Agora o professor retoma a Tarefa 2, e solicita que os alunos escrevam novamente as medidas de todos os elementos da tabela em metros, entretanto, agora utilizando notação científica de acordo com o exemplo expresso na Figura 5.

Figura 5 – Exemplo de resposta apresentada em notação científica

Fonte: Elaborado pela autora

Vale ressaltar com o estudante a forma de comparar e operar números em notação científica.

1. Para números positivos: o maior é aquele com maior expoente da potência de 10.
2. Para números negativos: o maior é aquele com menor expoente da potência de 10.
3. Adição e subtração: só ocorre quando os números tiverem o mesmo expoente da potência de 10.
4. Multiplicação, divisão e potenciação: obedecem às propriedades de potência.

Sugerimos como exemplo das operações com números na forma de notação científica a realização da Tarefa 3 dos Apêndices que contém o exemplo da Figura 6.

Figura 6 – Resolução de operações com notação científica

A superfície total da Terra tem cerca de 510 milhões de km², dos quais 360 milhões de km² são cobertos por água. A população do planeta é de cerca de 8 bilhões de habitantes.

Quantos são os habitantes por km² não coberto por água?

$$\frac{8\ bilhões}{10\ milhões} = \frac{8\ x\ 10^9}{10\ x\ 10^8} = \frac{8}{1{,}5}\ x\ 10 \cong 53{,}3$$

Fonte: Elaborado pela autora

Caso não haja tempo para a realização da atividade em sala, o professor pode passar o restante como atividade de casa, conferindo (através do visto) e fazendo a correção dos exercícios no início da próxima aula.

4ª Etapa

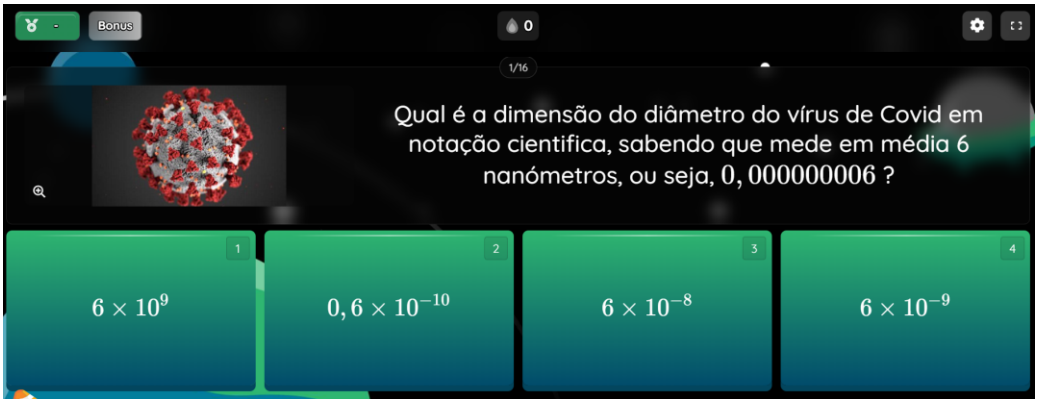
Nesse momento o professor pode fazer uma atividade de fechamento com os estudantes, tendo caráter formativo e avaliativo, buscando identificar a compreensão dos estudantes em relação ao conceito de notação científica estudado. Como atividade de fechamento, sugere-se a aplicação de uma atividade interativa que engaje os estudantes, buscando alcançar toda a sala.

A plataforma Quizizz.com oferece uma maneira divertida e envolvente de revisar conteúdos e avaliar o entendimento dos estudantes, propondo uma atividade que apresenta um alto nível de engajamento, conforme relatos apresentados pelo site, e com uma abordagem gamificada. Os estudantes podem responder às perguntas em tempo real, competindo entre si de maneira saudável, e recebem feedback instantâneo, permitindo que os estudantes vejam imediatamente quais respostas acertaram ou erraram, possibilitando a correção dos erros de forma mais ágil, reforçando assim o aprendizado.

Além disso, a plataforma oferece relatórios detalhados sobre o desempenho dos estudantes, facilitando a identificação de áreas que necessitam de maior atenção. Os *quizzes* podem ser acessados de qualquer dispositivo com internet, permitindo que os alunos participem tanto em sala de aula quanto em casa. Dessa forma, o Quizizz torna-se uma ferramenta valiosa na prática pedagógica, proporcionando um aprendizado de notação científica mais dinâmico e eficaz.

Para realizar a atividade, basta criar uma conta na plataforma Quizizz.com, explorar os *quizzes* disponíveis sobre notação científica ou criar o seu próprio, e compartilhar o código do *quiz* com seus alunos. Deixamos aqui a atividade "Notação científica Macro e Micro", de domínio público, como sugestão de atividade. Demonstração disponível em: https://quizizz.com/join/quiz/67411591e0414cefdf63f7f0/start?studentShare=true.

Figura 7 – Questão do Quiz sobre notação científica



Fonte: Elaborado pela autora

Durante a realização da atividade, o professor pode projetar o *ranking* geral ou apenas os cinco primeiros colocados na atividade, aumentando assim o empenho dos envolvidos com a realização da tarefa. Após a conclusão da atividade, caso o professor ainda possua tempo de aula, pode ser gerado relatório do sistema e retornar para os estudantes o *feedback* de cada questão, explorando aquelas que apresentaram menor índice de acertos.

Avaliação

Formativa: Acompanhamento contínuo através de exercícios, participação em aula e trabalhos em grupo, proporcionando ao professor o monitoramento do progresso dos estudantes. Possibilitando assim, como apresentado por (Brasil, 2018, p. 9), que o estudante possa desenvolver "argumentação com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos". Essas atividades podem ser avaliadas durante as correções baseando-se nos vistos e/ou na participação dos estudantes durante a realização da atividade.

Somativa: Ao final das atividades, para avaliar a compreensão dos conteúdos matemáticos, uma avaliação escrita poderá ser aplicada, conforme decisão do professor.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf

FAZENDA, Ivani Catarina Arantes.(org.). **O Que é interdisciplinaridade?**, São Paulo: Cortez, 2008.

HUANG, Cary. Scale of the Universe. Disponível em:< **https://scaleofuniverse.com/pt**> Acesso em: 15 jan. 2025.

IEZZI, Gelson. **Matemática e realidade 9º ano** / Gelson Iezzi, Antonio Machado, Osvaldo Dolce. 9. ed. São Paulo: Atual Editora, 2018.
LAVAQUI, Vanderlei; BATISTA, Irinéa de Lourdes. **Interdisciplinaridade em ensino de ciências e de matemática no ensino médio**. Ciência & Educação (Bauru), v. 13, p. 399-420, 2007.

REIS, Iraildes Maria Barbosa; BARRIOS, Maria Elba Medina. **Integração de saberes: desvendando o potencial da interdisciplinaridade e transdisciplinaridade no ensino da Matemática**. HUMANIDADES E TECNOLOGIA (FINOM), v. 48, n. 1, p. 52-61, 2024.

SANTOS, Emily. Quantos zeros tem um octilhão, ganho prometido por grupo de pastores acusado de aplicar golpe em fiéis?. G1.globo. 20 de set. de 2023. Disponível em: <**https://g1.globo.com/educacao/noticia/2023/09/20/quantos-zeros-tem-um-octilhao-ganho-prometido-por-grupo-de-pastores-acusado-de-aplicar-golpe-em-fieis.ghtml**>

TEZANI, Thaís Cristina Rodrigues. **A educação escolar no contexto das tecnologias da informação e da comunicação: desafios e possibilidades para a prática pedagógica curricular.** Bauru: Revistafaac. [online], p. 35-45. vol. 1, n. 1, set. 2011.

APÊNDICE

Tarefa 01

Texto:[3]

Quantos zeros tem um octilhão, ganho prometido por grupo de pastores acusado de aplicar golpe em fiéis?

Número que parece inventado é, na verdade, real na escala numérica. Entretanto, não dá para ganhar esse valor em reais (ou qualquer outra moeda) no mundo. Entenda o motivo.

Um grupo de pastores acusado de praticar golpes financeiros que prometia lucro de um octilhão de reais aos fiéis fez mais de 50 mil vítimas em todo o país.

O número parece inventado e até o corretor ortográfico estranha a escrita. Mas, afinal, esse número existe?

Sim, ele existe na escala numérica! Afinal, os números são infinitos, explica Ricardo Balistiero, que é doutor e professor de economia no curso de Administração do Instituto Mauá de Tecnologia (IMT).

Entretanto, é impossível aplicá-lo em uma escala financeira realista - o octilhão tem três vezes mais zeros do que o bilhão. (Veja quantos zeros são ao final desta reportagem.)

> **Hoje, o produto interno bruto (PIB) do Brasil está na escala do trilhão. Até o PIB mundial, que soma todos os PIBs do mundo, não passa da casa dos trilhões. Então, não pode existir um retorno monetário superior a esse valor em qualquer que seja o investimento financeiro.**
>
> — Ricardo Balistiero, professor de economia do Instituto Mauá de Tecnologia.

Segundo dados do Banco Mundial, o PIB mundial, que reúne todas as riquezas produzidas por todos os países juntos, foi de cerca de US$ 100 trilhões em 2022. No caso do Brasil, o PIB naquele ano foi US$ 1,92 trilhão.

O octilhão está bem acima do trilhão, o que significa que os pastores prometiam ganhos superiores a tudo que é produzido globalmente.

[3] Matéria do site G1.globo.com. Disponível em: https://g1.globo.com/educacao/noticia/2023/09/20/quantos-zeros-tem-um-octilhao-ganho-prometido-por-grupo-de-pastores-acusado-de-aplicar-golpe-em-fieis.ghtml

Hipoteticamente, podem existir um octilhão de grãos de areia em todo o planeta. Mas não dá para calcular um octilhão em riquezas, mesmo juntando todos os valores monetários existentes no mundo.

Como se chega ao octilhão?

As classes numéricas que levam ao octilhão são:

Milhão: 1.000.000 (6 zeros)

Bilhão: 1.000.000.000 (9 zeros)

Trilhão: 1.000.000.000.000 (12 zeros)

Quadrilhão: 1.000.000.000.000.000 (15 zeros)

Quintilhão: 1.000.000.000.000.000.000 (18 zeros)

Sextilhão: 1.000.000.000.000.000.000.000 (21 zeros)

Septilhão: 1.000.000.000.000.000.000.000.000 (24 zeros)

Octilhão: 1.000.000.000.000.000.000.000.000.000 (27 zeros)

Agora que você já leu a matéria publicada na plataforma G1 da Globo, pode notar a importância do conhecimento dos números para a compreensão da realidade que estamos inseridos. Agora utilizando os conhecimentos de potenciação, escreva as classes que levam ao octilhão em forma de potências de base 10 (dez).

Milhão: _____

Bilhão: _____

Trilhão: _____

Quadrilhão: _____

Quintilhão: _____

Sextilhão: _____

Septilhão: _____

Octilhão: _____

Tarefa 02

01. Acesse o link https://scaleofuniverse.com/pt;
02. Identifique um dos elementos solicitados;
03. Complete a tabela de acordo com o modelo;

Elemento	Curiosidade sobre o elemento	Medida
Titanic	Navio de passageiros britânico, que afundou em 1912 na sua viagem inaugural da Inglaterra para os Estados Unidos ao atingir um iceberg.	269 metros
Sequoia		
Paramécio		
Nix		
Cinturão de Kuiper		
Bacteriófago		
Omega Centauri		
Átomo de Carbono		
Próton		
Via Láctea		

Tarefa 03

Texto:[4]

Densidade demográfica da Terra

População mundial aumentou em 75 milhões em 2023

Departamento do Censo dos EUA estima alta populacional de 0,95% no mundo, que superou a marca de 8 bilhões de pessoas. Crescimento populacional está desacelerando. Dados divulgados pelo Departamento do Censo dos Estados Unidos nesta quinta-feira (28/12) apontam que em 2023 a população mundial aumentou em 75 milhões de pessoas, com uma taxa de crescimento 0,95%.

Segundo o levantamento, o mundo superou neste ano a marca de 8 bilhões de pessoas. No dia 1º de janeiro de 2024, a população mundial deverá ser de 8.019.876.189.

https://www.terra.com.br/noticias/populacao-mundial-aumentou-em-75-milhoes-em-2023,6bf15e818e762436590fd501fc280c9a8ni3xy3h.html?utm_source=clipboard

Acesso em: 31 de out. de 2024

A superfície total da Terra tem cerca de 510 milhões de km², dos quais 360 milhões de km² são cobertos por água. A população do planeta é de cerca de 8 bilhões de habitantes.

Quantos são os habitantes por km² não coberto por água?

$510 - 360 = 150$ (Há 150 milhões de km² não cobertos por água no planeta Terra).

A quantidade de habitantes por km² é obtida dividindo-se o total de habitantes pela superfície em km²:

$$\frac{8\ bilhões}{10\ milhões} = \frac{8\ x\ 10^9}{10\ x\ 10^8} = \frac{8}{1{,}5}\ x\ 10 \cong 53{,}3$$

A densidade demográfica da superfície emersa da Terra é de, aproximadamente, 53 habitantes por km².

Exercícios Sugeridos[5]

01. Uma molécula de açúcar comum (sacarose) tem $5{,}7x10^{-22}$ g de massa e uma molécula de água, $3{,}0x10^{-23}$ g.
a) Pesquise o que é molécula.
b) Qual das duas moléculas tem mais massa?
c) A massa maior é quantas vezes a menor?

02. Num copo de água com açúcar há 180 g de água e 11,4 g de açúcar. Usando os dados do exercício anterior, calcule:
a) quantas moléculas de água há no copo;

[4] Matéria do portal Terra.com. Disponível em: https://www.terra.com.br/noticias/populacao-mundial-aumentou-em-75-milhoes-em-2023,6bf15e818e762436590fd501fc280c9a8ni3xy3h.html?utm_source=clipboard#google_vignette.
[5] Exercícios adaptados do material Matemática e Realidade - 9º ano, Gelson Iezzi, Antonio Machado, Osvaldo Dolce. 9. ed. São Paulo: Atual Editora, 2018.

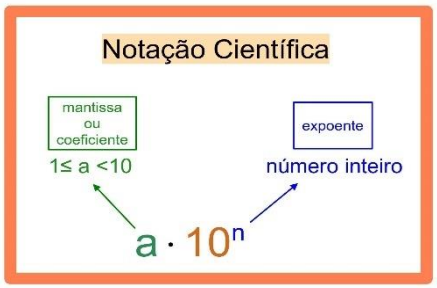
b) quantas moléculas de açúcar há no copo;
c) quantas vezes o número de moléculas de açúcar dá o de água;
d) o total de moléculas de água com açúcar.

03. Uma molécula de sal de cozinha tem massa de $9{,}7x10^{-23}$ g. Quantas moléculas existem em 1 kg de sal? Responda na notação científica.

ANEXO

Tarefa 04 - Quizizz[6]

1. Conforme o conteúdo estudado em sala de aula, sobre Notação Científica, 78 milhões corresponde a:



a) $7{,}8 \times 10^{8}$

b) $7{,}8 \times 10^{6}$

c) $7{,}8 \times 10^{9}$

d) $7{,}8 \times 10^{7}$

2. Em 2015, o Produto Interno Bruto (PIB) de Portugal foi ligeiramente superior a 179 mil milhões de euros. Qual o valor, em euros, do PIB de Portugal, relativo ao ano de 2015, em notação científica?

a) $1{,}79 \times 10^{11}$

b) $1{,}79 \times$

c) $10^{6}1{,}79 \times 10^{9}$

d) 179×10^{9}

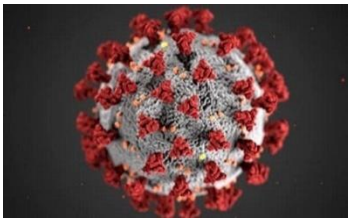
3. Qual é a dimensão do diâmetro do vírus de Covid em notação cientifica, sabendo que mede em média 6 nanómetros, ou seja, 0,000000006?

a) 6×10^{-9}

b) $0{,}6 \times 10^{-10}$

c) 6×10^{-8}

d) 6×10^{-9}



4. Um fio de uma teia de aranha tem 3 μm de diâmetro. Este número escrito em Notação Científica é igual a:

a) 3×10^{-6} m

b) 3×10^{-9} m

c) 3×10^{-3} m

d) 3×10^{-12} m

Número	Prefixo	Símbolo
10^{+12}	tera-	T
10^{+9}	giga-	G
10^{+6}	mega-	M
10^{+3}	kilo-	k
10^{0}		
10^{-3}	milli-	m
10^{-6}	micro-	μ
10^{-9}	nano-	n
10^{-12}	pico-	p

[6]Atividade elaborada na plataforma Quizizz.com. Disponível em: https://quizizz.com/join/quiz/67411591e0414cefdf63f7f0/start?studentShare=true.

5. Marque TODOS os itens que apresentam corretamente os números abaixo em notação científica. Em uma grama de água há 23 000 000 000 000 000 000 000 moléculas. O diâmetro do planeta Marte mede cerca de 6 800 km e a distância mínima de Marte ao sol é 205 000 000 km. O diâmetro de um átomo de hidrogênio mede 0, 000 000 0106 cm.

a) $2{,}05x10^{7}$

b) $2{,}3x10^{22}$

c) $6{,}8x10^{3}$

d) $1{,}06x10^{-8}$

6. O prefixo Giga Gigante (em grego), equivale a 1 000 000 000, faça a representação em potência de base 10, usando Notação Cientifica.

a) $1x10^{9}$

b) $1x10^{6}$

c) $1x10^{8}$

d) $5x10^{6}$

7. A distância entre o Sol e a Terra é de 149 600 000 km. Como se escreve este número em notação científica?

a) $0{,}1496 \times 10^{9}$ km

b) $1{,}496 \times 10^{8}$ km

c) $1{,}496 \times 10^{-8}$ km

d) $1{,}5 \times 10^{8}$ km

8. O diâmetro aproximado do Sol é de 1,4 x 10^{6} km. Ou seja:

a) 140 000 km

b) 140 000 000 km

c) 14 000 000 km

d) 1 400 000 km

9. A distância aproximada da Terra a Marte é de 5,6 x 10^7 km. Ou seja,

a) 5 600 000 km

b) 560 000 km

c) 560 000 000 km

d) 56 000 000 km

10. As bactérias são normalmente microscópicas ou submicroscópicas (detectáveis apenas ao microscópio eletrônico) com dimensões máximas na ordem de 0,5 micrômetro. Uma exceção é uma bactéria isolada no tubo digestivo de um peixe, com um comprimento compreendido entre 0,2 e 0,7 mm. Em notação científica, temos:

a) 2×10^{-5} e 7×10^{-3} m

b) 2×10^{-4} e 7×10^{-7} m

c) 2×10^{-4} e 7×10^{-4} m

d) 2×10^{-4} e 7×10^{-5} m

11. A velocidade da luz no vácuo é de 3 x 10^8 metros por segundo. Ou seja:

a) 30 000 000 m/s

b) 3 000 000 m/s

c) 3 000 000 000 m/s

d) 300 000 000 m/s

12. O maior e mais caro acelerador de partícula do mundo, o Large Hadron Colider (LHC), foi criado para cumprir a mais ambiciosa aspiração cósmica do homem – desvendar os segredos do big bang, a explosão que deu origem ao Universo a 13,7 bilhões de anos. Esse tempo, em notação científica é

a) $1{,}37 \times 10^9$

b) $1{,}37 \times 10^8$

c) $1{,}37 \times 10^{10}$

d) $1{,}37 \times 10^7$

13. O laboratório encolheu. Aparelhos que antes ocupavam metade de uma sala, hoje cabem no bolso. A pequena peça mais parece um micro-slide do que um chip de computador e possui centenas de microfilamentos de apenas 50 microns de largura (um fio de cabelo tem 80 microns). O experimento começa com a injeção de cerca de 1 picolitro da amostra líquida na entrada do filamento.

a) 5×10^{-7} e 8×10^{-6} e 1×10^{-12}

b) 5×10^{-5} e 8×10^{-5} e 1×10^{-12}

c) 5×10^{-6} e 8×10^{-6} e 1×10^{-12}

d) 5×10^{-7} e 8×10^{-8} e 1×10^{-12}

14. (UFRGS – 2013) Um adulto humano saudável abriga cerca de 100 bilhões de bactérias, somente em seu trato digestivo. Esse número de bactérias pode ser escrito como?

a) 1×10^{13}

b) 1×10^{11}

c) 1×10^{10}

d) 1×10^{12}

Propriedades de potenciação: aprendendo matemática com *Scratch*

Lucas Gonçalves dos Santos.
Orientadora: Prof.ª Dr.ª Crhistiane da Fonseca Souza.

Estrutura curricular

Etapa de ensino/Ano ou Série

Ensino Fundamental/9º Ano.

Área

Matemática

Unidade Temática (BNCC)

Números.

Objetos de Conhecimento (BNCC)

Potências com expoentes negativos e fracionários.

Habilidades (BNCC)

(EF09MA03) Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários. (Brasil, 2018, p. 313).

Objetivos/Expectativas de Aprendizagem

- Aplicar operações com números reais em contextos práticos e problemas do cotidiano;
- Realizar cálculos de multiplicação e divisão com potências de bases iguais;
- Realizar cálculos de multiplicação e divisão com potências de expoentes iguais;
- Resolver expressões envolvendo potências com expoentes negativos e fracionários.

Duração das atividades

10 horas aula, podendo ser alterada de acordo com a necessidade da turma.

Conhecimentos prévios trabalhados pelo professor com aluno

- Operações básicas;

- Propriedades das potências;
- Expressões algébricas;
- Equações do primeiro grau;

Estratégias de ensino e recursos educacionais

- Aula expositiva;
- Resolução de problemas;
- Trabalho em grupo;
- Caderno, lápis e borracha;
- Quadro e pincel;
- Computadores ou tablets;
- Data Show.

Introdução

A presente Sequência Didática (SD) aborda o conteúdo de propriedades de potenciação, em especial potências com expoente fracionário e negativo. Ela foi desenvolvida para ser executada no 9º ano do Ensino Fundamental, contemplando a habilidade EF09MA03 da Base Nacional Comum Curricular BNCC.

Com uma visão diferente do modelo tradicional, que consiste em quadro e pincel, essa Sequência Didática associou ensino das propriedades de potenciação com um recurso tecnológico, o *software Scratch*. Foi desenvolvido um jogo na plataforma *Scratch* durante a construção dessa SD, denominado "Jogo da Memória da Potência", e esse jogo será introduzido na terceira etapa da SD, com o intuito de fazer com que os alunos estudem as propriedades de potência de uma maneira mais lúdica, tornando o processo de ensino aprendizagem mais prazeroso.

A motivação de usar um *software* na Sequência Didática foi utilizar de uma Tecnologia Digital da Informação e Comunicação (TDIC) em sala de aula, e assim associar algo que eles gostam, os jogos digitais, com os conteúdos que eles devem estudar, de modo a chamar mais a atenção desses alunos e despertar o interesse deles tanto pelo conteúdo quanto pela programação.

Referencial teórico

As TDIC mudando o cenário do ensino da Matemática: explorando o *Scratch*

Por muito tempo, era comum os alunos tratarem a Matemática como um pesadelo, o que gerava rejeição a disciplina. O filósofo grego Platão afirmou que o conhecimento matemático era uma habilidade inata, ou seja, a Matemática já estava presente na mente humana e que a aprendizagem seria recordar o conhecimento inato. Essa aversão pela

Matemática pode estar associada pela falta de métodos de ensino variados, falta de relação da matéria com o cotidiano, dentre outros fatores.

Entretando, com o advento da tecnologia, que se propagou rapidamente por todo o mundo, hoje é difícil encontrar alguém que não esteja acompanhado por um celular, um objeto que tem se tornado um elemento essencial para viver atualmente. Acaba que essas tecnologias chegaram ao ensino da Matemática, Sá e Machado (2017) observaram que a tecnologia no ensino da Matemática é sempre bem-vinda, uma vez que a dificuldade em aprender a disciplina é constante, acaba gerando medo e receio em aprendê-la, e que cabe ao professor inovar na forma de ensinar.

Através da união das tecnologias com a matemática, essa realidade está mudando, hoje seu ensino tem se tornado mais interativo e centrado no aluno. O uso da tecnologia está diretamente relacionado com a Matemática, o que permite que os alunos explorem os conceitos de forma prática e colaborativa. Conforme Melo (2020, p. 169) argumenta,

> [...] ensinar e aprender se tornam processos fascinantes quando se convertem em momentos de compartilhamento de experiências, questionamentos, criação, reflexão e busca por construção de conhecimento. A sala de aula pode ser um espaço privilegiado de cocriação, onde professores e estudantes aprendam a partilhar ideias, e o importante seja estimular a criatividade de cada um, perceber que todos podem evoluir, conseguem assumir riscos e aprender com os colegas.

Assim, Melo (2020) concluiu que a sala de aula é um ambiente adequado para se explorar a criatividade e a dedicação dos alunos, mas cabe ao professor criar um ambiente confortável e de interação direta, para que os alunos possam exercer o máximo de suas capacidades na hora de construir seus conhecimentos.

Dentre as ferramentas que a tecnologia trouxe para o ensino-aprendizagem, denominadas de Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC), vale destacar aplicativos e *softwares*, que permitem que os alunos possam simular conteúdos aprendidos em sala de aula, além de ter uma percepção da sua aplicação prática.

Uma alternativa bastante utilizada são as plataformas que disponibilizam tutoriais em videoaulas, como o *Youtube*[1], que podem abordar os conteúdos de formas diferentes, assim o aluno tem a opção de escolher qual meio ele se idêntica melhor para aprender.

Outro instrumento de aprendizagem que a tecnologia permite usar, e que será muito abordado neste trabalho, são os jogos digitais em sala de aula. Os jogos digitais incorporam elementos e mecânicas de jogos no ensino da Matemática, com o objetivo de tornar o aprendizado mais envolvente e motivador, um método que transforma tarefas de aprendizado em desafios que os alunos podem superar, tornando o processo mais interessante.

Os jogos digitais são uma estratégia que permite que o professor tenha uma vasta didática para trabalhar em sala de aula. Com os jogos, os alunos podem praticar

[1] https://www.youtube.com. Acesso em 26/12/2024.

habilidades matemáticas em um ambiente descontraído. Esses jogos geram pontos positivos, sendo eles a redução da ansiedade e o medo associados a matéria. Avello (2006, p. 50) comenta que

> os jogos utilizados despertam o interesse pela disciplina ao verificar que os alunos passam a ter uma melhor imagem da matemática, e esta não é vista com temor, havendo uma espera ansiosa e agradável pela aula. Sendo as aulas mais descontraídas, os alunos se sentem mais atraídos pela disciplina e realizam tarefas com mais entusiasmo e dinamismo, deixando de lado a apatia que as aulas expositivas causam em alguns.

O uso de jogos nas aulas vem mostrando eficiência no processo de aprendizagem, evidenciando bons resultados no desenvolvimento dos conteúdos já trabalhados em sala de aula, a fim de praticar e testar os conhecimentos adquiridos pelos alunos. Bordin (2011, p. 97) afirma que "a sistematização das operações através dos jogos pedagógicos foi importante para o amadurecimento das ideias iniciadas com os materiais manipuláveis, pois a interação, motivação e o desafio contido no ato de jogar, levaram os alunos a compreensão".

Porém, os jogos não podem ser trabalhados de qualquer maneira em sala de aula, é necessário planejar as aulas para que sejam eficientes e tenham relação com o conteúdo. Desse modo,

> os jogos surgem como uma alternativa metodológica para auxiliar o docente na construção dos conceitos e propriedades do referido conteúdo em sua prática. Assim, o professor de matemática, ao planejar sua aula, precisa estar atento aos materiais didáticos disponíveis e sua aplicabilidade, para utilizá-los convenientemente, pois os jogos não devem ser usados sem um efetivo e cuidadoso planejamento. Daí a importância de pesquisar, selecionar e empregá-los em sala de aula de forma adequada, buscando priorizar sua função educativa com avaliações constantes das ações didáticas e das apreensões dos alunos (Menezes, 2014, p. 122).

Dentro deste contexto, existem inúmeros *softwares* educacionais disponíveis no mercado e que tem revolucionado a forma como aprendemos e ensinamos. Esses *softwares* trazem uma série de benefícios que tornam o processo educativo mais eficiente e prazeroso. Souza (2015, p. 21) relata que "estes programas têm cada um suas especificações de uso e diferentes aplicabilidades para cada conteúdo matemático", permitindo trabalhar conteúdos como álgebra, aritmética e geometria.

Um exemplo de *software* educacional, que é empregado nessa SD, é o *Scratch*[2]. O *Scratch* é uma boa opção para se trabalhar conteúdos matemáticos em sala de aula. Criado em 2007, pelo professor Mitchel Resnick, juntamente com seu grupo *Lifelong Kindergarten*, do MIT *Media Laboratory*, da Universidade de Cambridge. O *software* tem como objetivo facilitar a introdução de iniciantes ao mundo da programação.

O *Scratch* tem como *slogan* a frase "imagina, programa, partilha", o que incentiva seus usuários a usarem a plataforma e compartilharem seus projetos. Cada vez que os

[2] https://scratch.mit.edu. Acesso em 27/11/2024.

usuários avançam no uso da linguagem de programação, eles constroem aprendizagens significativas. Resnick (2007, p. 18) considera que

> as pessoas imaginam o que elas querem fazer, criar um projeto com base em suas idéias, brincar com as suas criações, partilhar as suas idéias e criações com outros, e refletir sobre as suas experiências, tudo de que os leva a imaginar novas idéias e novos projetos. Como os alunos envolvem neste processo, mais e mais, aprendem a desenvolver as suas próprias idéias, julgá-las, testar os limites, experimentar outras alternativas, obter constructos dos outros, e gerar novas idéias com base em suas experiências.

A plataforma permite que o professor possa apresentar uma noção de programação para seus alunos. Corrêa (2011) afirma que o *Scratch* possui uma interface gráfica mais intuitiva e mais atrativa para crianças com a utilização de blocos, parecidos com os blocos Lego, que minimiza o uso de códigos.

Como as habilidades de programação serão cada vez mais importantes em um futuro próximo, Resnick (2017) afirma que a programação é uma habilidade essencial do século 21, comparando com a leitura e a escrita.

O *Scratch* é uma excelente ferramenta para ser explorado com os jovens, pois o *software* possui foco na flexibilidade, na curiosidade e na criatividade. Por ter uma vasta lista de códigos disponíveis, o *Scratch* pode ser trabalhado com vários conteúdos dentro da Matemática. Em seu trabalho, Gomes (2022, p. 75) concluiu que

> o ensino por meio da plataforma *Scratch* foi visto pela maioria dos participantes como válido para a aprendizagem de números inteiros. Seja em revisão ou mesmo na construção do conhecimento, os jogos realizados pelos alunos tornam-se essenciais para os mesmos e também para outros colegas, que venham a jogar futuramente na mesma plataforma.

Scratch é baseado em blocos e em movimentos de arrastar e soltar, assim, qualquer pessoa pode combinar elementos enquanto brinca, o *software* não exige nenhum conhecimento prévio sobre programação. Outra vantagem do *Scratch* é sua grande comunidade, por ser um *software* gratuito e utilizado por usuários de mais de 150 países, oferecendo tutoriais em mais de 40 idiomas. Qualquer um pode criar e compartilhar projetos, finalizados ou em andamento, pela plataforma.

Durante seu trabalho, Gomes (2022) dividiu sua proposta em quatro fases. Na primeira fase da proposta o autor forneceu aos alunos um formulário, por meio do *Google forms*, com questões que visavam levantar as condições físicas e os conhecimentos básicos para a efetivação do jogo, antes da implementação da proposta. A segunda fase se deu através da apresentação da plataforma *Scratch*, onde foi construído o jogo e instruções de uso. Após a conclusão do enredo do jogo, finalizado sob orientação das professoras de Matemática e Língua Portuguesa, houve uma experimentação do mesmo. Na terceira fase, o jogo foi efetivamente jogado pelos alunos e cada dupla jogou o próprio material construído e também tiveram a oportunidade de jogar o jogo das duplas da mesma sala. Ao final da pesquisa, o autor expôs três jogos que foram produzidos pelos seus alunos ao final da proposta.

Gomes (2022) ainda afirma em sua pesquisa que a inovação trazida pelo programa permite não somente o uso de recursos produzidos pelo pesquisador, mas também a produção pelo próprio participante de pesquisa, que produz o conhecimento ao mesmo tempo que aprende, dialogando com suas dúvidas e certezas e interagindo com outrem. O autor traz como resultados que seus alunos demonstraram maior aprendizado, menos dificuldades, interagiram mais entre si e se motivaram durante a aula sobre números inteiros usando o *Scratch*.

Em sua pesquisa, Mafra (2021), levou seus alunos, do 9º ano do Ensino Fundamental, para o Laboratório de Informática, disponibilizou um computador conectado à internet para cada aluno, auxiliou eles na criação das suas contas e fez toda a ambientação da plataforma com os discentes. Durante suas aulas, a pesquisadora trabalhou com os alunos conteúdos de Geometria, Grandezas e Medidas no Plano Cartesiano. Os alunos construíram quadrados, em seguida a construção de um triângulo retângulo, utilizando noções de ângulos e vértices. Por fim, o autor trabalhou com seus alunos planos cartesianos, pontos no plano cartesiano, segmento de retas, distância entre dois pontos e ponto médio.

Mafra (2021) considerou que o uso do *Scratch* gerou bastante entusiasmo dos alunos nas resoluções de cada exercício, concluindo sobre a importância utilizar ferramentas lúdicas de construção do conhecimento matemático que busquem uma resposta não automática e estimulam a criatividade e a participação dos estudantes na resolução das atividades.

Em sua Dissertação, Zoppo (2017) trabalhou com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. No início da sua oficina na escola, quando a pesquisadora expôs que a aula seria sobre Matemática, alguns alunos já apresentaram incômodo com a disciplina. Porém, quando a autora explicitou que os alunos usariam *netbooks*, observou-se uma alteração no comportamento desses alunos, que gerou uma motivação geral na turma.

O Objeto de Aprendizagem (OA) de Zoppo (2017), denominado de “Descobrindo Comprimentos”, foi criado com o objetivo de ampliar o conhecimento sobre os conteúdos de unidades de medida de comprimento. O jogo começa após a escolha do personagem, em seguida, o aluno se vê em um bairro virtual, o aluno deve ir até a escola e descobrir que sua aula é sobre as unidades de medida de comprimento e que as atividades são baseadas na busca e resolução de desafios. Esses desafios estão escondidos em alguns locais do bairro e, para encontrá-los, é necessário procurá-los obedecendo aos comandos do OA. Ao terminar todos os desafios necessários para cada fase, ele retorna à escola para resolver o desafio final e receber sua premiação.

Ainda sobre a pesquisa de Zoppo (2017, p. 111), a autora considerou que “os ‘nativos digitais’ têm interesses e preferências modificadas e que o ensino pautado somente com recursos dos livros, cadernos, quadro e giz podem não mais prender a atenção dessa geração”, concluindo que os jogos digitais são uma dessas preferências, pois além de motivar os alunos, gera diversão.

Mattos (2022), em sua pesquisa, comentou algumas dissertações que envolvem a utilização de atividades com programação no *software Scratch*, no ensino de Matemática para alunos do Ensino Fundamental II, com a finalidade de desenvolver um material voltado para professores de Matemática que tenham interesse nessa didática em sala de aula. Foram comentadas atividades de vários autores, com problemas e conteúdos diversos, que tratam de variadas habilidades abordadas pela BNCC (Brasil, 2018) para serem trabalhadas com os alunos do Ensino Fundamental de uma forma simplificada e objetiva, que irá facilitar o trabalho docente. Assim,

> os autores estudados neste trabalho salientam a importância do uso das tecnologias na educação, ressaltando o mundo conectado em que vivemos, e a importância de a escola se conectar e renovar suas práticas de acordo com as necessidades e com as evoluções da sociedade. A programação com *Scratch*, na minha perspectiva após fazer a pesquisa, bem como na visão dos autores estudados, é uma ótima opção devido ao vasto leque de possibilidades de utilização do *software* nos processos de ensino e de aprendizagem dos alunos na escola e como auxiliador na formação de habilidades necessárias aos alunos atualmente (Mattos, 2022, p. 60, grifos meus).

Mattos (2022) ainda ressalta que acredita que através de trabalhos elaborados com a utilização do *Scratch* em sala de aula de matemática é possível acrescentar e fazer diferença na formação dos alunos envolvidos. Através da sua pesquisa, a pesquisadora observou possibilidades de desenvolvimento das habilidades de autonomia, interação, resolução de problemas, colaboração de maneira ativa e autônoma dos discentes envolvidos.

No entanto, para que um professor possa trabalhar com o *Scratch* ele precisa ter conhecimentos básicos sobre a plataforma, como criar projetos e explorar recursos da plataforma. Simões (2001, p. 38) explica em sua pesquisa que “as novas tecnologias significam a demanda por trabalhadores com mais qualificação, sendo necessário a formação de um novo homem”.

Sobre esse assunto, vale ainda recorrer a Wiese e Silva (2016), quando dizem que um dos obstáculos ainda presente na educação escolar digital é certamente, a falta de domínio absoluto do computador como ferramenta pedagógica por parte dos docentes, que vá além da mera pesquisa realizada por discentes.

Outro desafio encontrado é a falta de infraestrutura tecnológica nas instituições de ensino. Visto que colégios que dispõem de acesso à internet e computadores são a minoria no nosso país, os professores, mesmo que qualificados, não conseguem implementar essas metodologias modernas de ensino. Assim, os alunos perdem oportunidades de desenvolverem habilidades digitais que seriam muito importantes na sua formação.

Fundamentação da Sequência Didática

Sobre a elaboração desta sequência didática, ela foi baseada em Zabala (1998), e seguiu os princípios fundamentais propostos pelo autor, buscando uma integração coerente entre os objetivos de aprendizagem e as atividades planejadas. Considerando a importância de sequências didáticas estruturadas que promovam a aprendizagem significativa, que consiste em aprender algo novo baseado com os conhecimentos prévios

já obtidos, o que permite que os alunos construam conhecimento de forma progressiva e contextualizada.

Uma sequência didática é um conjunto organizado e estruturado de atividades com objetivos claros, que serão trabalhados de forma progressiva e contextualizada em sala de aula. Zabala (1998, p. 18) define que uma "sequência didática é um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelo professor quanto pelos estudantes."

Ao iniciar uma sequência didática, é importante fixar os objetivos de aprendizagem, que irão orientar todo o planejamento e execução das atividades. Em seguida é preciso definir as estratégias e metodologias que serão adotadas durante a SD. Por fim, é necessário fazer uma avaliação com os alunos, a fim de verificar se os abjetivos fixados no início foram alcançados. Zabala (1998, p.17) cita que

> o planejamento e a avaliação dos processos educacionais são uma parte inseparável da atuação docente, já que o que acontece nas aulas, a própria intervenção pedagógica, nunca pode ser entendida sem uma análise que leve em conta as intenções, as previsões, as expectativas e a avaliação dos resultados.

Um planejamento de aula bem-organizado é muito importante para o desenvolvimento de uma aula, assim, o planejamento em uma sequência didática detalhada se torna bastante eficaz, pois proporciona uma estrutura clara nos objetivos educacionais a serem alcançados, permitindo que os alunos assimilem gradualmente os conceitos, resultando no alinhamento do professor com os alunos para que alcancem as metas estipuladas.

Descrição da Sequência de Atividades

1ª etapa – (introdução e avaliação diagnóstica)

Presente professor, comece sua aula de forma espontânea, fazendo a sua apresentação, acolhendo a turma. Em seguida peça para que os alunos se sentem em seus devidos lugares. Nesta etapa se inicia com a aplicação da avaliação do Apêndice A, que tem como objetivo identificar o conhecimento dos alunos e detectar lacunas de aprendizado, visto que esses alunos já devem conhecer as principais propriedades da potenciação. Na questão 1 letra a temos:

a) $5^3 = 125$
   Resposta: $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$

Nesta questão, queremos avaliar se o aluno entende o conceito de potência, ou seja, identificar base e expoente e se o aluno compreende que deve multiplicar a base 5 por ela mesmo por três vezes, juntamente com a sequência de passos, que é $5 \cdot 5 = 25$ e depois fazer $25 \cdot 5 = 125$. As demais questões dessa avaliação seguem o mesmo propósito, alternando entre as demais propriedades da potenciação.

Explique aos alunos o objetivo desta avaliação, deixando claro que ela não será avaliativa e que tem como finalidade identificar o nível de habilidade que os alunos possuem sobre o assunto, peça para os alunos se esforcem para resolver a avaliação para que você não tenha um falso laudo sobre a turma. Explique o que a avaliação pede, você pode resolver um exercício semelhante aos itens da avaliação no quadro, como exemplo. Feito isso, permita que os alunos resolvam a avaliação, dê de 30 a 40 minutos para que os alunos resolvam a avaliação e a entreguem. Esta etapa deve ser feita em uma aula.

2ª etapa- (revisando)

Esta etapa consiste em duas aulas. Após feita a correção da avaliação diagnóstica, faça uma revisão das principais propriedades da potenciação, utilizando os *slides* disponíveis nos Anexos de A à N, dando ênfase as propriedades que os alunos apresentaram mais dificuldade durante a realização da avaliação diagnóstica.

Professor, esteja atento ao comportamento dos alunos, chame a atenção daqueles que estiverem dispersos ao assunto, frequentemente pergunte se eles entenderam. Uma forma de identificar se os alunos estão entendendo o conteúdo é resolver exemplos semelhantes aos apresentados nos *slides*, com a colaboração dos alunos.

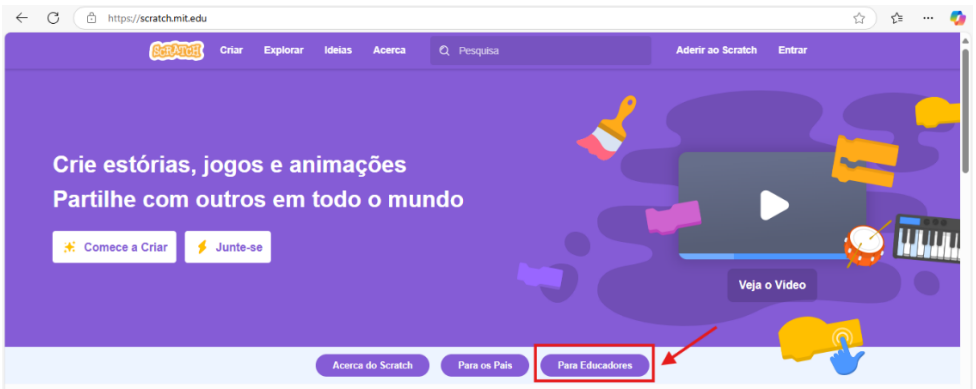
A execução desta revisão será importante para o andamento das próximas aulas. Com o conteúdo revisado, os alunos terão uma facilidade maior de aprender as novas propriedades que serão introduzidas nesta mesma aula, nos *slides* disponíveis nos Anexos O e P.

Caso haja necessidade, prepare uma lista de exercícios para ficção do conteúdo e repasse para seus alunos.

3ª etapa- (jogando)

Esta etapa deve ser realizada em duas aulas e exige que o professor tenha uma conta de professor no *Scratch*. Abra um navegador de *internet* em seu computador e pesquise "*Scratch*" e clique no primeiro *link*, em seguida, clique no ícone **Para Educadores**, como mostra a Figura 1.

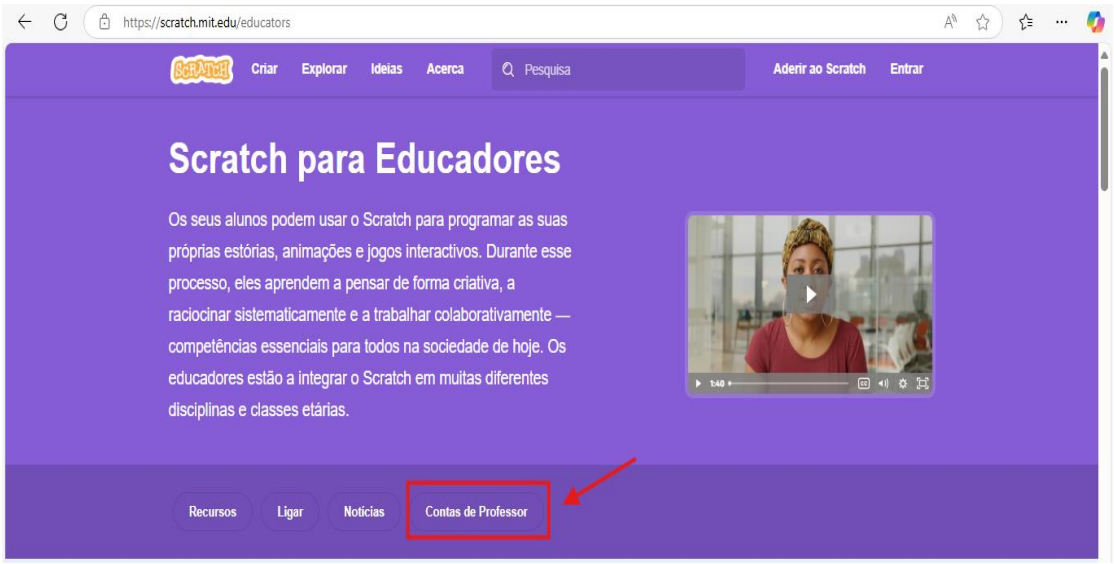
Figura 1 - Ícone **Para Educadores** na plataforma *Scratch*.



Fonte: Acervo do Autor.

Agora, clique no ícone **Contas de Professor** (Figura 2).

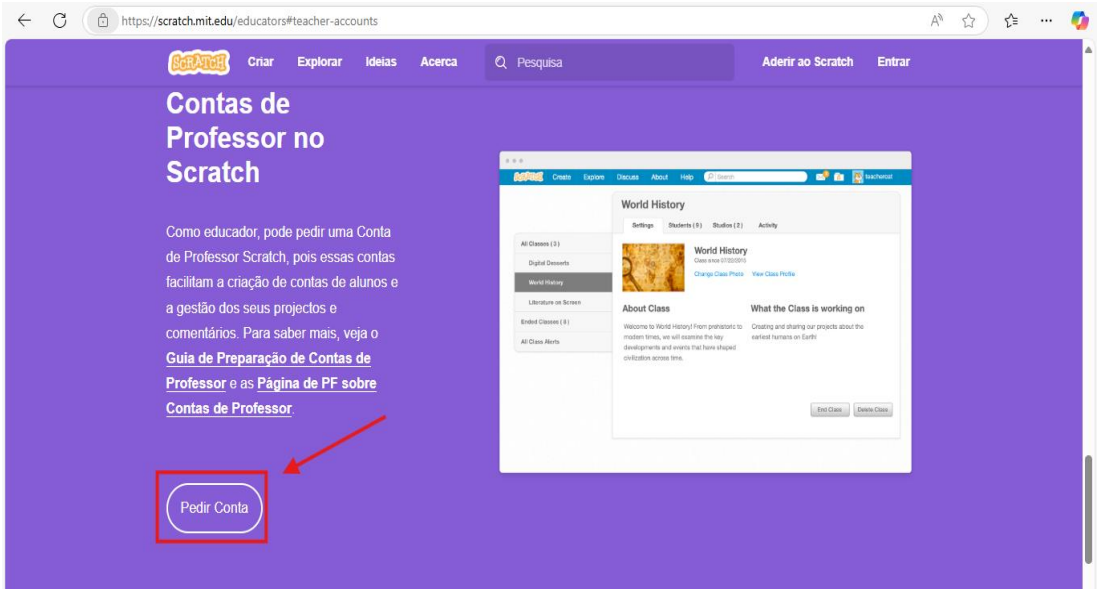
Figura 2 - Ícone **Contas de Professor** na plataforma *Scratch*.



Fonte: Acervo do Autor.

O próximo passo é clicar no ícone **Pedir Conta** (Figura 3).

Figura 3 - Ícone **Pedir Conta** na plataforma *Scratch*.

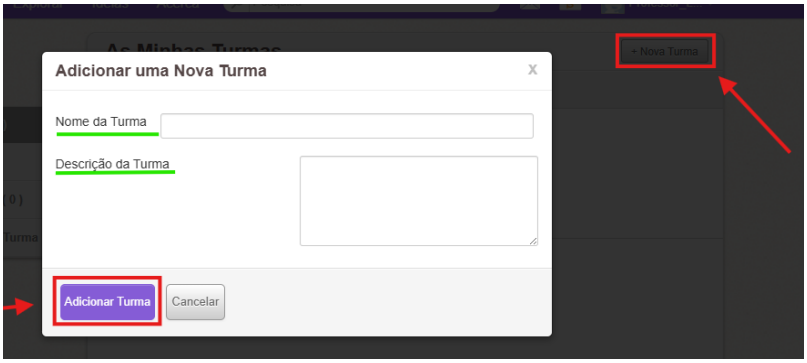


Fonte: Acervo do Autor.

Para finalizar a criação da sua conta de professor no *Scratch*, você deve responder um questionário de oito etapas, que irão solicitar seu nome de usuário, contato de celular, *e-mail* e instituição onde trabalha. Feita essa rotina, em até um dia o *Scratch* irá liberar o seu acesso as funções da conta de professor que a plataforma disponibiliza.

Em seguida, clique no ícone **perfil** no canto superior direito da tela, e selecione a opção **As Minhas Turmas**, agora clique no ícone **+ Nova Turma**, preencha os campos **Nome da Turma** e **Descrição da Turma** e clique em **Adicionar Turma** (Figura 4).

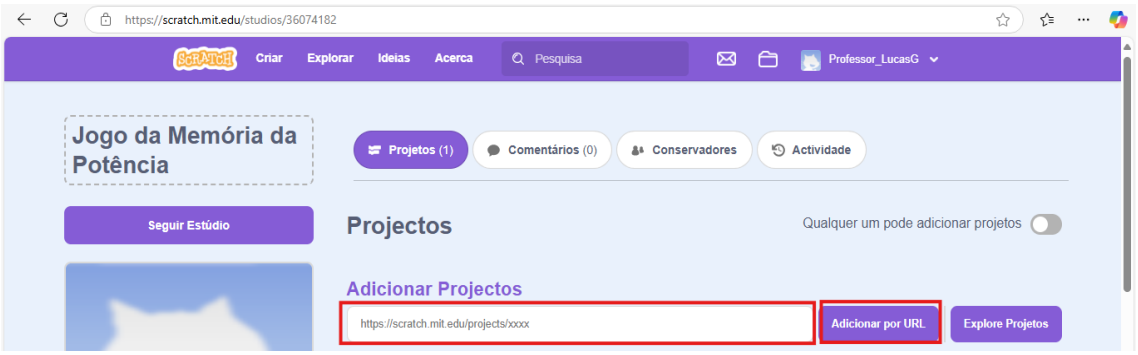
Figura 4 - Adicionando uma turma no *Scratch*.



Fonte: Acervo do Autor.

Vá em **Configurações** da turma, depois em **Estúdios**, de maneira análoga à criação da turma, crie um estúdio, clicando no ícone + **Novo Estúdio da Turma**, em seguida adicione o *link* https://scratch.mit.edu/projects/1076634655 (Jogo da Memória da Potência) a um projeto, como está explicitado na Figura 5:

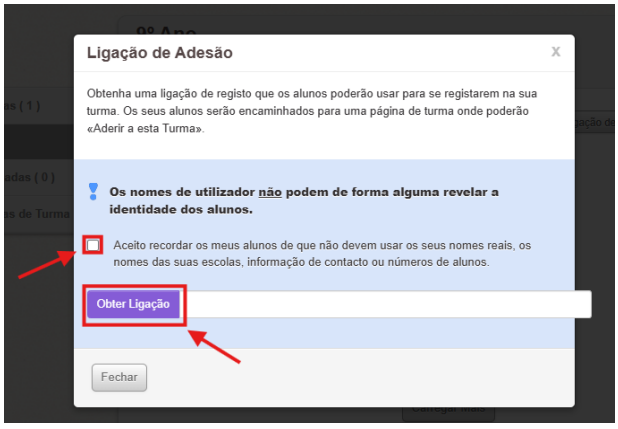
Figura 5 - Adicionando um Projeto ao estúdio da turma.



Fonte: Acervo do Autor.

Feito tudo isso, é hora de copiar o *link* da turma para que os alunos possam entrar na turma. A Figura 6 exemplifica como você irá conseguir este *link*, vá em **Configurações** da turma, clique no ícone **Estudantes** e depois no ícone **Ligação de Adesão de Estudante**. Aceite o termo exigido pela plataforma e clique no ícone **Obter Ligação**, agora copie o *link* para que você possa fornecê-lo aos alunos.

Figura 6 - Criando o *link* para o acesso dos alunos a turma.



Fonte: Acervo do Autor.

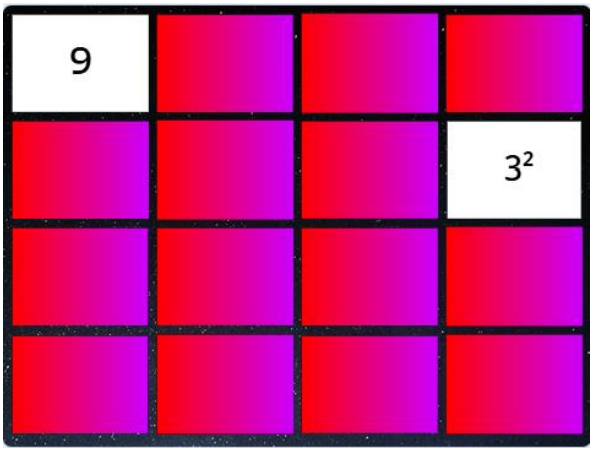
Iniciando a aula, o professor deve começar fazendo perguntas aos alunos, sobre a utilização de jogos para a aprendizagem de matemática, a fim de motivar os alunos. Exemplo de perguntas são:

- Vocês gostam de estudar Matemática?
- E de jogar? Vocês gostam de jogar?
- Vocês sabiam que dá para estudar Matemática jogando? O que vocês acham dessa ideia?

A finalidade dessa discussão é chamar a atenção dos alunos, haverá alunos que irão dizer que não gostam de estudar Matemática, porém certamente irão dizer que gostam de jogar. Assim, o objetivo dessa aula é misturar uma experiência que os alunos costumam não gostar com uma experiência que eles gostem, tornando o ensino da Matemática mais agradável.

Em seguida, leve os alunos a sala de multimídia da escola, peça para que eles abram um navegador no computador ou *tablet* e disponibilize o *link* da turma no *Scratch*, para que os alunos possam ter acesso ao jogo. Auxilie os alunos a fazerem o *login* na plataforma e explique a dinâmica do jogo utilizando as Figuras 7 e 8.

Figura 7 - Exemplo de pares



Fonte: Acervo do Autor.

Figura 8 - Jogo resolvido.

Fonte: Acervo do Autor.

Cada vez que o jogo é iniciado, as cartas são embaralhadas de forma aleatória, não tendo nenhuma relação de posição com as Figuras 7 e 8.

É muito importante que o professor esteja atento aos alunos que apresentam dúvidas durante a dinâmica. Passeie pela sala, observe todas as duplas e o andamento da resolução do jogo. Busque elogiar aqueles que estiverem se saindo bem para motivá-los a continuar, e se caso algum aluno apresentar bastante dificuldade peça para que outro colega que já tenha conseguido resolver o jogo da memória sente-se com ele e o ajude. Permita que os alunos joguem quantas vezes a aula permitir, a fim de praticar suas novas habilidades.

No final da aula, reserve cerca de 10 minutos para que os alunos desliguem os computadores, organizem a sala de multimidia e retornem à sala de aula. Em sala de aula, pergunte a opinião dos alunos sobre o jogo, o que eles acharam da dinâmica, se esse tipo de aula contribuiu no aprendizado e como contribuiu, e por fim, se eles possuem alguma crítica sobre a dinâmica. A opinião dos alunos é importante para que o professor faça alguma melhoria na dinâmica, caso seja necessário.

4ª etapa- (Aprendendo sobre o jogo)

Esta etapa deve ser executada em duas aulas. Se o colégio disponibiliza de programação na sua grade curricular, esta etapa pode ser trabalhada simultaneamente as aulas de programação.

Professor, inicie um debate em sala de aula perguntando aos alunos o que eles entendem por programação? Escute a opinião dos alunos. Em seguida faça mais perguntas aos alunos, por exemplo:

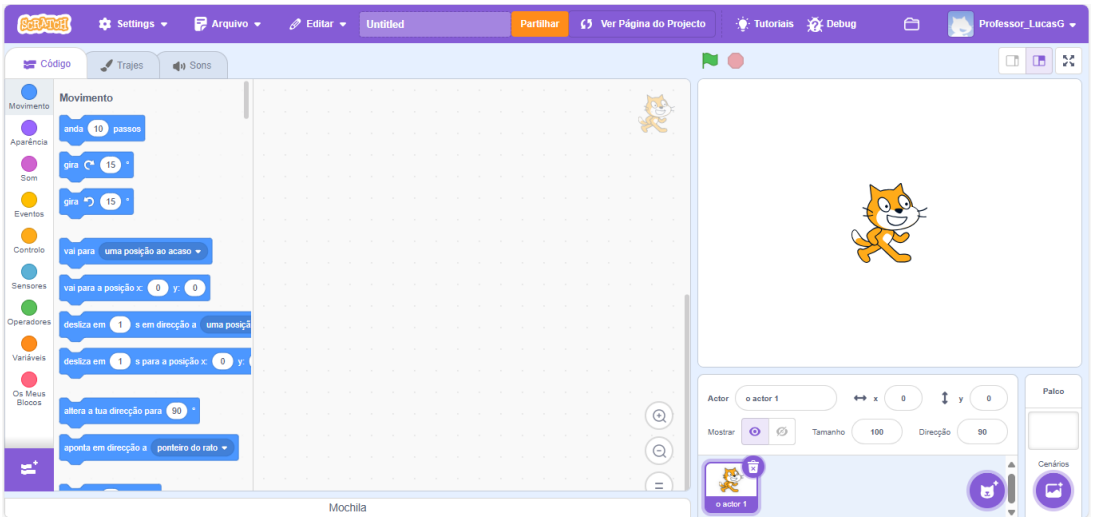
- Vocês sabem onde a programação está presente?
- Vocês acham que aprender programação pode ser útil no seu dia a dia?
- Vocês conhecem alguém que trabalha com programação? O que ele faz?

Após as respostas dos alunos, explique que o jogo que eles jogaram na última aula foi produzido na plataforma *Scratch*, e fale sobre a plataforma utilizando dos *Slides* disponíveis nos Anexos Q a Z.

Em seguida pergunte aos alunos se eles querem aprender como o "Jogo da Memória da Potência" foi criado, para despertar entusiasmo nos alunos. Solicite que eles formem uma fila e se direcionem a sala de multimídia.

Peça para que os alunos se sentem em duplas, liguem os computadores ou *tablets* e façam *login* na plataforma com os dados de um membro da dupla ou trios, a depender da disponibilidade de computadores e da quantidade de alunos. Feito isso, é hora de começar a programação, abra a plataforma *Scratch* em seu computador e projete sua tela para que todos os alunos possam ver. Peça que os alunos cliquem no ícone **Criar**, após isso, irá aparecer para eles a tela que está presente na Figura 9.

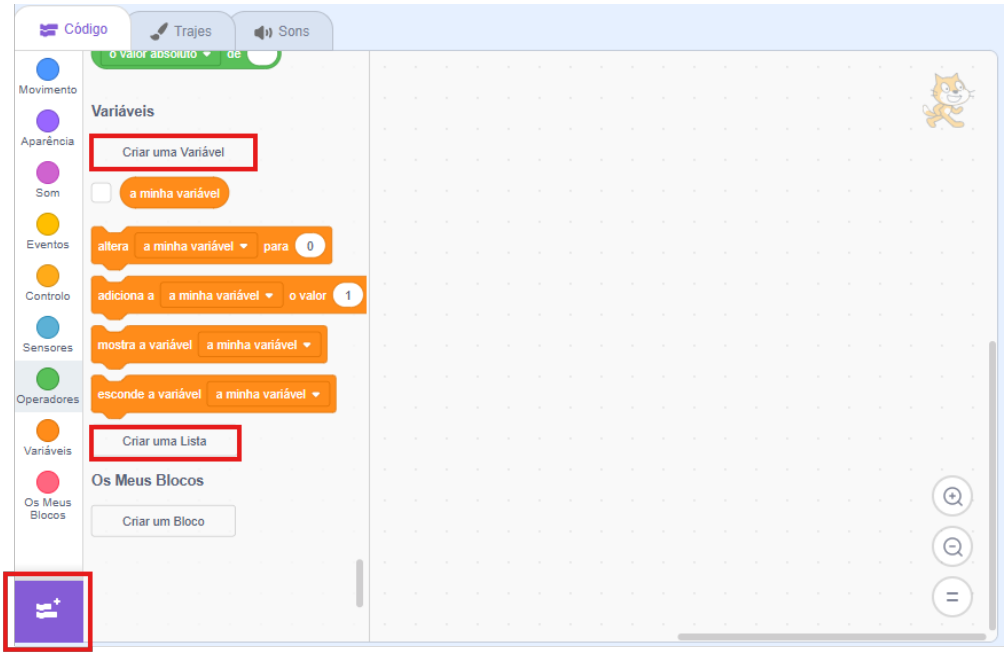
Figura 9 - Imagem inicial da criação de um projeto no *Scratch*.



Fonte: Acervo do Autor.

Antes de qualquer coisa, em **Códigos**, desça até **Variáveis** e crie as Variáveis **computador**, **cronometro**, **posição** e **tentativas**. Depois, em **Criar uma Lista** crie a lista **posição de x**, **posição de y**, **sorteio** e **tempo**. Agora clique no ícone que está no canto inferior esquerdo da sua tela, denominado de **Adicionar Extensão** e escolha a **Caneta** (Figura 10).

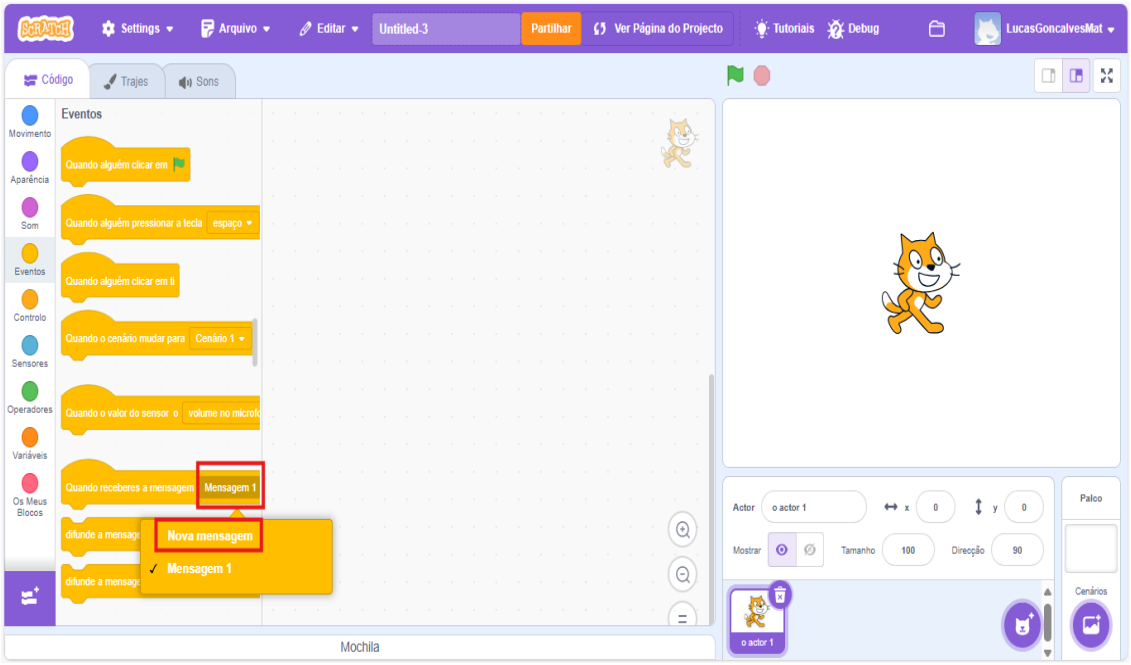
Figura 10 - Identificação dos comandos **Criar uma Variável**, **Criar uma Lista** e **Adicionar Extensão**.



Fonte: Acervo do Autor.

No próximo passo, peça para os alunos irem, na lista de códigos, a seção "**Eventos**". No bloco "**Quando receberes a mensagem...**" clique na caixinha de opções e adicione as novas mensagens **acerto 1**, **acerto 2**, **acerto 3**, **acerto 4**, **acerto 5**, **acerto 6**, **acerto 7**, **acerto 8**, **preencher x**, "**preencher y**", "**Pico**" (sugestão de nome para o último ator que será selecionado), **sorteia**, **reset** e **fim de jogo** (Figura 11).

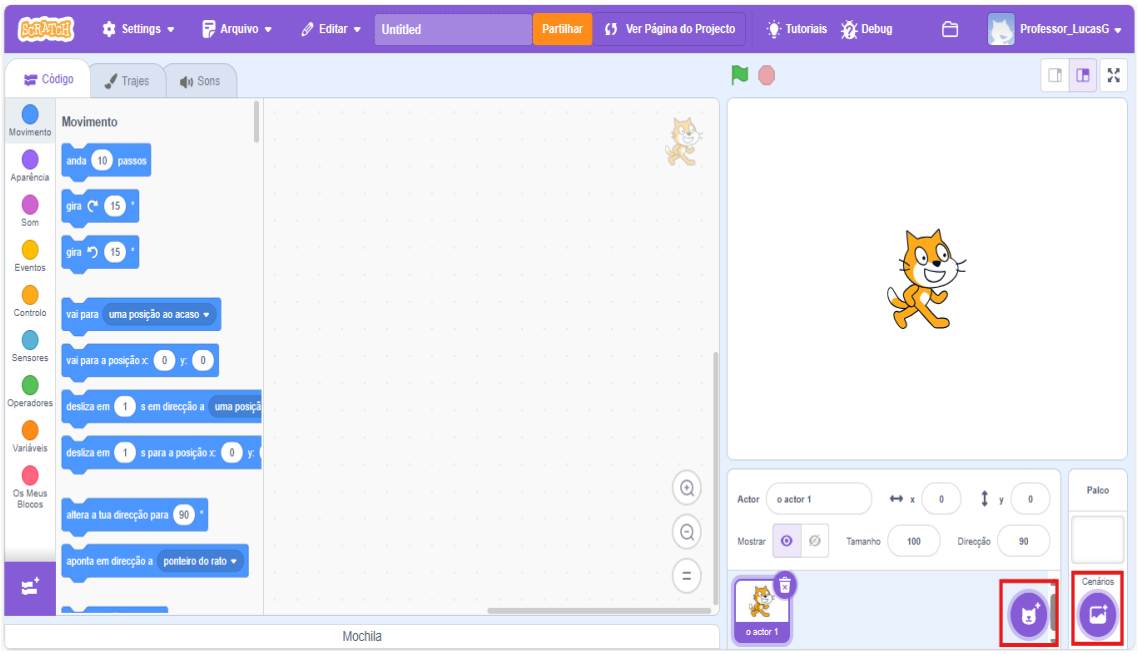
Figura 11 - Identificação do comando **Nova Mensagem**.



Fonte: Acervo do autor.

Neste momento, mostre para os alunos onde eles irão encontrar os cenários e os atores na plataforma (Figura 12).

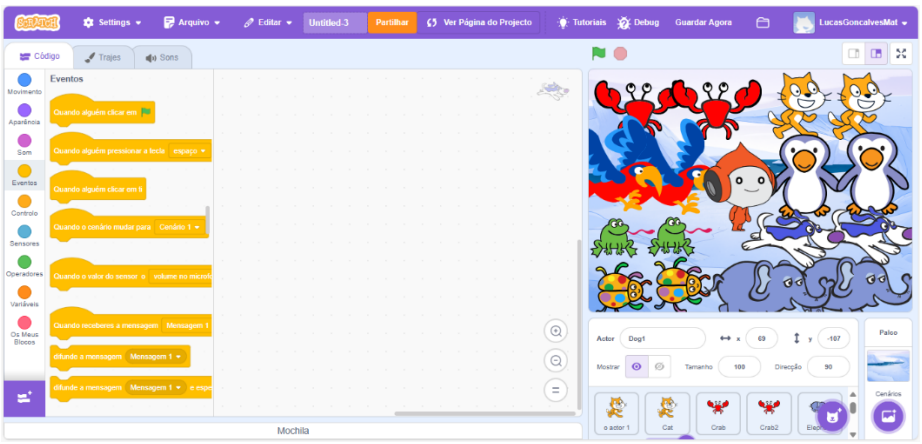
Figura 12 - Identificação comandos **Escolher um Ator** e **Escolher um Cenário**.



Fonte: Acervo do Autor.

Solicite que os alunos escolham dois cenários, em seguida que eles escolham os atores. Os alunos devem escolher 8 atores diferentes, e depois escolha os mesmos atores mais uma vez, totalizando 16 atores, após isso, escolha mais um ator diferente de todos os outros (Figura 13).

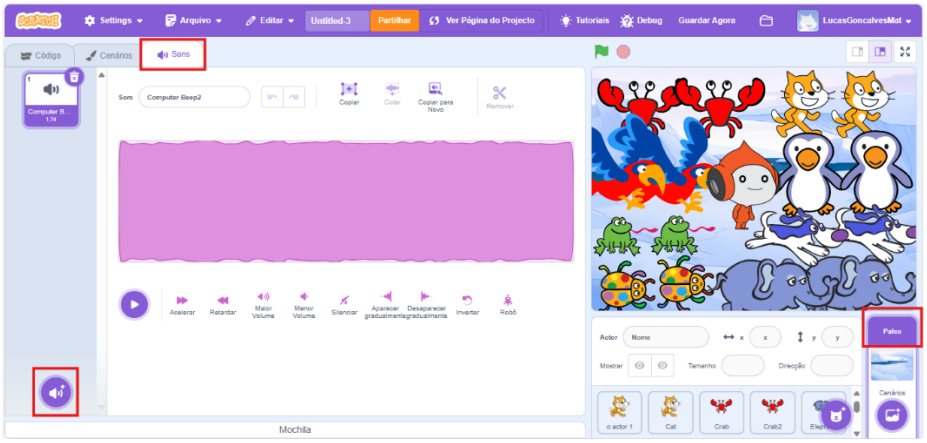
Figura 13 - Exemplo de escolha de Atores e cenário.



Fonte: Acervo do Autor.

Agora, em palco, adicione um **Som**, que irá representar a fala do primeiro Ator na apresentação do jogo (Figura 14).

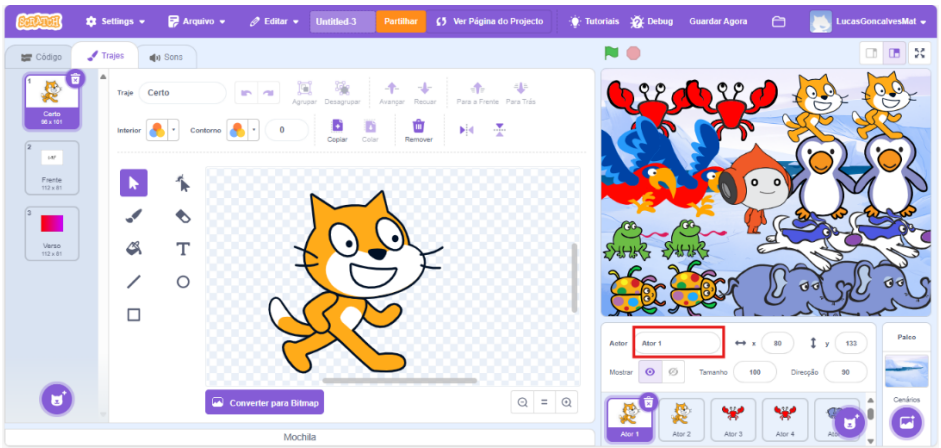
Figura 14 - Identificação dos ícones **Palco**, **Sons** e **Escolher um Som**.



Fonte: Acervo do Autor.

A próxima etapa é nomear os **Atores**, nomeie cada **Ator** com um número. Exemplo: Ator 1, Ator 2, ..., Ator 16 (Figura 15).

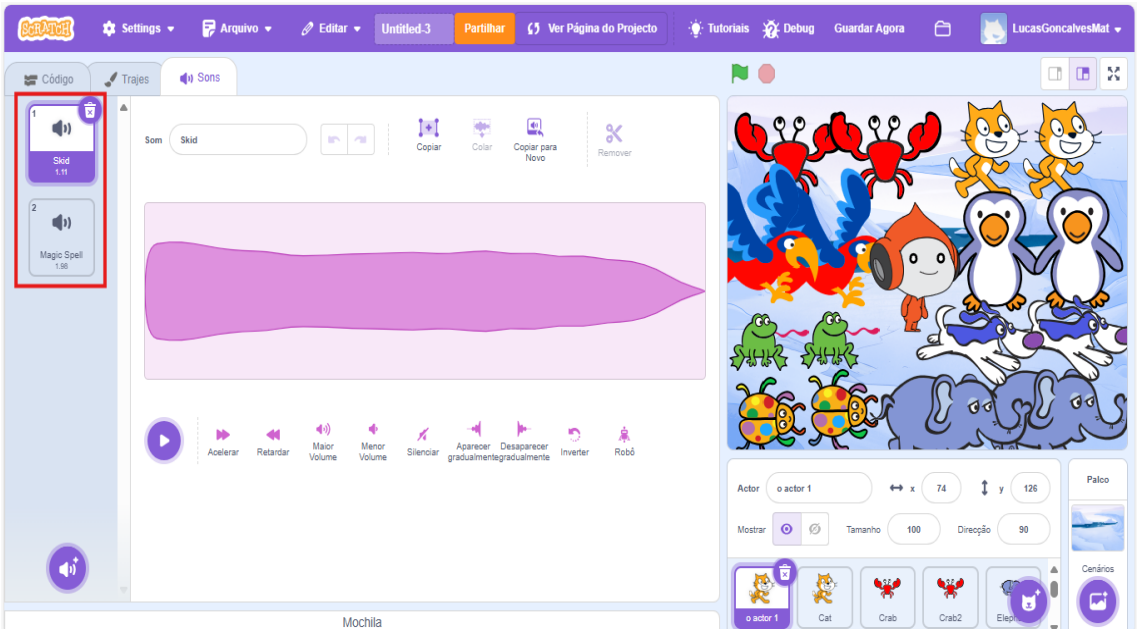
Figura 15 - Exemplo de como nomear um **Ator**.



Fonte: Acervo do Autor.

De maneira análoga ao último passo, em atores, escolha dois **Sons** para os atores, um som para quando formarem pares e outro som para quando errarem os pares. Atenção, essa rotina deve ser feita nos 16 atores que são os pares (Figura 16).

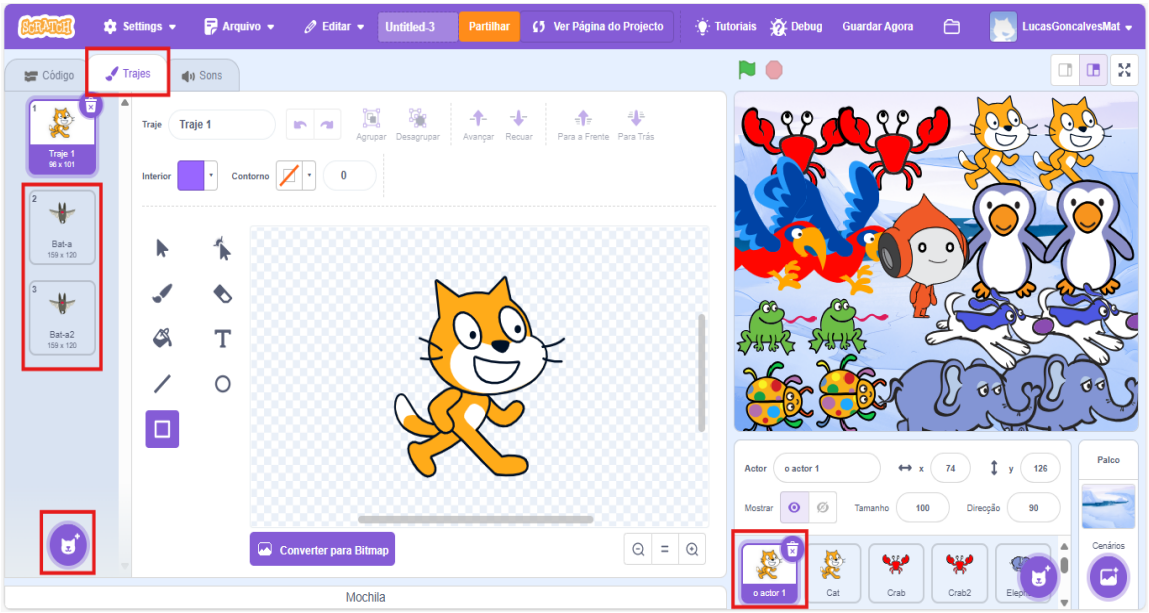
Figura 16 - Exemplo de escolha de "Sons" para os atores.



Fonte: Acervo do Autor.

Neste momento, vamos montar as cartas dos Atores, selecione um dos atores, depois **Trajes**, depois em **Escolher um Traje**, escolha dois Trajes quaisquer (Figura 17).

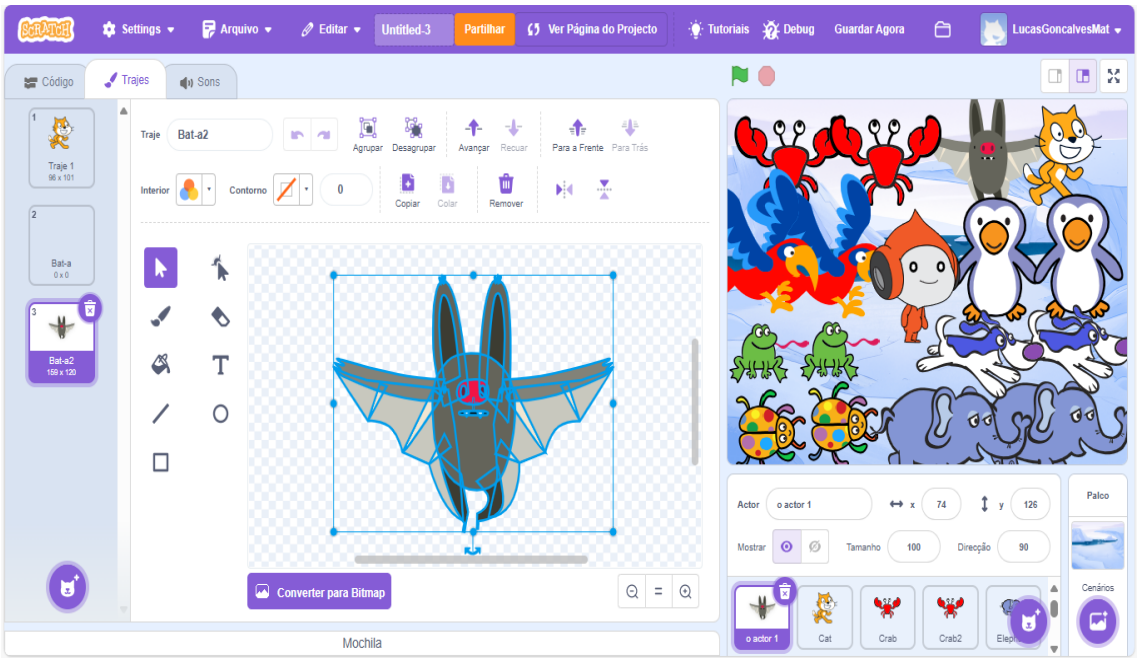
Figura 17 - Escolha dos novos trajes do Ator.



Fonte: Acervo do Autor.

Esses novos dois personagens dos Trajes devem ser deletados, para isso você clica em **selecionar**, depois seleciona todo o personagem e aperte em **delete** (Figura 18).

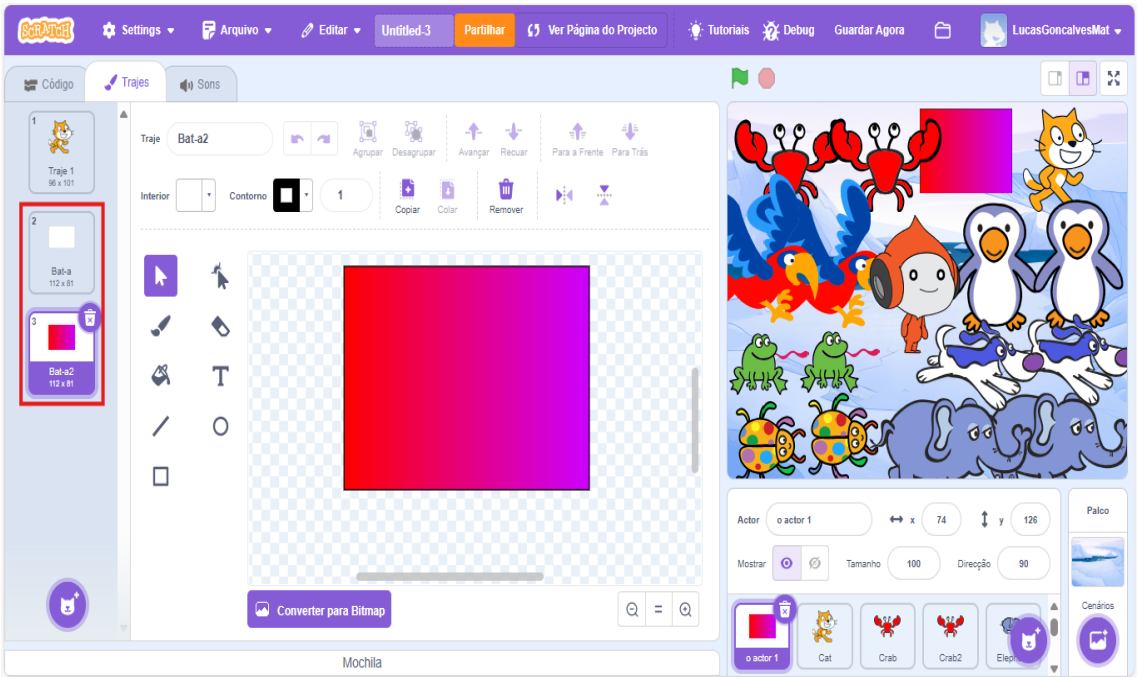
Figura 18 - Exemplo de como deletar o personagem do **Traje**.



Fonte: Acervo do Autor.

Agora para criar as cartas, em ambos os Trajes, clique no ícone **Rectângulo** e desenhe a carta no tamanho (Figura 19), sugiro que você peça para os alunos criarem uma carta em branco e outra colorida, usem a criatividade com as opções da plataforma, como **Contorno** e **Interior**.

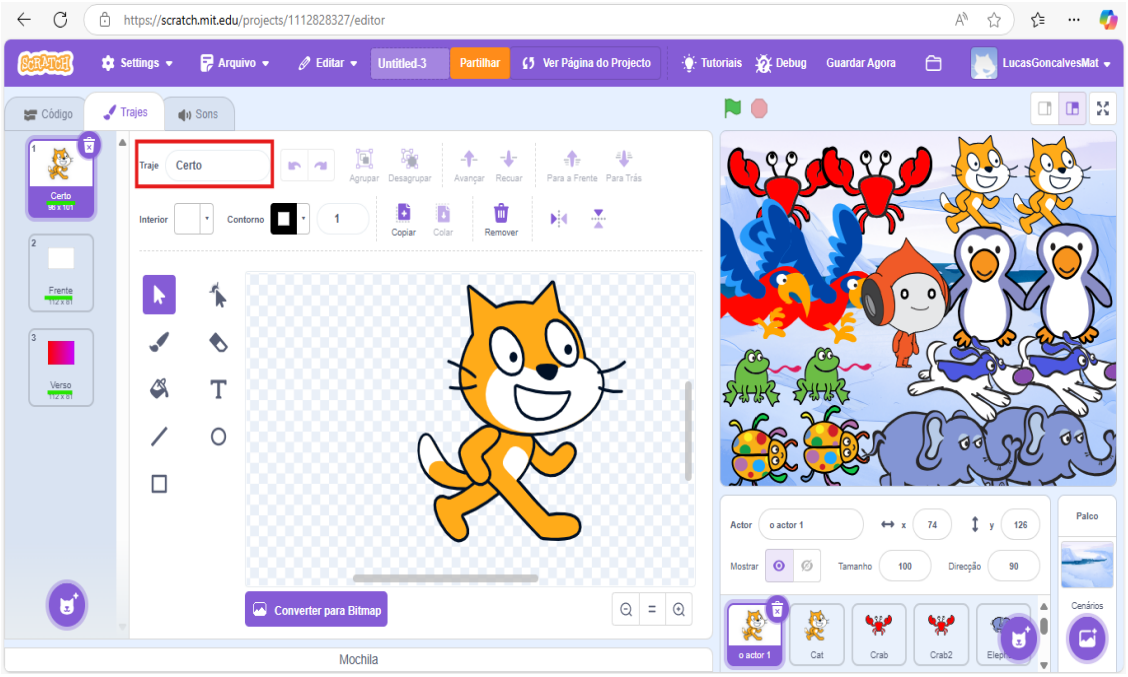
Figura 19 - Exemplo de cartas.



Fonte: Acervo do Autor.

Nomeie o primeiro traje como **Certo**, a carta branca como **Frente** e a carta colorida como **Verso** (Figura 20).

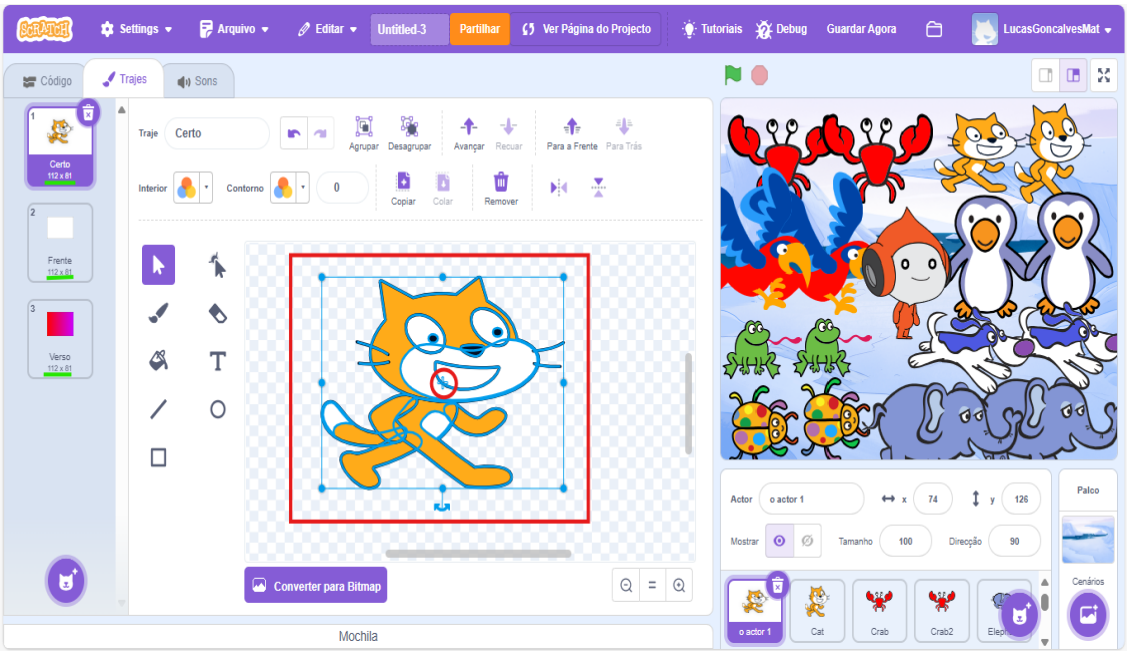
Figura 20 - Campo onde edita o nome do **Traje** e exemplo de como deve ficar os nomes.



Fonte: Acervo do Autor.

Em todos os três trajes do autor, você deve centralizar as cartas e dimensioná-las na escala 112 x 81, para que as cartas fiquem simétricas e não se sobreponham no cenário (Figura 21).

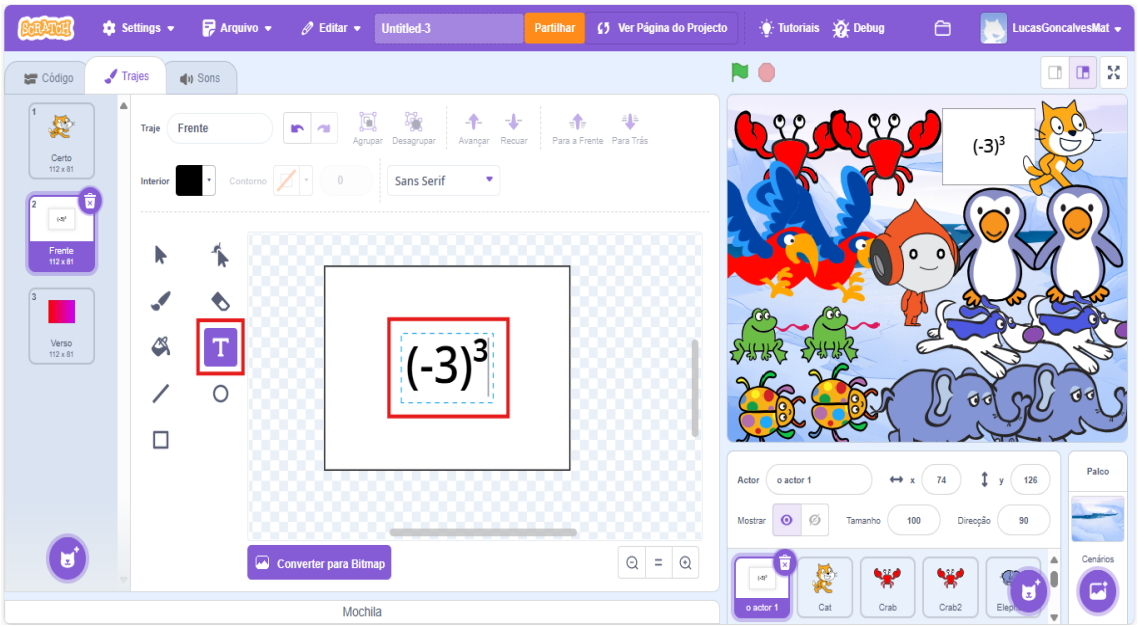
Figura 21 - Exemplo de centralização e dimensão das cartas.



Fonte: Acervo do Autor.

No traje denominado **Frente**, você irá pedir para os alunos adicionarem um texto a carta, clicando no ícone **Texto**, escreva a expressão e coloque ela sobre a carta (Figura 22).

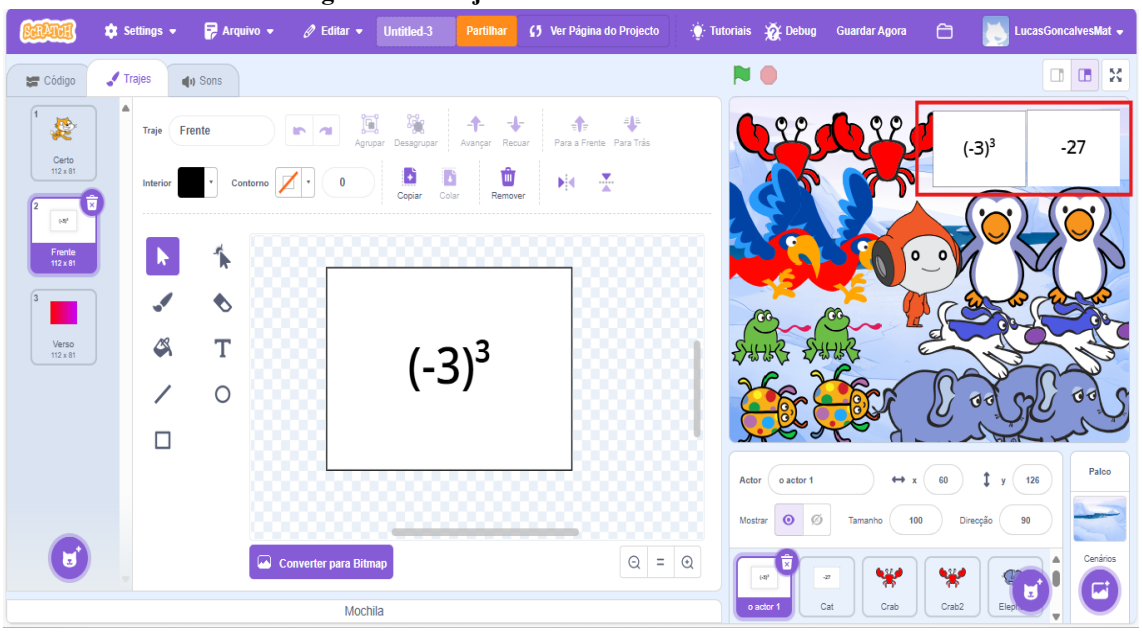
Figura 22 - Ícone **Texto** e exemplo de como inserir a expressão sobre a carta.



Fonte: Acervo do Autor .

Atenção, todas as rotinas demonstradas nas Figuras 16, 17, 18, 19, 20, 21 e 22 devem ser feitas em todos os oito pares de atores (16 atores), associando as expressões dos **Trajes Frente** com os Atores semelhantes, para formarem os pares, como demonstra a Figura 23.

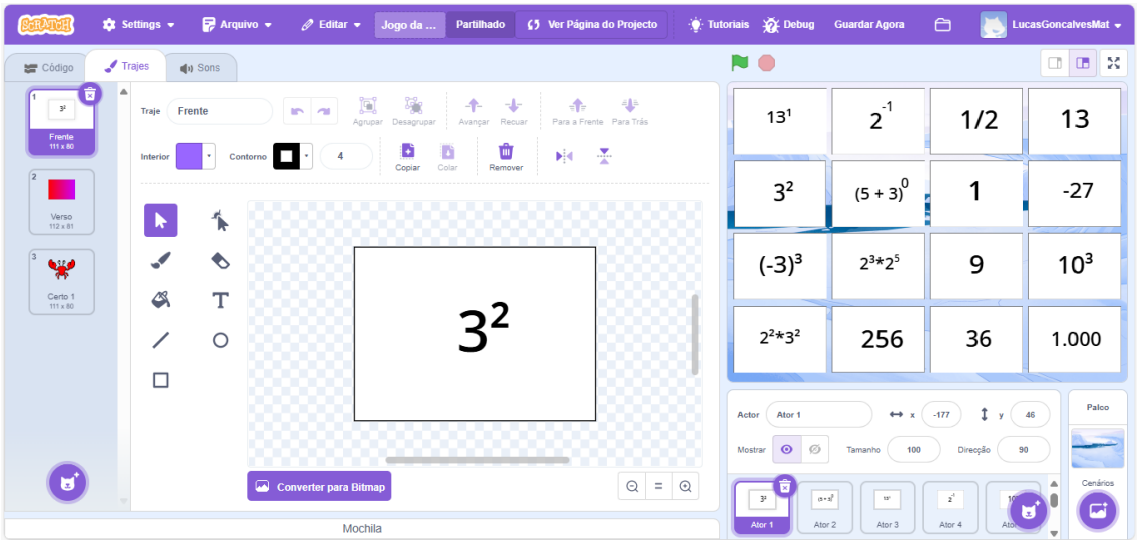
Figura 23 - Trajes Frente dos atores semelhantes.



Fonte: Acervo do Autor.

A Figura 24 serve como sugestão de operações para serem usadas nos **Trajes Frente**.

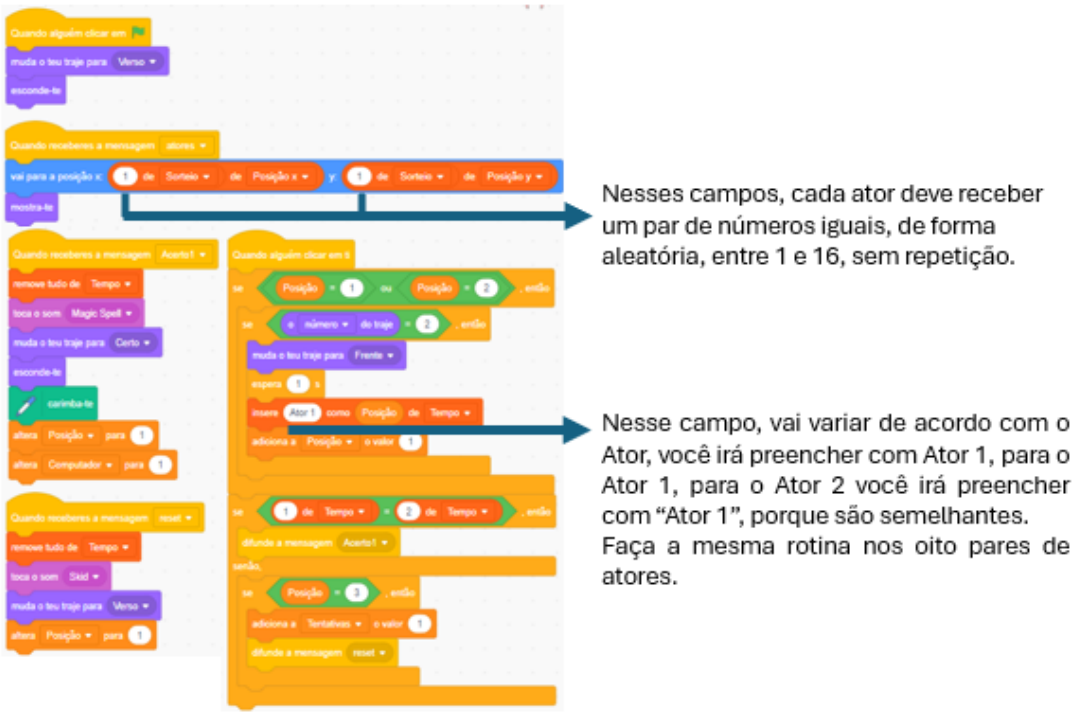
Figura 24 – Sugestão de operações para usar no jogo.



Fonte: Acervo do Autor.

Depois de organizar todas as rotinas anteriores, é hora de começar a programação de fato. Selecione o primeiro ator e monte a programação contida na Figura 25. Esteja atento a todos os detalhes, você deve fazer todo o passo a passo no *datashow* e esperar que todos os alunos consigam reproduzir antes de iniciar o próximo bloco. Essa programação deve ser feita nos oito pares de atores, diferenciando apenas a posição dos atores e onde eles serão inseridos.

Figura 25 - Programação dos oito pares de atores.



Fonte: Acervo do Autor.

Agora vamos programar o último Ator, para esse passo, de maneira semelhante ao último passo descrito, monte a programação descrita na Figura 26.

Figura 26 - Programação do último Ator.

Fonte: Acervo do Autor.

Chegamos a última etapa de programação. Clique em **Palco** e vamos programar os cenários conforme as Figuras 27 e 28. É nessa programação que teremos a mudança do cenário de apresentação para o cenário das **Cartas**, as suas posições e a forma aleatória que elas apareceram a cada clique no **Começar**.

Figura 27 - Programação dos cenários parte 1.

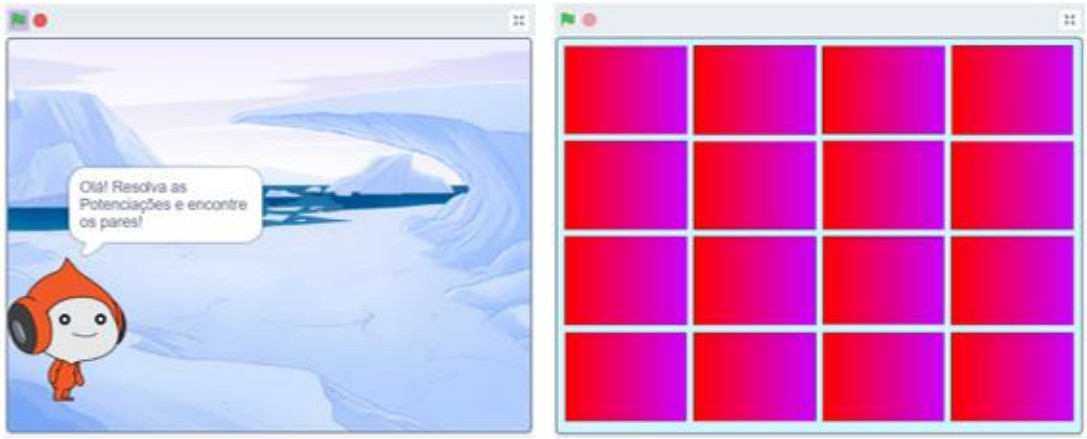
Fonte: Acervo do Autor.

Figura 28 – Programação dos cenários parte 2.

Fonte: Acervo do Autor.

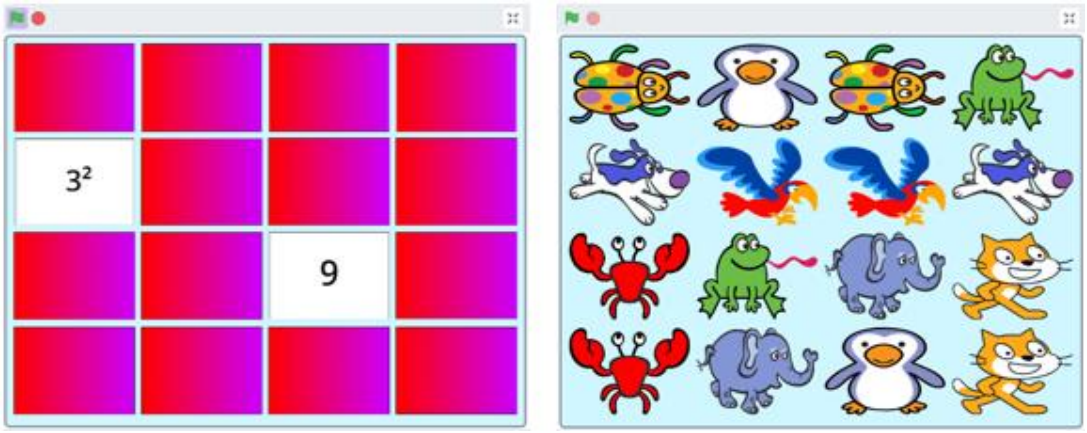
Se todo o processo tiver sido feito corretamente, se nenhuma programação tiver sido montada errada, o jogo deve estar de maneira semelhante as Figuras 29 e 30.

Figura 29 - Abertura do jogo e cartas do jogo no **Traje Verso**.



Fonte: Acervo do Autor .

Figura 30 - Um par de cartas no **Traje Frente** e Jogo resolvido, com todas as cartas no **Traje Certo**.



Fonte: Acervo do Autor.

Uma observação sobre o funcionamento do jogo, cada vez que o jogo é iniciado as cartas serão embaralhadas de forma aleatória, para tornar o jogo menos cansativo ao ser repetido. As operações sempre serão as mesmas, pois foram definidas no **Traje Frente**, demonstrado na Figura 22.

É muito importante que o professor esteja sempre atento ao desenvolvimento dos jogos dos alunos, pare a aula sempre que aparecer uma dúvida e a esclareça, pois qualquer erro na programação impedirá o desenvolvimento perfeito do jogo, e depois que o jogo estiver "pronto" pode ser um pouco difícil localizar o erro para corrigi-lo.

Ao final da aula, novamente organizem a sala de multimidia e retornem à sala de aula. Em sala de aula promova uma nova discursão com os alunos, abra espaço para que eles comentem o que acharam da experiência de programar um jogo e o que essa aula agregou de conhecimento para eles. Busque despertar a curiosidade dos seus alunos em se aprofundarem no mundo da programação e comente com eles que tipos de jogos eles podem criar a partir dessa aprendizagem.

5ª etapa- (Avaliação final e resultados)

Nesta etapa, a sugestão é que o professor explore a criatividade de seus alunos. Sugira que seus alunos explorem a plataforma *Scratch* e busquem outras referências de jogos e solicite que eles formem equipes de 4 a 5 alunos para que desenvolvam um jogo na plataforma, adaptando o tema "propriedades de potenciação". A apresentação deste jogo poderá ser feita no final do bimestre, onde os alunos irão apresentar o jogo desenvolvido por eles e disponibilizarão o *link* para que os outros colegas possam jogar também. Durante o desenvolvimento deste trabalho, promova outra uma aula para você acompanhar como está o andamento dos jogos e auxiliar os alunos em possíveis dúvidas, fazendo os ajustes necessários nos jogos. Esta avaliação pode ser critério para o preenchimento da nota de Trabalho Bimestral ou Nota Livre, pelo professor.

Avaliação

Os alunos serão avaliados durante todas as etapas, de acordo com o interesse e participação dos mesmos no desenvolvimento das atividades. Além da avaliação do projeto ao final do bimestre.

Referências

AVELLO, Rosane Garcia Bandeira. **Jogos como estratégia para facilitar o ensino-aprendizagem de operações com números inteiros**. 2006. 67f. Dissertação(Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e Matemática) - Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2006.

BORDIN, Laura Moreira. **OS MATERIAIS MANIPULÁVEIS E OS JOGOS PEDAGÓGICOS COMO FACILITADORES DO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DAS OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS**. 2011. 102 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Franciscana, Santa Maria, 2011.

Ministério da Educação (Brasil). Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC/SEB, 2017..

CORRÊA, Bruno Silveira. **Programando com Scratch no Ensino Fundamental : uma possibilidade para a construção de conceitos matemáticos**. 2021. 174 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2021.

GOMES, Antônio Carlos Buraneli. **A potencialidade da plataforma Scratch no ensino de números inteiros no 7º ano do ensino fundamental**. 2022. 96 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2022.

MAFRA, Josiane Barroso. **Uma Aplicação do Software Scratch no Ensino Fundamental**. 2021. 122 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino) – Universidade Federal do Espírito Santo, Rio de Janeiro, 2021.

MELO, Marcela Camila Picin de. **A resolução de problemas: uma metodologia ativa no ensino de matemática para a construção dos conteúdos de "Potenciação e radiciação" com alunos do ensino fundamental**.2020. 194 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020.

MENEZES, Alice Valeria Halley Sa Dias. **A CONTRIBUIÇÃO DOS JOGOS PARA A APRENDIZAGEM DA POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO NO 9º ANO: UMA PROPOSTA DE ENSINO.** 2014. 140 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino) – Universidade Federal do Vale do São Francisco, Rio de Janeiro, 2014.

RESNICK, Mitchel. **Sowing for a more seeds the creative society. Learning & Leading with Technology**. 2007. p.18-22, Dec./Jan. 2007b. Disponível em: Acesso em: 27 dez. 2024.

RESNICK, Mitchel. **Lifelong Kindergarten: Cultivating Creativity through Projects, Passion, Peers, and Play**. Cambridge, MA: MIT Press, 2017.

SÁ, Adriana Lourenço de; MACHADO, Marília Costa. **O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ESTUDO DE FUNÇÕES**. Anais do Encontro Virtual de Documentação em Software Livre e Congresso Internacional de Linguagem e

Tecnologia Online, [S.l.], v. 6, n. 1, jun. 2017. ISSN 2317-0239. Disponível em: http://www.periodicos.letras.ufmg.br/index.php/anais_linguagem_tecnologia/article/view/12142/10362. Acesso em: 28 nov. 2024.

Simões, Viviane Augusta Pires. **UTILIZAÇÃO DAS TECNOLOGIAS EDUCACIONAIS NAS ESCOLAS DA REDE ESTADUAL DA CIDADE DE UMUARAMA-PR**. 2001. 119 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2001.

SOUZA, Abdenardo Lobo. **Softwares no ensino da matemática**. 2015. 59 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Rio de Janeiro, 2015.

WIESE, Andréia Faxina; SILVA, Marcelo José da. **Possibilidades e Limites de Uso das Tecnologias Digitais na Escola Pública de Ensino Fundamental**. 2016. 8 f. VIII Mostra Interna de Trabalhos de Iniciação Científica I Mostra Interna de Trabalhos de Iniciação Tecnológica e Inovação. Universidade Cesumar, Maringá, 2016.

ZABALA, Antoni. **Prática Educativa: como ensinar.** Porto Alegre: ARTMED, 1998.

ZOPPO, Beatriz Maria. **A CONTRIBUIÇÃO DO SCRATCH COMO POSSIBILIDADE DE MATERIAL DIDÁTICO DIGITAL DE MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL I**. 2017. 135 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2017.

APÊNDICE A – Avaliação diagnóstica

ESCOLA:
TURMA:
PROFESSOR(A):
ALUNO(A):
DATA:

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

1. Calcule:

a) $5^3 =$
b) $0^4 =$
c) $5^2 =$
d) $1^2 =$
e) $(2^2)^2 =$
f) $-4^3 =$
g) $3^1 =$
h) $1^7 =$
i) $5^0 =$
j) $10^2 =$
k) $-3^2 =$
l) $(2^3)^5 =$
m) $(-5)^3 =$
n) $7^2 =$
o) $8^1 =$
p) $13^0 =$
q) $(-3)^4 =$
r) $10^4 =$

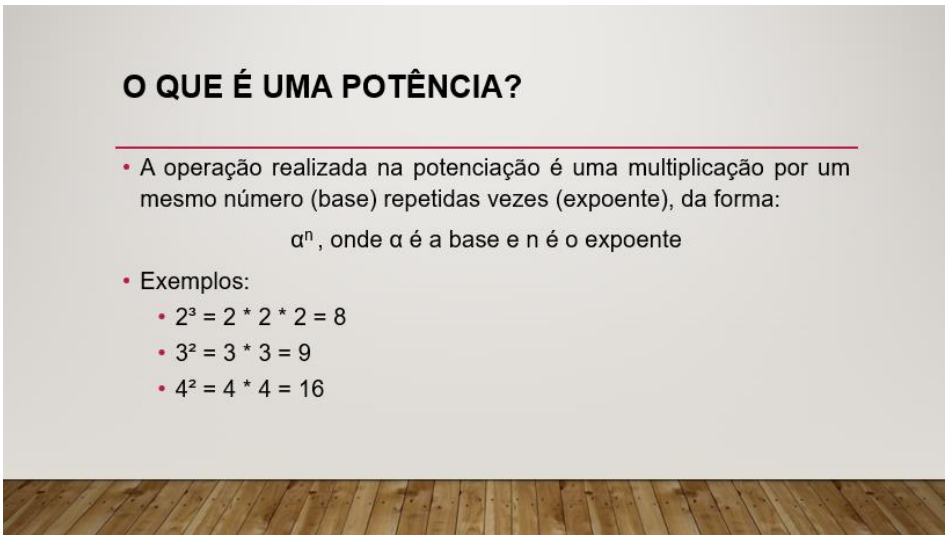
2. Efetue as multiplicações e divisões.

a) $2^2 \cdot 2^3 =$
b) $5^3 \cdot 5^2 =$
c) $3^2 \cdot 3^2 =$
d) $3^2 \cdot 2^2 =$
e) $2^3 \cdot 5^3 =$
f) $7^2 \cdot 3^2 =$
g) $\frac{2^3}{2^5} =$
h) $\frac{3^4}{3^2} =$
i) $\frac{7^3}{7^2} =$
j) $\left(\frac{3}{2}\right)^4 =$
k) $\left(\frac{7}{3}\right)^2 =$
l) $\left(\frac{5}{2}\right)^3 =$

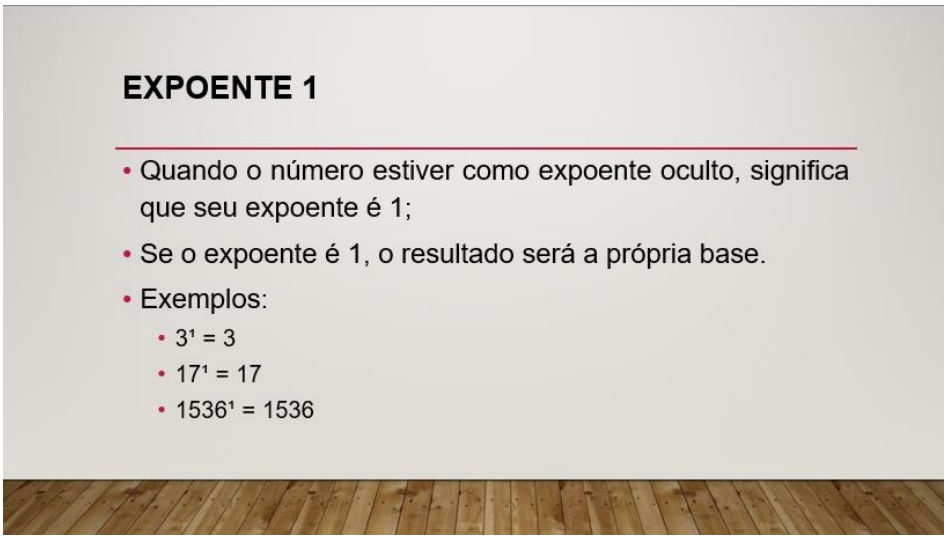
ANEXO A

***Slide* 1**

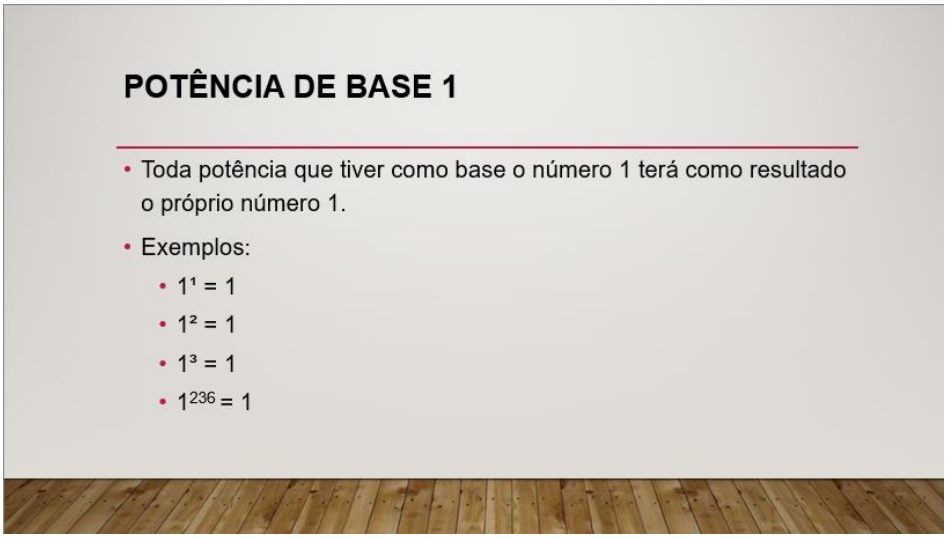
***Slide* 2**



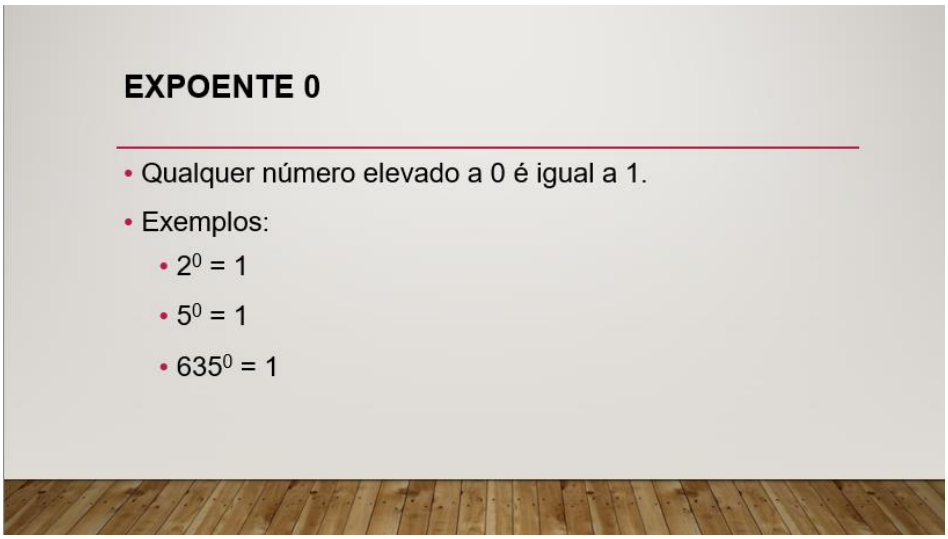
***Slide* 3**



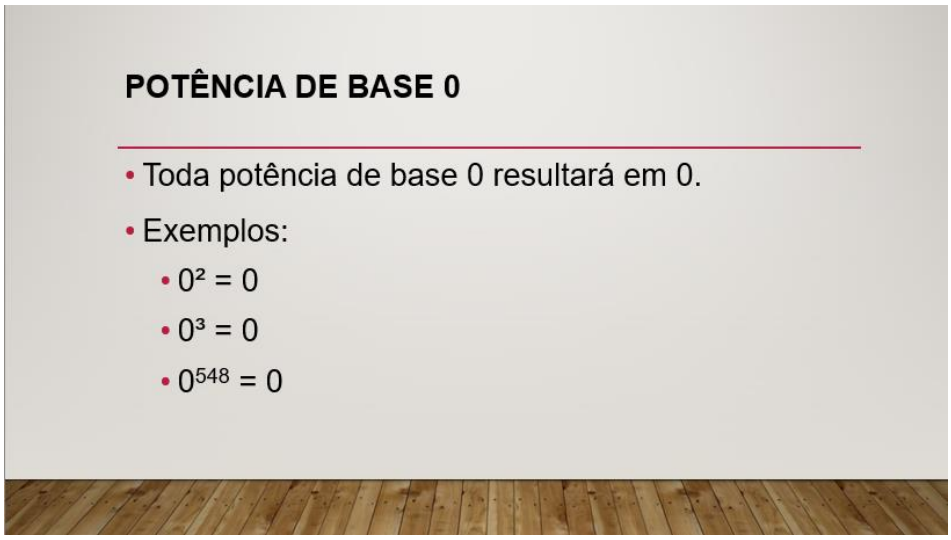
***Slide* 4**



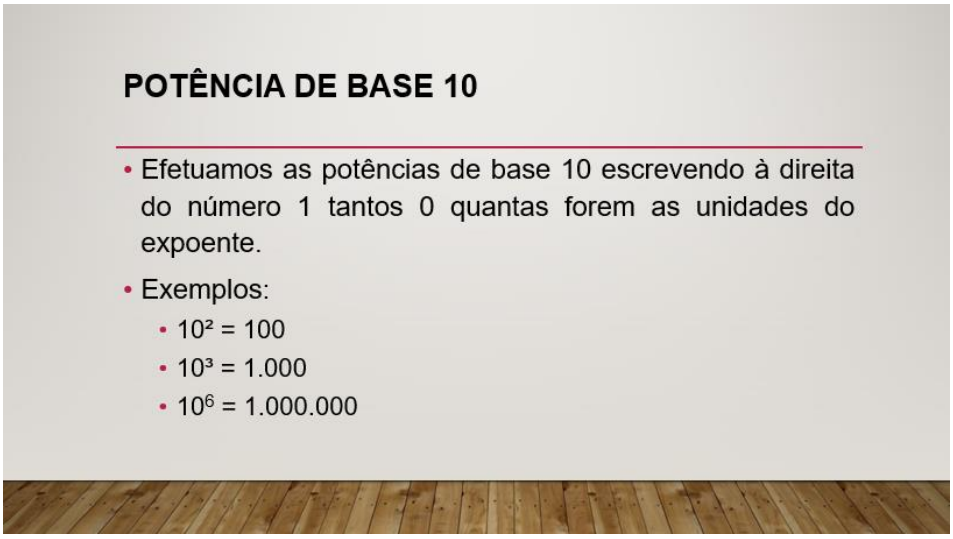
***Slide* 5**



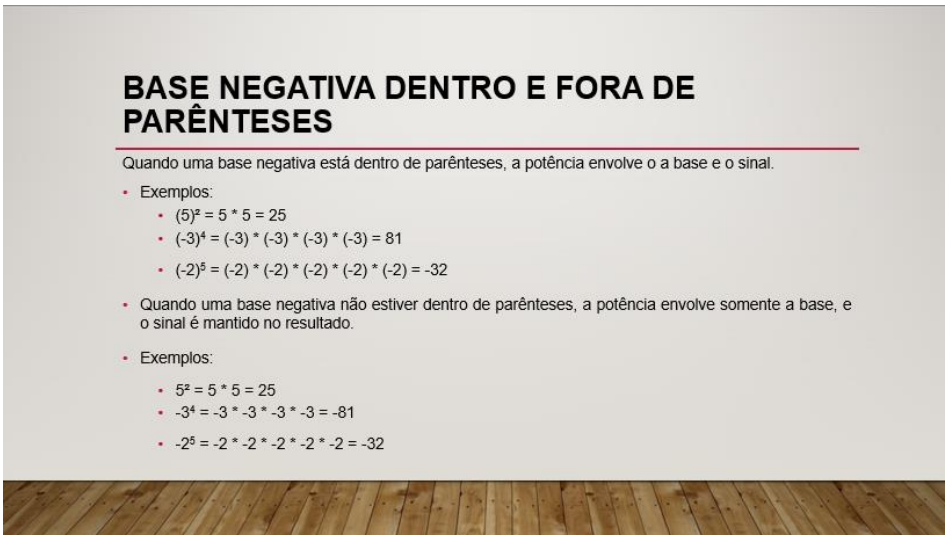
***Slide* 6**



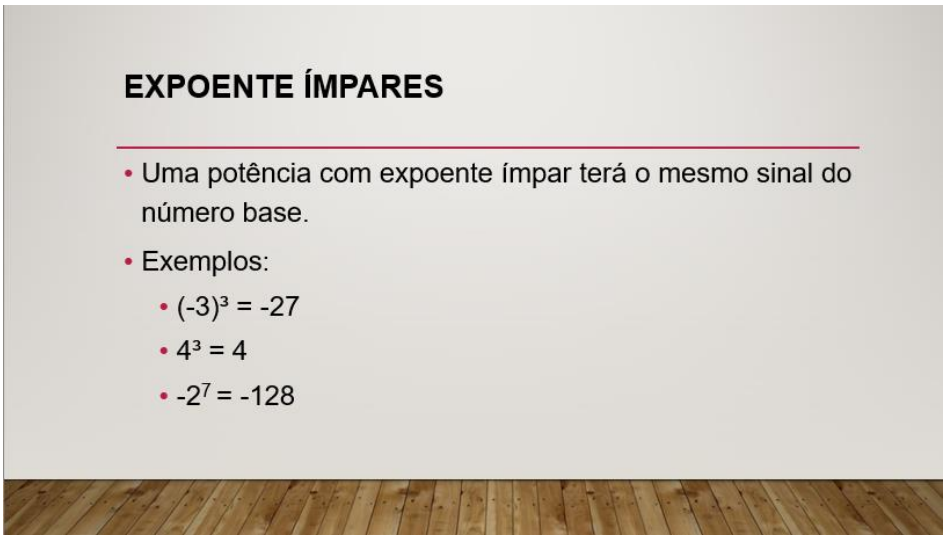
***Slide* 7**



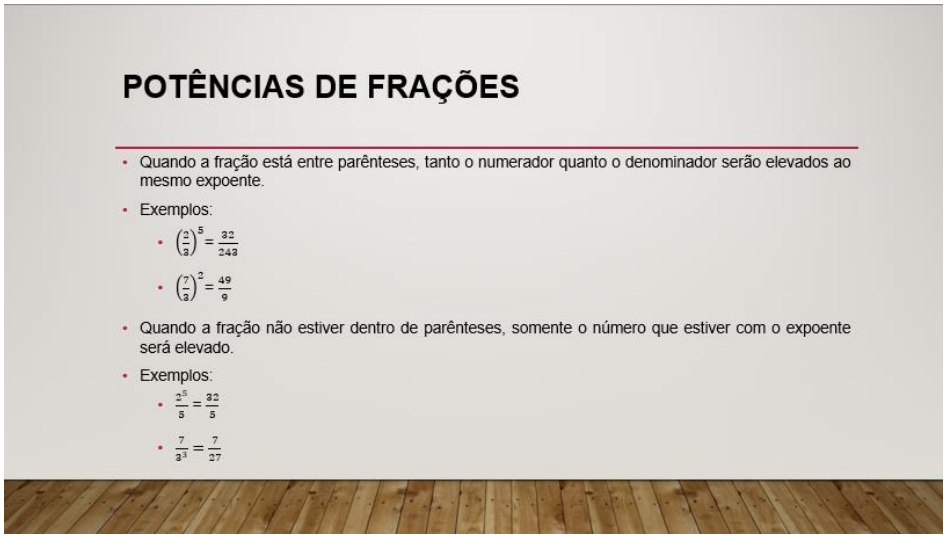
***Slide* 8**



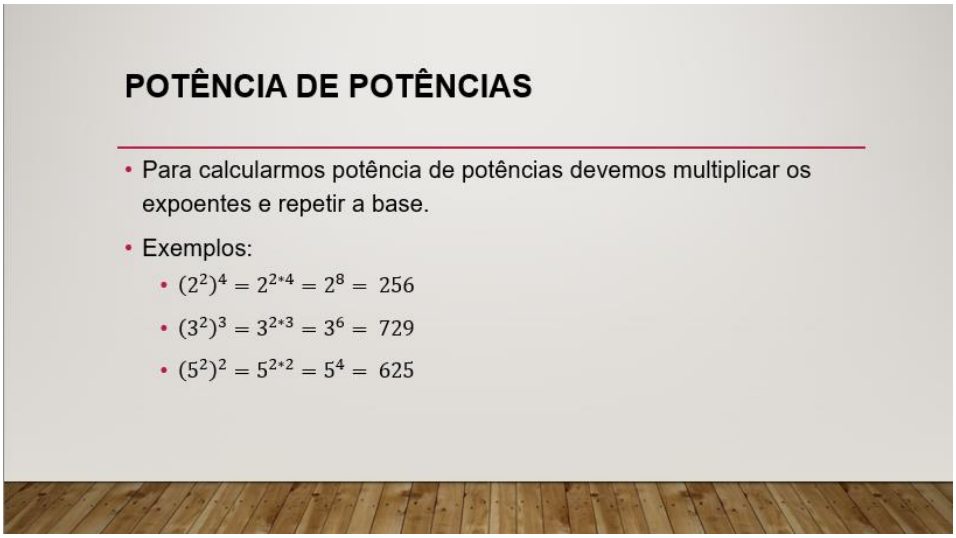
***Slide* 9**



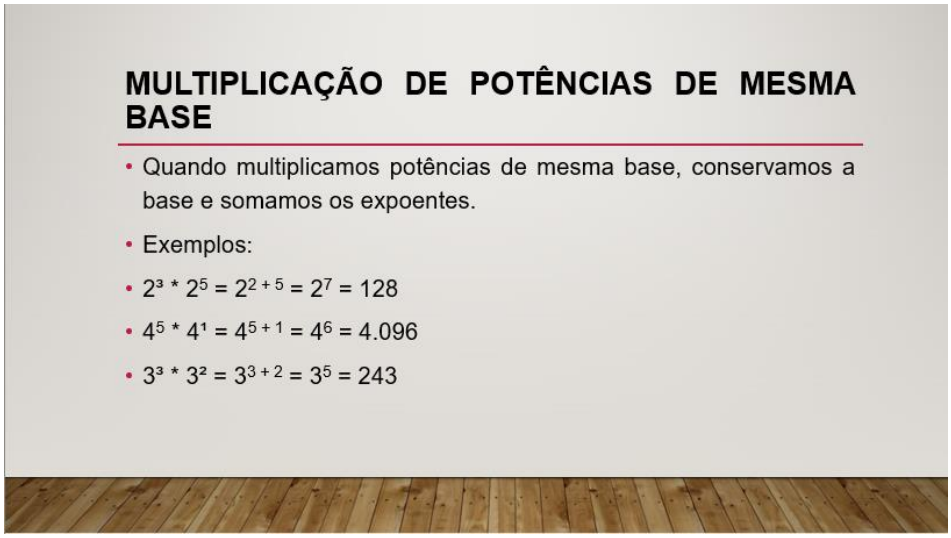
***Slide* 10**



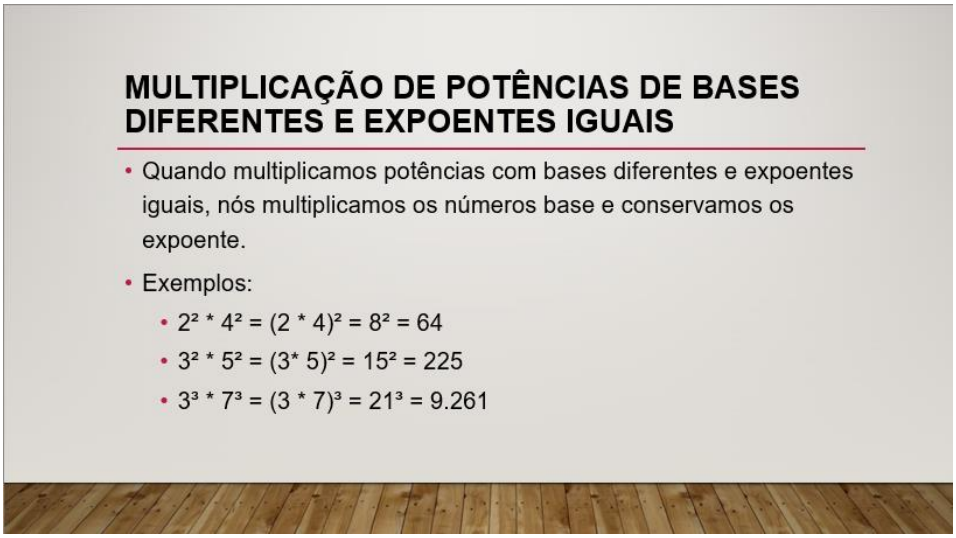
***Slide* 11**



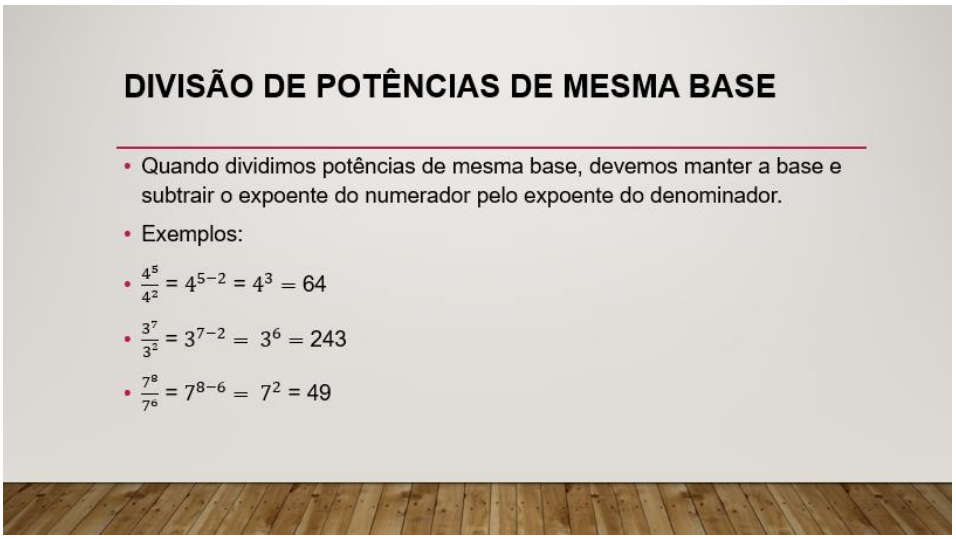
Slide 12



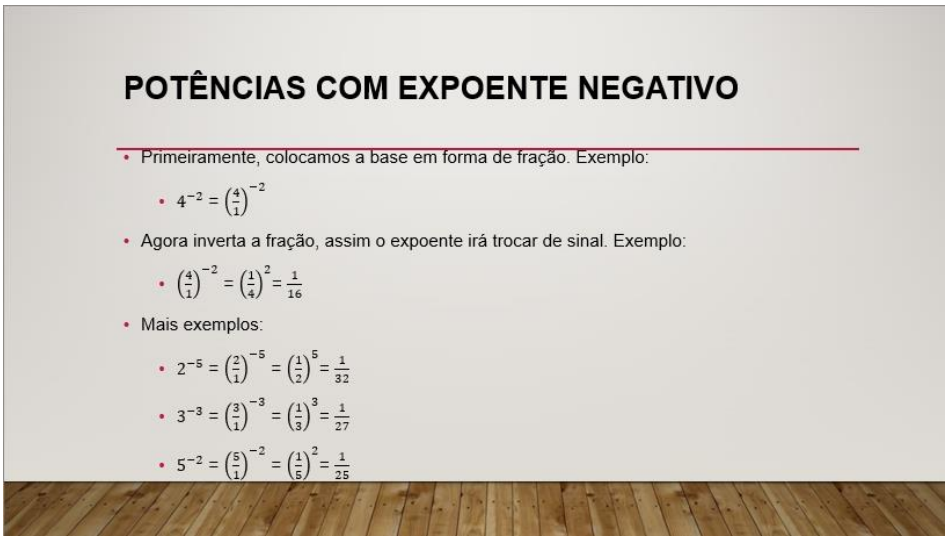
Slide 13



Slide 14



ANEXO O – *Slide* 15

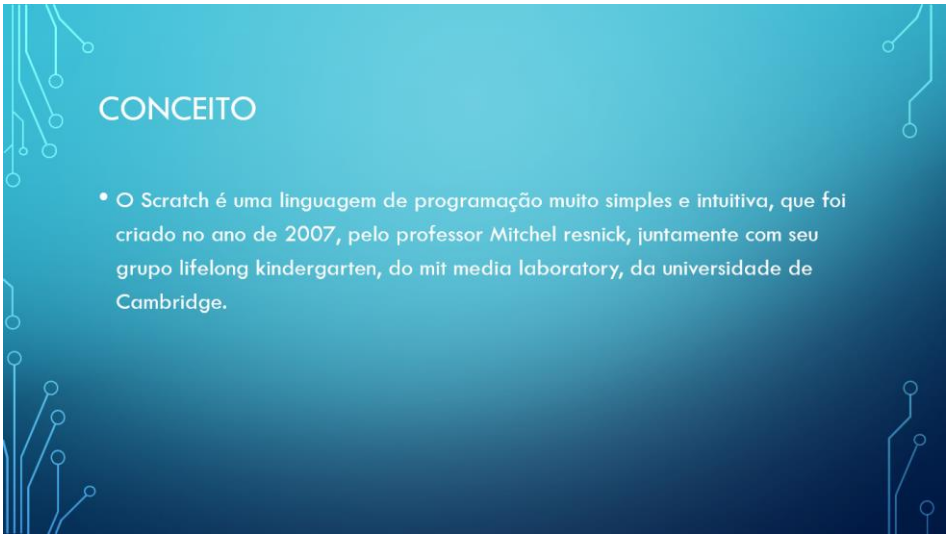


ANEXO P – *Slide* 16

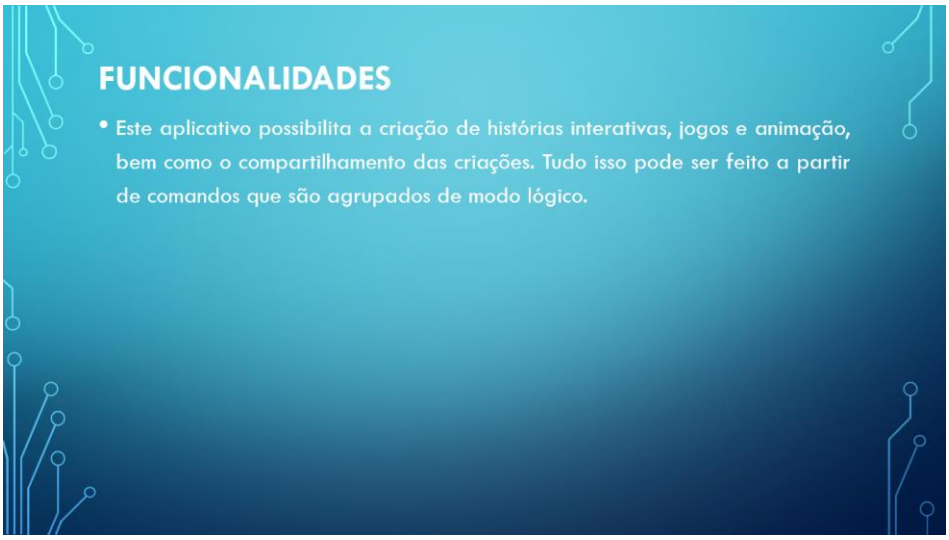
ANEXO B–

***Slide* 1**

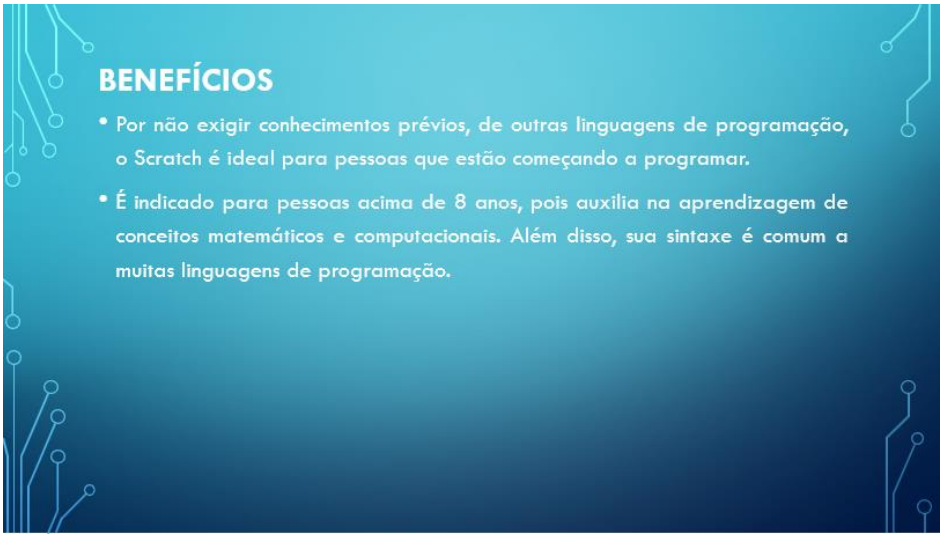
***Slide* 2**



***Slide* 3**

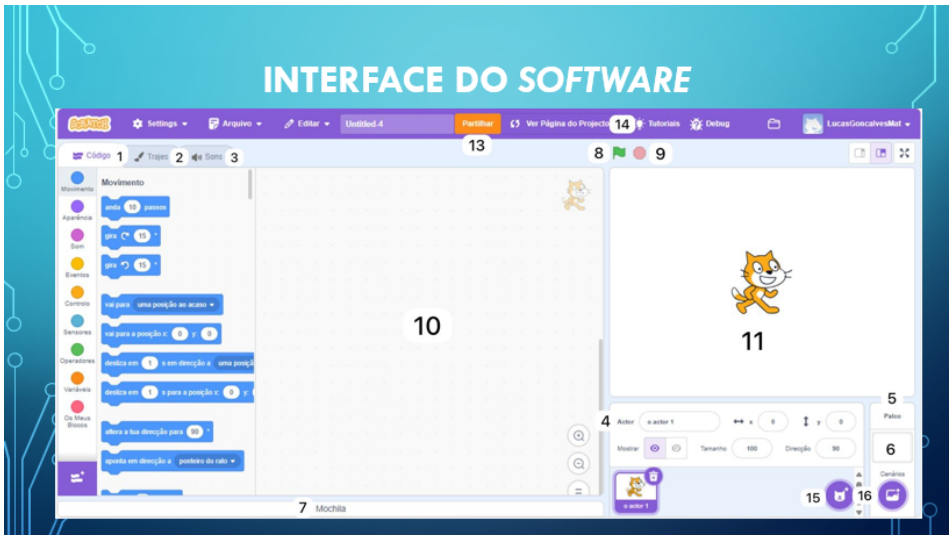


***Slide* 4**

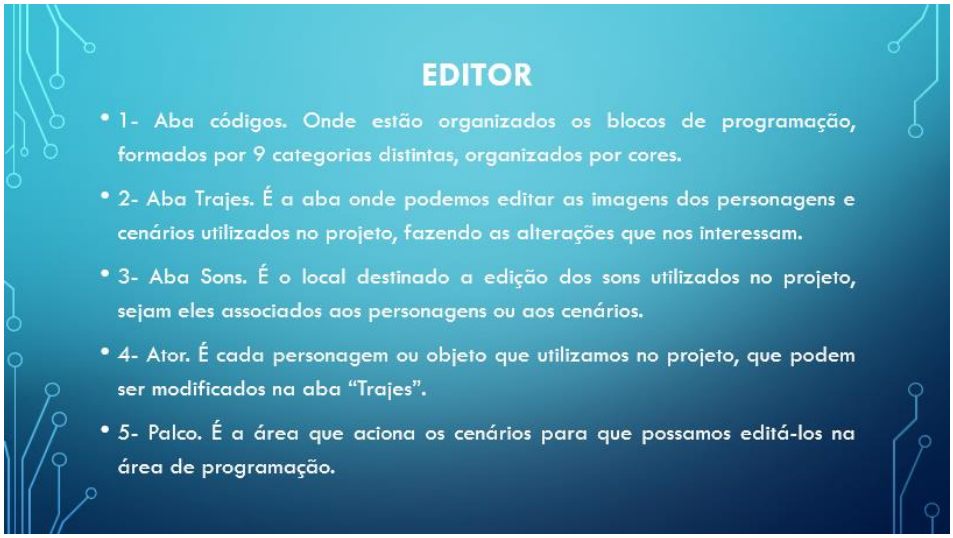


***Slide* 5**

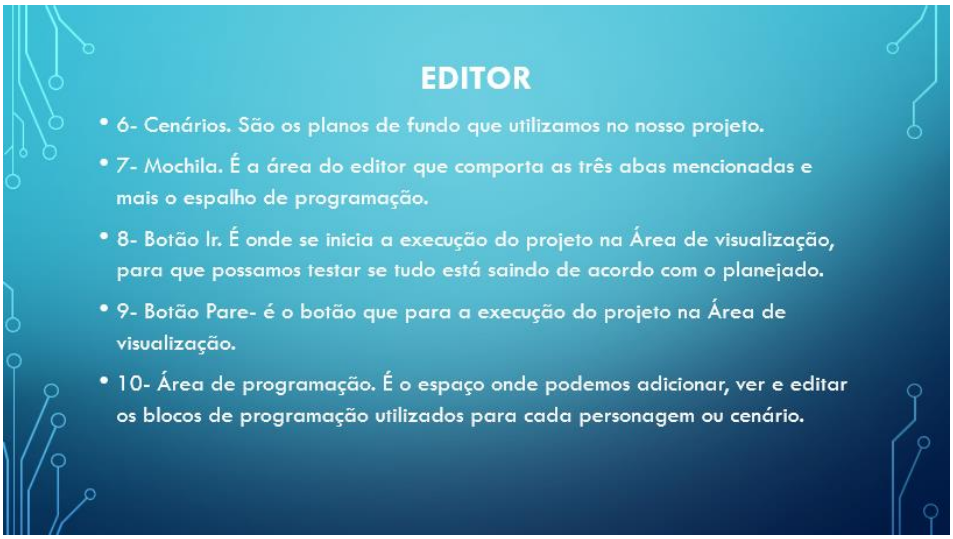
Slide 6



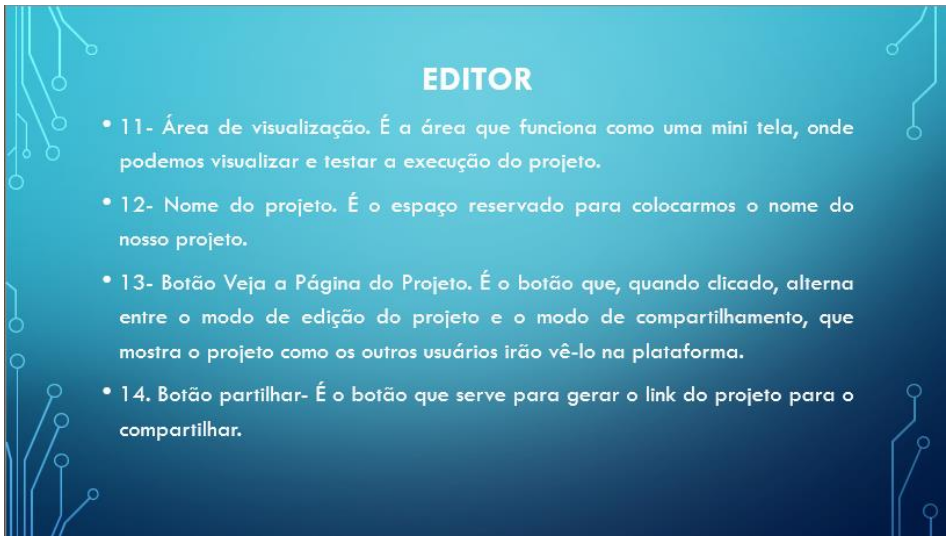
Slide 7



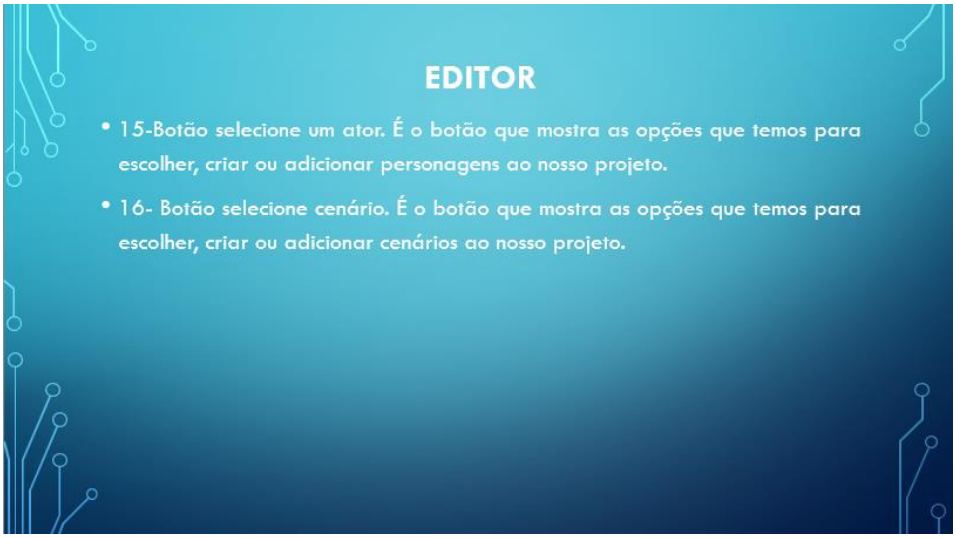
Slide 8



***Slide* 9**



***Slide* 10**



Unidade Temática: Álgebra

As Sequências Didáticas reunidas nesta seção foram elaboradas para integrar estratégias que conectam a abstração algébrica a contextos significativos e tecnológicos. Por meio de jogos, simuladores, situações-problema cotidianas e investigações lógicas, busca-se não apenas desenvolver habilidades de generalização e análise, mas também estimular o raciocínio dedutivo, a argumentação fundamentada e a aplicação prática dos conceitos.

Cada proposta parte de realidades próximas aos alunos, favorecendo a transição progressiva do pensamento concreto para o abstrato e fortalecendo a autonomia intelectual no uso da linguagem algébrica.

RAZÃO E PROPORÇÃO NO ENSINO E NO COTIDIANO DOS ALUNOS

Francisco Clerton Rodrigues Sena, Fernando Kennedy da Silva

Destinada ao 8º ano do Ensino Fundamental, esta sequência aborda razão, proporção e regra de três direta, com foco na aplicação prática em situações cotidianas. Por meio de exemplos concretos, problemas gradativos, trabalho em grupo e um quiz interativo, busca desenvolver o raciocínio proporcional e a capacidade de resolver problemas contextualizados, conectando a álgebra à realidade dos estudantes.

JOGOS LÓGICOS COMPUTACIONAIS E RACIOCÍNIO DEDUTIVO

Raquel Ferreira Oliveira, Vaston Gonçalves da Costa

Utiliza jogos computacionais e simuladores lógicos para o ensino de conceitos introdutórios da lógica formal, como proposições, conectivos, tabelas-verdade e argumentação dedutiva. Destina-se a estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental II, na unidade temática de Álgebra, promovendo o desenvolvimento do raciocínio lógico e da capacidade argumentativa por meio de atividades interativas e investigativas.

Razão e Proporção no ensino e no cotidiano dos alunos

Francisco Clerton Rodrigues Sena
Orientador: Prof. Dr. Fernando Kennedy da Silva

Introdução

A Matemática é uma disciplina essencial que não apenas fundamenta o raciocínio lógico, mas também se aplica a diversas situações do cotidiano. No 8º ano do Ensino Fundamental, os alunos têm a oportunidade de aprofundar seus conhecimentos em Álgebra, explorando conceitos que são cruciais para a resolução de problemas práticos. Nesta sequência didática, abordaremos a Regra de Três Direta e a Proporcionalidade Direta, temas que se mostram extremamente relevantes para a compreensão de fenômenos do dia a dia.

A Regra de Três Direta é uma ferramenta poderosa que permite aos alunos estabelecer relações entre grandezas diretamente proporcionais, facilitando cálculos em situações cotidianas, como o consumo de combustível em uma viagem ou a quantidade de ingredientes em uma receita. Segundo Paulo Freire (1980), a educação deve ser um processo de conscientização e problematização, em que os alunos são incentivados a relacionar o conhecimento matemático com suas experiências diárias. Assim, ao trabalhar com exemplos práticos, os estudantes poderão ver a Matemática como uma aliada na resolução de desafios cotidianos.

Esta sequência didática justifica-se a partir da abordagem de David Tall (2001), sobre a aprendizagem matemática em que ele destaca a importância de construir significados a partir de experiências concretas, o que reforça a necessidade de atividades que conectem a teoria à prática. Dessa forma através de aulas expositivas e atividades interativas, os alunos serão incentivados a elaborar e resolver problemas que envolvem essas grandezas, desenvolvendo habilidades essenciais para a vida prática e acadêmica.

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), especificamente na habilidade EF08MA13, é fundamental que os alunos sejam capazes de resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, utilizando estratégias variadas, em função dessa habilidade esta sequência didática não apenas visa o domínio do conteúdo matemático, mas também a formação de cidadãos críticos e capazes de aplicar o conhecimento matemático em situações reais.

Ao longo das aulas, os alunos terão a oportunidade de trabalhar com exemplos práticos, discutir suas soluções e refletir sobre a importância da Matemática em suas vidas. Espera-se que, ao final desta sequência, os estudantes não apenas compreendam a Regra de Três Direta e a Proporcionalidade Direta, mas também se sintam motivados a explorar ainda mais o fascinante mundo da Matemática.

Estrutura curricular

Etapa de ensino/Ano ou Série
Ensino Fundamental/8º Ano

Área
Matemática

Unidade Temática (BNCC)
Álgebra

Objetos de Conhecimento (BNCC)
Regra de Três Direta, Proporcionalidade Direta, Problemas Práticos, Proporções, Exemplos Práticos, Resolução de Problemas.

Habilidades (BNCC)
EF08MA13: Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.

EF08MA10: Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais.

Objetivos/Expectativas de Aprendizagem
A importância de ter objetivos específicos para a aprendizagem dos objetos de conhecimento em questão se deve ao fato de ser uma unidade temática complexa conforme afirmam Gil e Felicetti (2016, p. 20) que " a álgebra é uma parte da Matemática que trabalha a generalização e abstração, representando quantidades através de símbolos", assim, para muitos estudantes é um conteúdo complexo devido sua abstração pois envolve a associação de letras e números, por isso os objetivos foram direcionados a:

1. Em relação a compreensão conceitual os alunos deverão:
- Compreender os conceitos de razão e proporção, identificando suas aplicações em situações do cotidiano.
- Reconhecer a Regra de Três Direta como uma ferramenta para resolver problemas que envolvem grandezas diretamente proporcionais.
2. No Desenvolvimento de Habilidades Matemáticas espera-se que os alunos possam:
- Desenvolver a habilidade de identificar e formular problemas que podem ser resolvidos por meio da Regra de Três Direta.
- Aplicar a Proporcionalidade Direta em diferentes contextos, como cálculos de distância, consumo de combustível e ajustes em receitas.
3. Quanto a Resolução de Problemas os alunos deverão ser capazes de:
- Resolver problemas práticos que envolvam a Regra de Três Direta, utilizando estratégias variadas e justificando as escolhas feitas.
- Elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente proporcionais, promovendo a criatividade e o raciocínio lógico
4. Sobre a Interpretação e Análise espera-se que os alunos sejam capazes de:

- Interpretar resultados obtidos em situações práticas, analisando a viabilidade e a coerência das soluções encontradas.
- Comparar diferentes abordagens para resolver o mesmo problema, promovendo a reflexão crítica sobre métodos matemáticos.

Quanto as expectativas de aprendizagem, espera-se que os alunos consigam aplicar a Regra de Três Direta em situações do cotidiano, demonstrando a relevância da Matemática em suas vidas, sentirem-se mais confiantes e autônomos na resolução de problemas matemáticos, utilizando a Proporcionalidade Direta como uma ferramenta eficaz, desenvolvam um pensamento crítico ao analisar e discutir diferentes soluções para problemas, reconhecendo a importância de justificar suas respostas.

Duração das atividades

4 aulas duplas de 50 minutos

A duração das atividades foi distribuída de forma equilibrada, permitindo que os alunos tivessem tempo suficiente para compreender os conceitos teóricos e aplicá-los em situações-problema. As sessões envolveram momentos de explicação, resolução de exercícios guiados e prática individual ou em grupo, promovendo a participação ativa e o desenvolvimento da autonomia dos estudantes, havendo necessidade estender-se-á para mais uma ou duas aulas a fim de concluir o conteúdo.

As atividades desenvolvidas na sequência didática foram cuidadosamente organizadas com o objetivo de aprofundar os conhecimentos dos alunos nos temas de razão, proporção e regra de três. Estes conteúdos são fundamentais para o raciocínio lógico-matemático e têm aplicação prática no quotidiano, o que reforça a sua relevância no processo de ensino-aprendizagem.

Conhecimentos prévios trabalhados pelo professor com aluno

Os conteúdos prévios que servem de base para a aprendizagem do conteúdo em pauta, dentre eles: o que é uma fração; o que é numerador e denominador; divisão de um número pelo outro para obter uma razão de proporcionalidade; dividir dois números para obter a razão entre eles e para retomar esses conhecimentos prévios pode ser feito uma breve revisão teórica seguida de exemplos práticos de aplicação dos conceitos. Essa revisão se faz necessária em função da razão e proporção serem conceitos importantes em matemática, devido ao fato de serem muito usados para resolver problemas em diversas situações do dia a dia e em outras disciplinas.

Estratégias de Ensino

A utilização de estratégias de ensino incentiva a participação ativa dos alunos. Assim para ensinar razão e proporção de forma eficaz é interessante a aplicação prática dos conceitos matemáticos como: **A metodologia da Resolução de Problemas** que é uma abordagem recomendada, pois permite que os alunos construam seu próprio conhecimento a partir de situações reais e desafiadoras.

Segundo Onuchic (2014), esta metodologia considera os estudantes como participantes ativos, utilizando problemas como instrumentos precisos e bem definidos. Onuchic afirma que "problema é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver" (1999, p. 215). Essa abordagem permite que os alunos façam conexões entre diferentes ramos da matemática, gerando novos conceitos e conteúdo.

Outra estratégia de ensino utilizada: **Trabalho em grupo**, formar grupos de três alunos é uma estratégia eficaz para promover a colaboração e a socialização. Segundo Onuchic e Allevato (2011), durante a resolução de problemas, os alunos devem trabalhar cooperativamente, buscando soluções em conjunto, essa interação facilita a troca de ideias e o desenvolvimento do pensamento lógico.

A estratégia de ensino – **Problemas Gradativos, apresentando** problemas de dificuldade crescente que será fundamental para respeitar o nível de aprendizagem da turma. Conforme Allevato e Onuchic (2011), o conteúdo deve ser introduzido por meio de um problema gerador que desperte o interesse dos alunos e à medida que os alunos assimilam os cálculos e procedimentos, novos elementos e problemas mais desafiadores são introduzidos gradativamente.

A **Discussão e Plenária,** incentivando aos alunos a exporem suas resoluções na lousa e discutirem em plenária é uma estratégia que promove a participação ativa e efetiva de todos. Onuchic (2014) destaca que compreender deve ser o principal objetivo do ensino, e a discussão em grupo é um momento rico para a aprendizagem.

Após a resolução dos problemas utilizar a **Formalização do conteúdo**, a fim de organizar e padronizar os conceitos e procedimentos na lousa, pois segundo Allevato e Onuchic (2011), a formalização do conteúdo envolve a apresentação estruturada em linguagem matemática, destacando as diferentes técnicas operatórias e demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto.

E por fim a **Avaliação Formativa**, acompanhando o progresso dos alunos durante as atividades. Vianna (2002) sugere que a avaliação leve em conta fatores como a capacidade de formular perguntas, fazer conjecturas, usar diferentes estratégias, interpretar resultados e fazer generalizações. A observação direta, registros individuais e socialização em grupo são instrumentos eficazes para essa avaliação.

Recursos Educacionais

A fim de aplicar as metodologias de ensino é importante o a utilização de recursos educacionais que incrementarão o desenvolvimento da aula. Dentre os recursos educacionais possíveis utilizar:

- **Material Impresso,** são folhas digitadas com problemas e tabelas para preenchimento são recursos essenciais para a realização das atividades em que os alunos realizarão os registros das suas resoluções e análises individuais.
- **O Quadro Branco e Pincel,** recurso que facilita a visualização das resoluções e a discussão em grupo é fundamental para a formalização do conteúdo e a plenária.

- Outro recurso **- Instrumentos de Medida -** Régua, fita métrica e compasso são instrumentos importantes para atividades práticas que envolvem medidas e proporções, esses recursos ajudam os alunos a relacionar conceitos matemáticos com situações reais.
- Os **Materiais de Desenho:** Esses recursos são úteis para atividades que envolvem construção de gráficos e tabelas: Lápis, borracha, papel quadriculado e milimetrado são materiais que auxiliam na representação gráfica dos problemas.
- A **tecnologia** por meio da utilização do aparelho celular pode ser interessante para atividades que envolvem proporção em fotos. . Esse recurso permite que os alunos relacionem medidas reais com medidas em imagens, facilitando a compreensão dos conceitos de razão e proporção.

Exemplos práticos como alimentos, plantas e construções são recursos que contextualizam os problemas e tornam o aprendizado mais significativo, são os **Objetos do Cotidiano** que ajudam os alunos a perceber a aplicabilidade dos conceitos matemáticos em situações do dia a dia.

Essas estratégias e recursos são projetados para tornar o aprendizado de razão e proporção mais significativo e conectado ao cotidiano dos alunos.

Descrição da Sequência de Atividades

1ª etapa – Introdução à Proporcionalidade Direta

Objetivo: Compreender o conceito de proporção e proporcionalidade direta, por meio de exemplos do cotidiano e desenvolver habilidades de observação e aplicação matemática.

Atividade: Explorando a Proporcionalidade Direta no Cotidiano, exibir exemplos do cotidiano onde a proporcionalidade direta é evidente (por exemplo, receita de bolo: se dobramos a quantidade de ingredientes, dobramos a quantidade de bolo.

Duração: 1 aula (50 minutos)
Materiais Necessários: quadro branco e marcadores, papel e caneta ou lápis para os alunos, exemplos de receitas (impressos ou em formato digital), materiais para uma experiência simples (opcional, como recipientes medidores, água, etc.)

Estrutura da Atividade:
1. Introdução (10 minutos)

Inicie a aula explicando o conceito de proporcionalidade direta. Defina que, em uma relação de proporcionalidade direta, quando uma variável aumenta, a outra também aumenta na mesma proporção. Apresente exemplos do cotidiano, como: Receitas de culinária (dobrando a quantidade de ingredientes). Preços de produtos (se o preço unitário é constante, dobrando a quantidade de produtos, dobra-se o preço total). Distância e tempo

(viajando a uma velocidade constante, ao dobrar a distância, dobra-se o tempo de viagem).

2. **Atividade em Grupo** (20 minutos)

Divida a turma em grupos de 4 a 5 alunos.

Cada grupo deve escolher um exemplo do cotidiano onde a proporcionalidade direta é evidente. Algumas sugestões: Receitas de diferentes pratos (bolo, pizza, sucos), consumo de combustível e distância (carro que percorre 10 km com 1 litro de gasolina), compras em supermercado (preços de frutas ou legumes por quilo), trabalho e salário (se trabalhar mais horas, ganha-se mais dinheiro).

Os grupos devem: Descrever o exemplo escolhido, criar uma tabela que mostre a relação entre as variáveis (por exemplo, quantidade de ingredientes e porções de bolo), apresentar uma situação prática que envolva a proporcionalidade direta (por exemplo, se utilizarmos 2 xícaras de açúcar, quantas porções de bolo conseguimos fazer?).

Apresentação (15 minutos)
Cada grupo terá 3 minutos para apresentar seu exemplo e a tabela criada.

Incentive os outros alunos a fazerem perguntas e a discutirem as relações apresentadas.

3. Conclusão (5 minutos)

Reúna a turma para discutir o que aprenderam sobre proporcionalidade direta e como isso está presente em diversas situações do dia a dia. Encoraje os alunos a observar mais exemplos de proporcionalidade direta fora da sala de aula.

Avaliação:
A avaliação pode ser feita com base na participação dos alunos nas discussões e na clareza das apresentações dos grupos. Um pequeno questionário ou reflexão escrita sobre o que aprenderam também pode ser aplicado no final da aula.

Extensão:
Para alunos que desejam se aprofundar mais, pode-se sugerir que eles criem suas próprias receitas em casa, experimentando diferentes proporções e documentando os resultados.Realizar uma discussão em grupo, onde os alunos identificam situações do dia a dia que envolvem proporcionalidade direta. Nesta etapa, os alunos devem entender que quando uma variável aumenta, a outra também aumenta na mesma proporção. A discussão em grupo facilita a identificação de contextos práticos, tornando o conceito mais tangível.

Avaliação
Ao final da sequência, os alunos podem ser avaliados com uma atividade escrita que inclua problemas variados envolvendo a regra de três direta. Além disso, a participação nas atividades em grupo e nas discussões pode ser considerada na avaliação.

Essa sequência didática proporciona uma compreensão completa da regra de três direta, permitindo que os alunos desenvolvam habilidades práticas e teóricas de forma integrada.

2ª etapa- Introdução à Regra de Três Direta

Objetivo: Aprender a usar a regra de três direta para resolver problemas simples.

Atividade:
Explicar a definição da regra de três direta e seus passos (identificação das grandezas, montagem da proporção, resolução) seguindo a sequência abaixo:

Passo a Passo para a Explicação da Regra de Três Direta

1. Introdução ao Conceito

Comece a aula perguntando aos alunos se eles já ouviram falar sobre proporções e relações entre grandezas. Explique que a regra de três direta é uma ferramenta matemática que nos ajuda a resolver problemas que envolvem essas relações.

Definição: Diga que a regra de três direta é usada quando duas grandezas aumentam ou diminuem juntas (ou seja, são diretamente proporcionais), mostrando por meio da fórmula básica: $\left[\frac{a}{b} = \frac{c}{d}\right]$ onde a e b são valores conhecidos, e c é o valor a ser encontrado quando d é dado.

Exemplo Prático no Quadro
Escolha um Exemplo Simples:

Exemplo: "Se 2 kg de maçãs custam R$ 8,00, quanto custarão 5 kg?"

Escreva o Problema no Quadro:

$$\mathbf{2Kg} \longrightarrow \boldsymbol{R\$8,00}$$

$$\mathbf{5Kg} \longrightarrow \boldsymbol{R\$\,x}$$

Organização dos Dados
Defina as Grandezas:

Explique que temos duas colunas: uma para a quantidade de maçãs (kg) e outra para o preço (R$).

Desenhe a Tabela:

Figura 01 Tabela das grandezas

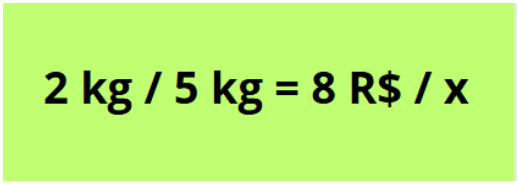
Fonte: autor

Montagem da Proporção
Explicar a Montagem:

Diga que, como estamos lidando com uma regra de três direta, podemos montar a proporção assim:

Cálculo da Proporção

Figura 02 Estrutura da Regra de três



Fonte: autor

Multiplicação Cruzada:

Explique que, para encontrar o valor de x, usamos a multiplicação cruzada:

2 kg . x = 5 kg . 8 R$

Escreva a Equação no Quadro:

2x = 40

Resolver a Equação:

Diga que agora precisamos isolar o x:

x = 40 / 2

x = 20

Conclusão do Exemplo

Resultados:

Explique que, portanto, 5 kg de maçãs custam R$ 20,00.

Reflexão: Pergunte aos alunos se eles entendem por que a regra de três direta foi usada nesta situação e como a relação de aumento entre as quantidades funcionou.

Prática com outros Exemplos

Apresente Mais Exemplos:

Escolha mais um ou dois exemplos para resolver com a turma, garantindo que os alunos participem e façam perguntas.

Exemplo 1: "Se um carro percorre 150 km com 10 litros de gasolina, quantos litros serão

necessários para percorrer 300 km?"

Exemplo 2: "Se 4 alunos podem completar um projeto em 5 dias, quantos dias levariam 10 alunos para concluir o mesmo projeto?"

Encerramento

Revisão Rápida: Revise os passos da regra de três direta e lembre os alunos de que ela pode ser aplicada em diversas situações do cotidiano.

Perguntas: Abra para perguntas e esclarecimentos.

Dicas Adicionais:
Use Recursos Visuais: Se possível, utilize cores diferentes para as grandezas e resultados, ajudando a visualização.

Interatividade: Pergunte aos alunos se eles conseguem encontrar mais exemplos do dia a dia onde podem aplicar a regra de três direta, promovendo um ambiente participativo.

Após a explicação, proponha exercícios para que os alunos pratiquem sozinhos ou em grupos, reforçando o que aprenderam.

Exercícios de Fixação

1. Um carro percorre 150 km com 10 litros de gasolina. Quantos litros de gasolina serão necessários para percorrer 300 km?

Se 10 litros servem para 150 km, para 300 km, precisamos de:

Se 10 litros ⟶ 150 km Então, ***l*** litros ⟶ 300 km

$$\frac{10}{150} = \frac{l}{300}$$

$$10 \times 300 = 150 \times l$$

$3000 = 150\ l$

$l = 20$ litros

Cálculo quantidade de gasolina.

Resposta: 20 litros de gasolina.

2. Se 5 trabalhadores conseguem realizar um serviço em 12 dias, quantos dias levariam 8 trabalhadores para realizar o mesmo serviço?

Se 5 trabalhadores ⟶ 12 dias

Então 8 trabalhadores ⟶ y dias

$$\frac{8}{5} = \frac{y}{12}$$

$$5 \cdot 12 = 8 \cdot y$$

$$60 = 8y$$

$$y = 7{,}5 \text{ dias}$$

Cálculo trabalhadores/dias

Resposta: 7,5 dias.

3. Uma receita de bolo utiliza 300 g de açúcar para 6 porções. Quantos gramas de açúcar são necessários para fazer 10 porções?

Se 300 g de açúcar servem para 6 porções, então:

Se 300g ⟶ 6 porções

Então yg ⟶ 10 porçoes

$$\frac{300}{6} = \frac{y}{10}$$

$$3000 = 6\,y$$

$$y = 500\text{g}$$

Cálculo quantidade de açúcar

Resposta: 500 g de açúcar.

Os alunos devem aprender a montar a proporção e resolvê-la. Outras situações numéricas similares podem ser dadas para prática em duplas ou grupos pequenos, incentivando a colaboração e discussão.

3ª etapa- Discussão e Prática de Problemas Práticos

Objetivo:

Aplicar a regra de três direta em problemas mais complexos.

Atividade:
Questão 1:

Um automóvel gasta com seu consumo 20 litros de combustível para percorrer 200 km. A pergunta é: quantos litros de combustível serão necessários para percorrer 400km?

Passo a passo:

Detalhar os passos para resolver problemas de regra de três direta incluindo a identificação das grandezas proporcionais, a montagem da proporção, a multiplicação dos termos em forma de **"L"**, sendo que esses números em a letra "L" passam em cima, ficarão na parte dos numeradores dessa fração e os números em que da letra **"L"** não passam por cima, ficarão na parte do denominador, conforme o exemplo abaixo:

Litros	**Dist./Km**
20	200
X	400

Regra de três/grandezas

Neste processo de resolução e interpretação utilizando o "**L**", vamos colocar – sempre – como forma de organização, o **item a ser achado na primeira coluna**. Exemplo, quantos litros de combustível serão necessários para percorrer a distância de 400Km?

Em seguida estabelecer uma comparação entre os tópicos perguntando aos alunos:

- Se aumentar a quantidade de litros eu percorro mais ou menos quilômetros?

- Se diminuir essa quantidade de combustível?

- Associar a interpretação ao problema apresentado, não colocando setas para cima ou para baixo, mas apenas sinais de **mais** (+) ou **menos (-)** a fim de determinar se a questão é **diretamente proporcional** (+) (+), (-) (-) ou **inversamente proporcional (+) (-), (-) (+)**:

-

Litros	**Dist./Km**
20	200
X	400
|+	+|
|–	– |

Diretamente/inversamente proporcional

Passo seguinte: marcar o "**L**".

Marcando o L

Determinado o “L”, os números contemplados por ele, deverão ficar na parte superior (numerador) da fração da resolução do problema e serão multiplicas entre si, sem a necessidade de colocar as setas como na forma tradicional, e o (s) número (s) que não são contemplados pelo “L”, ficarão como denominador (es) e multiplicados entre si

Exemplo 1:

$$X = \frac{20 \,.\, 400}{200} = \frac{8000}{200} = \mathbf{40\ Litros}$$

Proporção de litros

Resposta: Serão necessários para percorrem 400 km, um total de 40 Litros de combustível.

A resolução junto com os alunos, passo a passo na lousa, incide favoravelmente para a compreensão.

A utilização deste sistema não diferencia regra de três simples ou composta, independe da quantidade de termos, a forma de interpretação é mesma, veja na resolução da questão dois.

Questão 2:
(Enem 2015 – segunda aplicação) uma confecção possuía 36 funcionários, alcançando uma produtividade de 5400 camisetas por dia, com uma jornada de trabalho diária dos funcionários de 6 horas. Entretanto, com o lançamento da nova coleção e de uma nova campanha de marketing, o número de encomendas cresceu de forma acentuada, aumentando a demanda diária para 21600 camisetas. Buscando atender essa nova demanda, a empresa aumentou o quadro de funcionários para 96. Ainda assim, a carga horária de trabalho necessita ser ajustada.

Qual deve ser a nova jornada de trabalho diária dos funcionários para que a empresa consiga atender a demanda?

Resolução
As grandezas são: jornada de trabalho diária, quantidade de funcionários e número de camisetas. A incógnita está na grandeza horas por dia, então vamos analisar a proporção dela com as demais grandezas: Comparando a jornada de trabalho com o

número de funcionários, é feita a seguinte pergunta: se eu aumento a quantidade da jornada de trabalho mas eu preciso de mais funcionários para produção ou não necessito aumentar os funcionários? Quanto mais horas trabalhada então, menos trabalhadores. Assim, **funcionários** e o **tempo de trabalho**, um aumenta o outro diminui, logo, horas

trabalhadas e funcionários é **inversamente proporcional**.

Figura 03: Estrutura da Regra de três. Comparando as grandezas

Jor. Trab.	Qt. Funcionários	Camisetas
6h	36	5400
X	96	21600
+	−	

Fonte: autor

Comparando a jornada de trabalho com a quantidades produzidas. Perguntaremos se eu aumentar as **horas trabalhadas** por dia, eu produzirei mais **camisetas** ou menos camisetas? Produzirá mais camisetas, logo, essas grandezas são **diretamente proporcionais.**

Figura 04: Estrutura da Regra de três. Comparando as grandezas

Jor. Tab.	Qt. Func.	Camisetas
6h	36	5400
X	96	21600
+	−	
+		+

Fonte: autor

Montando as razões e **invertendo** a razão dos funcionários, temos que:

Figura 05: Estrutura da Regra de três. Invertendo as proporções inversamente proporcionais

Jor. Tab.	Qt. Func.	Camisetas
6h	36	5400
X	96	21600
+	−	
+		+

Jor. Tab.	Qt. Func.	Camisetas
6h	96	5400
X	36	21600
+	−	
+		+

Fonte: autor

Fazendo o "L" como numerador, temos:

$$X = \frac{6 \,.\, 36 \,.\, 21600}{96 \,.\, 5400} = \frac{4665600}{518400} = 9$$

Cálculo

Portanto para essa demanda de camisetas, será necessária uma jornada de 9 horas de trabalho por dia.

A. 1 hora e 30 minutos.

B. 2 horas e 15 minutos.

C. **9 horas.**

D. 16 horas.

E. 24 horas

Esse exercício deve ser realizado de forma independente, com a garantia de que haverá um professor capacitado disponível para orientá-los e sanar eventuais dúvidas que surgirem.

Atividade Adicional:
Os alunos podem ser incentivados a criar seus próprios problemas de regra de três direta, baseados em suas experiências ou interesses, para compartilhar com a turma. Isso pode ajudar a solidificar o entendimento e a aplicabilidade do conceito

Pedir que os alunos resolvam os problemas individualmente ou em grupos, apresentando suas soluções e justificativas, essa etapa permite que os alunos se familiarizem com a aplicação da regra de três em diferentes contextos. A variedade de problemas ajuda a desenvolver o raciocínio lógico e a habilidade de trabalhar com grandezas diretamente proporcionais.

1. (Enem 2013) Uma indústria tem um reservatório de água com capacidade para 900 m³. Quando há necessidade de limpeza do reservatório, toda a água precisa ser escoada. O escoamento da água é feito por seis ralos, e dura 6 horas quando o reservatório está cheio. Esta indústria construirá um novo reservatório, com capacidade de 500 m³, cujo escoamento da água deverá ser realizado em 4 horas, quando o reservatório estiver cheio. Os ralos utilizados no novo reservatório deverão ser idênticos aos do já existente.

Passo 1: Retomar ã definição de grandeza que são: **capacidade, quantidade de ralos e tempo em horas**. A grandeza que contém **o valor desconhecido é a quantidade de ralos**, logo vamos compará-la com a capacidade e com o tempo.
Fixando o tempo, se eu aumento **a quantidade de ralos**, a capacidade de escoar água também vai aumentar, logo essas grandezas **são diretamente proporcionais**.

Se eu **aumento a quantidade de ralos**, fixando o volume, o tempo que gastamos para escoar toda a água **vai diminuir**, logo **ralos e tempo são inversamente proporcionais**.

Passo 2 - Resolução pelo método tradicional

Montando a tabela, temos que:

Qtde. Ralos	Cap. Resery.(m. cúbicos)	T. Escoamento
6 ↓	900 ↓	6h ↑
X	500	4h

Invertendo a fração e a razão das horas, temos que:

$$\frac{6}{x} = \frac{900}{500}\ \frac{4}{6}$$

$$\frac{6}{x} = \frac{9}{5}\ \frac{4}{6}$$

$$\frac{6}{x} = \frac{36}{30}$$

Cálculo

Multiplica em X, ficando da seguinte forma:

$$36X = 6(30)$$

$$X = \frac{180}{36} \rightarrow \boldsymbol{X = 5\ ralos}$$

Resultado final

Discussão em Sala de Aula:

Após a resolução, o professor pode promover uma discussão em grupo, perguntando:

- Como cada um chegou à solução?

- Que passos foram mais desafiadores?

- Como a regra de três direta pode ser aplicada em outras situações do dia a dia?

4ª etapa- Etapa 4: Consolidação do Aprendizado

Objetivo: Revisar e explorar a regra de três direta na resolução de problemas contextualizados.

Atividade:

I. Realizar um jogo de perguntas e respostas utilizando problemas práticos relacionados ao tema (quiz), onde cada resposta correta soma pontos para a equipe, os alunos deverão responder à questão na lousa.

Aqui está um jogo de perguntas e respostas (quiz) sobre razão, proporção e regra de direta

três, adequado para alunos do 8º ano. Você pode usar essas perguntas na sala de aula para estimular a participação dos alunos e promover o aprendizado de forma divertida.

Quiz: Razão, Proporção e Regra de Três Direta

Instruções: Responda às perguntas a seguir. Cada pergunta tem quatro alternativas. Apenas uma delas está correta. Após cada pergunta, você pode discutir a resposta correta e o raciocínio por trás dela conforme Apêndice A.

Avaliação

A prática da avaliação da aprendizagem deve ter como interesse maior a verificação da aprendizagem da turma. Ter aprendido, ou não, um determinado conteúdo é o que deve nortear o trabalho avaliativo, corrobora Luckesi sobre o ato de avaliar:

> O ato de avaliar implica coleta, análise e síntese dos dados que configuram o objeto da avaliação, acrescido de uma atribuição de valor ou qualidade, que se processa a partir de comparação da configuração do objeto avaliado com um determinado padrão de qualidade previamente estabelecido para aquele tipo de objeto. O valor ou qualidade atribuídos ao objeto conduzem a uma tomada de posição a eu favor ou contra ele. (Luckesi, 2010, Pág., 93).

Apontando algumas definições de avaliação pode-se citar o que os conceitos expostos pelo estudioso Aurélio Buarque de Holanda Ferreira (1996), são os seguintes os conceitos de avaliar e de avaliação: (a) avaliar é: "v.t.d.1. Determinar a valia ou o valor de. 2. Apreciar ou estimar o merecimento de. 3. Calcular, estimar, computar. 4. Fazer ideia de; apreciar, estimar. 5. reconhecer a grandeza, a intensidade, a força de; (b) Avaliação é "s.f.

Ato ou efeito de avaliar (-se) 2. Apreciação, análise. 3. Valor determinado pelos avaliadores. A partir desses pressupostos avaliação a ser aplicada após esta sequência didática sobre razão e proporção é de extrema relevância a fim de que seja verificado se os objetivos de ensino foram alcançados identificando possíveis lacunas no processo de aprendizagem dos alunos, assim é importante considerar uma variedade de indicadores que abordem diferentes aspectos do desenvolvimento e compreensão dos estudantes em relação ao tema.

Sendo assim alguns indicadores que poderiam ser utilizados para avaliá-los incluem: resolução de problemas envolvendo razão e proporção, neste sentido os alunos podem ser avaliados pela sua capacidade de aplicar os conceitos aprendidos para resolver problemas práticos envolvendo situações de proporção, pois segundo Santos *et al* (2018) afirmam, a resolução de problemas é uma estratégia eficaz para avaliar o entendimento dos alunos em matemática.

Outro indicador seria a compreensão dos conceitos, aqui os alunos podem ser avaliados pela sua capacidade de explicar e demonstrar entendimento dos conceitos de razão e proporção, por meio da resolução de atividades através da oralidade e da escrita. Segundo Nóvoa (2001), a avaliação por competências é essencial para verificar se os alunos estão adquirindo as habilidades necessárias para o seu desenvolvimento acadêmico e pessoal.

Outro indicador seria a aplicação em diferentes contextos: os alunos podem ser avaliados

pela sua capacidade de transferir os conceitos aprendidos sobre razão e proporção para diferentes contextos, mostrando assim a sua compreensão e habilidade de comunicação: os alunos podem ser avaliados pela forma como são capazes de comunicar suas respostas, explicações e raciocínios de forma clara e coerente. Nesse sentido, Luckesi (1995), ressalta sobre a importância de considerar o desenvolvimento de habilidades sociais e emocionais na avaliação educacional.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Novo Aurélio século XXI: dicionário da língua portuguesa.** Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1999.

FREIRE, Paulo. **Conscientização: teoria e prática da libertação – uma introdução ao pensamento de Paulo Freire.** 3. ed. São Paulo: Cortez & Moraes, 1980.

GIL, K. H. FELICETTI, V, L. **Reflexões sobre as dificuldades apresentadas na aprendizagem da álgebra por estudantes da 7ª série**. Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática – Revisem. Sergipe, v, 1, n. 1, p. 19 – 35, 2016.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e proposições.** São Paulo: Cortez, 1995.

NÓVOA, António. **Professor se forma na escola**. Nova Escola, São Paulo, n. 142, p. 13-15, maio 2001.

ONUCHIC, L. R. **Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas.** In: BICUDO, M. A. V. (Org.). Pesquisa em Educação Matemática. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p.199-220.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas**. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.) Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p. 212- 231.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (Orgs.). **Resolução de Problemas: Teoria e Prática.** Paco Editorial. Jundiaí. 2014.

SANTOS, N. M. S.; CONCEIÇÃO, E. B. O.; PAULA, J. de S. **Articulação entre geometria e álgebra com uso do algeplan: Um relato sobre aplicações de atividades do pibid-matemática/dma/ufs.** 11º Encontro Internacional de Formação de Professores. 12 Fórum

Permanente Internacional de Inovação Educacional. 4° Encontro Estadual da Associação Nacional pela Formação de Professores Seção Sergipe. 2018. Disponível em Acessado em 04/04/2025

TALL, D. O. **Cognitive Development in Advanced Mathematics Using Technology**. *Mathematics Education Research Journal*. 12 (3), 196–218, 2001.

VIANA, João José. **Administração de materiais: um enfoque prático**. São Paulo: Atlas, 2002.

Apêndice A- Atividade Complementar

Pergunta 1: Se 3 maçãs custam R$ 6,00, quanto custarão 5 maçãs?

A) R$ 8,00

B) R$ 10,00

C) R$ 9,00

D) R$ 12,00

Resposta: B) R$ 10,00

Explicação: 3 maçãs → R$ 6,00; 1 maçã → R$ 2,00; 5 maçãs → R$ 2,00 × 5 = R$ 10,00.

Pergunta 2: Um carro percorre 240 km com 20 litros de gasolina. Quantos litros serão necessários para percorrer 360 km?

A) 25 litros

B) 30 litros

C) 28 litros

D) 35 litros

Resposta: B) 30 litros

Explicação: 240 km → 20 litros; 360 km → x litros. Usando uma regra de três: (20 × 360) / 240 = 30 litros.
Pergunta 3: Se 4 operários constroem uma casa em 12 dias, quantos operários são necessários para construir a mesma casa em 8 dias?

A) 6 operários

B) 8 operários

C) 10 operários

D) 12 operários Resposta: B) 6 operários

Explicação: 4 operários → 12 dias; x operários → 8 dias. Usando uma regra de três: (4 × 12) / 8 = 6 operários.

Pergunta 4: Uma impressora imprime 300 páginas em 5 horas. Quantas páginas ela imprimirá em 8 horas?

A) 480 páginas

B) 500 páginas

C) 600 páginas

D) 720 páginas

Resposta: A) 480 páginas

Explicação: 300 páginas → 5 horas; x páginas → 8 horas. Usando uma regra de três: (300 × 8) / 5 = 480 páginas.
Pergunta 5: Um estudante leu 120 páginas de um livro em 4 dias. Se ele continuar lendo na mesma velocidade, quantas páginas ele conseguirá ler em 10 dias?

A) 300 páginas

B) 250 páginas

C) 200 páginas

D) 150 páginas

Resposta: A) 300 páginas

Explicação: 120 páginas → 4 dias; x páginas → 10 dias. Usando uma regra de três: (120 × 10) / 4 = 300 páginas.

Pergunta 6: Se 10 kg de arroz creme R$ 40,00, quanto custarão 15 kg?

A) R$ 50,00

B) R$ 60,00

C) R$ 70,00

D) R$ 80,00

Resposta: B) R$ 60,00

Explicação: 10 kg → R$ 40,00;

II - Propor um desafio final, como: "Se uma equipe de 5 pessoas precisa de 3 horas para pintar uma sala, quantas horas levarão 8 pessoas para pintar a mesma sala?"

O jogo reforça o aprendizado de maneira lúdica e interativa, tornando a revisão mais dinâmica. O desafio final incentiva os alunos a aplicar o conhecimento adquirido e consolidar a compreensão da regra de três em situações práticas e desafiadoras

Jogos Lógicos Computacionais e Raciocínio Dedutivo

Raquel Ferreira Oliveira
Orientador: Prof. Dr. Vaston Gonçalves da Costa

Introdução

No ensino fundamental II, os estudantes passam por uma fase crucial no desenvolvimento do pensamento abstrato, onde conceitos lógico-matemáticos começam a ganhar maior complexidade, é possível explorar com mais profundidade conceitos de lógica formal, como proposições, conectivos, tabelas verdade e noções básicas de dedução. Nesse cenário, a escola torna-se um espaço que promove experiências que estimulem o pensamento analítico e a capacidade cognitiva.

A proposta desta sequência didática consiste em explorar o uso de jogos lógicos computacionais como ferramenta de apoio ao desenvolvimento do raciocínio lógico formal, unindo tecnologia e aprendizagem ativa para tornar acessíveis noções que, muitas vezes, são vistas como distantes da realidade dos alunos. Nesse contexto, o uso de tais ferramentas promove aulas mais atrativas e envolventes, instigando um ambiente de aprendizagem que estimula a investigação e experimentação, no qual o erro faz parte do processo e o desafio desperta a busca por soluções. Desde que haja orientação adequada, os jogos digitais podem ser grandes aliados na construção do conhecimento de forma significativa em noções abstratas da lógica matemática, e ao mesmo tempo desenvolver autonomia intelectual.

As atividades foram planejadas com base em recursos digitais, como circuitos lógicos, geradores de tabelas verdade e plataformas de enigmas e desafios lógicos, buscando alinhar a linguagem dos estudantes para que usem a matemática escolar, da forma como ela é pensada no ambiente educacional. A motivação para essa proposta surge de uma dupla necessidade: primeiro, a de desenvolver sistematicamente competências cognitivas associadas ao raciocínio dedutivo, segundo a de responder os chamados teóricos, como Piaget (1976) e Papert (1980), que destacam a importância de ambientes interativos para o amadurecimento do pensamento formal.

Essas estratégias alinhadas às diretrizes da BNCC, introduz o raciocínio lógico como uma das competências centrais da educação matemática, esta sequência valoriza a investigação, a experimentação e a resolução colaborativa de problemas. Além do domínio dos conteúdos específicos, espera-se que os estudantes fortaleçam sua autonomia intelectual e sua capacidade de analisar situações com clareza.

Estrutura curricular

Etapa de ensino/Ano ou Série

Ensino Fundamental II / 9º ano

Área

Matemática

Unidade Temática (BNCC)

Álgebra e Tratamento da Informação
(Unidades complementares que se articulam com a lógica formal, especialmente no desenvolvimento do pensamento algébrico e argumentativo.

Objetos de Conhecimento (BNCC)

- Proposição, conectivos lógicos e operações com proposições.
- Introdução à lógica matemática: relações de implicação, equivalência e negação.
- Representação e análise de informações por meio de tabelas, esquemas e algoritmos simples.

Habilidades (BNCC)

- (EF09MA01) Resolver e elaborar problemas com números racionais em diferentes contextos, utilizando as operações fundamentais.
- (EF09MA10) Utilizar sequências, expressões algébricas e argumentação lógica na resolução de problemas.
- (EF09MA12) Utilizar ferramentas tecnológicas, incluindo linguagens formais e algoritmos simples, para investigar regularidades, simular situações e resolver problemas.
- (EF09MA13) Analisar e construir argumentos com base em dados, usando procedimentos lógicos coerentes com o contexto.

Objetivos/Expectativas de Aprendizagem

Esta sequência didática tem como objetivo principal promover o desenvolvimento do raciocínio lógico formal e da capacidade argumentativa de estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, por meio de atividades interativas baseadas em jogos computacionais e simulações lógicas. Parte-se do pressuposto de que a aprendizagem da lógica formal, ainda que de maneira introdutória, pode contribuir para a formação de sujeitos mais críticos, com maior habilidade para analisar, justificar e tomar decisões fundamentadas.

A lógica, muitas vezes vista como um área distante da realidade dos alunos, pode ganhar vida e sentido quando associada a atividades dinâmicas e contextualizadas. Por essa razão os jogos computacionais foram escolhidos como meio privilegiado de ensino,

desafiando os alunos a tomar decisões e realizar análises cuidadosas de regras e possibilidades, além de despertar o interesse e a curiosidade dos estudantes.

Como destacam Vygotsky (2001) e Papert (1980), a mediação por instrumentos simbólicos e tecnológicos é primordial para a construção do pensamento abstrato. Nesse sentido, os jogos lógicos digitais atuam como facilitadores, transformando conceitos formais em experiências tangíveis, onde regras, símbolos e estratégias de dedução são explorados de forma dinâmica e colaborativa.

Diante disso, entre as expectativas de ensino, destacam-se:

- Introduzir conceitos elementares da lógica matemática (tais como proposições, conectivos, tabelas verdade, implicação e tautologia) de forma lúdica e acessível;
- Estimular a formulação de argumentos coerentes, com base em premissas claramente estabelecidas;
- Desenvolver habilidades de análise, inferência e resolução de problemas por meio de desafios e jogos lógicos mediados por recursos computacionais;
- Incentivar o uso de ferramentas digitais para modelar situações e testar hipóteses, promovendo o pensamento científico e o protagonismo estudantil;
- Ampliar a compreensão da matemática como linguagem formal e ferramenta de expressão racional e crítica.

Ao final da sequência, espera-se que os alunos não apenas dominem os fundamentos da lógica, mas também percebam sua utilidade em contexto reais. O que formará estudantes mais questionadores, que enxerguem a lógica como uma ferramenta poderosa para navegar um um mundo repleto de informações e desafios complexos, reconhecendo a importância do raciocínio dedutivo na construção do conhecimento e na tomada de decisões conscientes.

Duração das atividades

A sequência didática está organizada para ser desenvolvida ao longo de 8 horas-aula, distribuídas em quatro encontros de aproximadamente 2 horas cada. Essa carga horária é uma sugestão e poderá ser ajustada de acordo com a realidade da turma, o calendário escolar e a disponibilidade dos recursos tecnológicos necessários.

As etapas da sequência foram pensadas para contemplar momentos de exposição teórica, exploração de jogos computacionais, resolução de problemas e discussão coletiva dos raciocínios envolvidos. Tal estrutura favorece a assimilação gradual dos conceitos de lógica formal e o desenvolvimento de habilidades cognitivas complexas, respeitando o ritmo de aprendizagem dos estudantes.

Conhecimentos prévios trabalhados pelo professor com aluno

Antes da aplicação da sequência didática, recomenda-se que os alunos tenham sido previamente familiarizados com conteúdos introdutórios de Álgebra e com situações problema que envolvam organização de informações, bem como situações -problema que envolvam a sistematização de informações por meio de tabelas, sequências e padrões

lógicos. Essa base será fundamental para que os estudantes consigam transitar com mais segurança entre o pensamento aritmético e as estruturas do raciocínio formal.

É desejável também que tenham tido contato com noções básicas de linguagem matemática, como o uso de símbolos, operadores e relações entre grandezas, de modo que sejam capazes de reconhecer estruturas lógicas em diferentes contextos. A familiaridade com a leitura e interpretação de enunciados, gráficos e esquemas também deve ser estimulada desde etapas anteriores, pois essas habilidades são essenciais para a compreensão das propostas nesta sequência.

Além disso, o professor poderá desenvolver uma breve introdução ao conceito de proposição matemática, com exemplos cotidianos que envolvam afirmações verdadeiras ou falsas, preparando o terreno para a formalização posterior. Essa abordagem contribui positivamente, aproximando os alunos da lógica formal de maneira concreta. Outro ponto relevante é destacar o trabalho com a argumentação matemática, uma vez que se espera que os alunos já estejam desenvolvendo a capacidade de argumentar matematicamente. Explorar essas justificativas oralmente com os alunos, incentivando que aprendam a defender suas ideias com clareza e coerência, isso ajuda a fortalecer a capacidade de construir argumentos, habilidade que será aprofundada nas atividades desta sequência.

Por fim, recomenda-se que o professor aplique uma atividade diagnóstica inicial, com desafios de lógica informal ou pequenas situações de escolha com justificativa, a fim de avaliar o nível de conhecimento dos alunos com o raciocínio lógico e ajustar o ponto de partida da sequência conforme as necessidades da turma. Esse diagnóstico também pode revelar aspectos da linguagem natural dos alunos que poderão ser utilizados como ponte para a formalização do pensamento lógico. O letramento digital básico, incluindo o contato com o uso de computadores e navegadores, também é um pré-requisito importante, considerando que a sequência prevê a utilização de ferramentas computacionais interativas.

Estratégias de ensino e recursos educacionais

A sequência didática será conduzida com base em uma abordagem investigativa e construtivista, pautada na resolução de problemas e na mediação dialógica entre professor e estudantes. A lógica formal será introduzida por meio de situações concretas, que conduzam os alunos à necessidade de organizar informações, identificar relações e construir argumentos consistentes, promovendo, assim, a aprendizagem significativa (AUSUBEL, 2003).

Entre as estratégias adotadas, destacam-se:

- Exploração coletiva de situações-problema que envolvam raciocínio lógico, com incentivo à formulação de hipóteses e justificativas;
- Uso de jogos lógicos computacionais como ferramenta de aprendizagem ativa, permitindo aos alunos manipular proposições e testar suas relações em tempo real;
- Debates e rodas de conversa para fomentar a argumentação e a construção de significados compartilhados;

- Exposição dialogada com apoio de exemplos visuais, quadros lógicos e fluxogramas, promovendo a transição do pensamento concreto para o abstrato.

Como recursos educacionais, serão utilizados:

- Computadores ou tablets com acesso à internet;
- Softwares e plataformas online de simulação lógica e construção de tabelas verdade (como Logicly, Truth Table Generator, BooleWeb, Tarski's World, entre outros);
- Materiais manipulativos simples (como cartas com proposições, fichas de conectivos, quadros magnéticos) para momentos sem mediação tecnológica;
- Projetor multimídia ou quadro digital interativo (caso disponível) para apresentação dos conceitos em tempo real.

Segundo Lévy (1999), o uso de tecnologias digitais na educação não deve restringir-se à substituição de materiais tradicionais, mas deve ampliar as possibilidades cognitivas e interativas dos aprendizes. Com base nessa concepção, esta proposta busca articular o ensino da lógica formal com práticas pedagógicas inovadoras, explorando ao máximo o potencial formativo dos recursos computacionais.

Descrição da Sequência de Atividades

1ª etapa – Introdução ao pensamento lógico e às proposições (Tempo estimado: 2 horas-aula)

Resumo

Nesta primeira etapa da sequência didática, focaremos em despertar nos alunos a consciência sobre como a matemática se manifesta em diferentes situações cotidianas. Será feito um levantamento dos conhecimentos prévios por meio de questões simples que envolvem afirmações verdadeiras ou falsas. Em seguida, será introduzido o conceito de proposição lógica, com exemplos formais e informais. Os alunos serão convidados a classificar sentenças como verdadeiras, falsas ou indefinidas, refletindo sobre o valor lógico de cada uma. Para reforçar os conceitos, será utilizado o recurso visual de quadros de dupla entrada (proposição × valor lógico) e iniciada a explicação dos conectivos lógicos: negação, conjunção, disjunção, condicional e bicondicional

Objetivos da etapa:

- Ativar conhecimentos prévios dos alunos sobre linguagem e verdade.
- Introduzir formalmente o conceito de proposição lógica.
- Diferenciar proposições simples e compostas.
- Apresentar os principais conectivos lógicos.
- Estimular a análise crítica de afirmações e o uso da lógica na argumentação.

Materiais necessários:

- Quadro ou projetor multimídia.
- Cartões ou slides com frases do cotidiano.

- Tabela de dupla entrada (impresso ou digital).
- Quadro com os cinco conectivos e seus símbolos.
- Caderno dos alunos ou fichas para anotações

Etapas da aula

1. Abertura e sensibilização (15 minutos)

Atividade sugerida: Pergunta provocadora

O professor inicia com a seguinte provocação escrita no quadro:

➔ “Esta frase é falsa”

Orienta-se que o professor questione os alunos:

➔ “Essa frase pode ser verdadeira?”
➔ “Pode ser falsa?”
➔ “Se for verdadeira, então ela é falsa… mas se for falsa, então é verdadeira?”

Após os questionamentos fazer uma breve discussão introduzindo um paradoxo lógico, sem ainda nomeá-lo, com o objetivo de despertar curiosidade e demonstrar que algumas frases desafiam nosso senso comum.

2. Levantamento dos conhecimentos prévios – Detalhamento da atividade “Julgamento de sentenças” (20 minutos)

Objetivo da atividade:

Despertar a percepção dos alunos quanto às diferenças entre frases que têm valor lógico e outras que não se prestam a esse tipo de análise, como ordens, perguntas e juízos subjetivos. O foco é levá-los à construção intuitiva da noção de proposição lógica, partindo de exemplos cotidianos.

Passo 1: Análise coletiva.

Projete, leia ou distribua cartões com as seguintes frases indicadas na tabela 1. Peça aos alunos que digam, para cada uma, se é uma proposição verdadeira ou falsa. Depois de cada resposta, faça explicações de acordo com as respostas dadas.

TABELA 1. Análise lógica de frases

Frase	Classificação	Explicação
“2 + 2 = 4”	V	Afirmação matemática verdadeira.
“Hoje está chovendo”	V ou F	Depende da realidade, mas é verificável.
“A lua é feita de queijo”	F	Afirmação falsa, mas é uma proposição.
“Feche a porta, por favor”	-	Não é uma proposição, é uma ordem.
“x + 2 = 7”	-	Sentença aberta (depende do valor de x)
“Todo número primo é ímpar”	F	Contra exemplo: o número 2 é par e é um número primo.
“Amo estudar matemática”	-	Opinião subjetiva.
“Existe vida fora da terra”	V ou F	Proposição empírica (ainda não verificada)

Fonte: Elaborada pelo autor (2025).

Passo 2: Registro e categorização

Distribua uma ficha simples com a tabela acima somente com a coluna frase preenchida e peça para os alunos responderem com a devida classificação, justificando suas respostas.

Passo 3: Discussão e formalização

Depois da análise e classificação, faça uma pergunta provocadora à turma de forma que os faça refletir sobre o tema, sem que o professor necessariamente diga a resposta.

- ➔ O que essas frases que são proposições têm em comum?
- ➔ Por que algumas frases não conseguimos dizer se são verdadeiras ou falsas?

A partir das respostas, conduzir a discussão para explicar a definição formal de **proposição lógica**: é toda sentença declarativa que pode ser classificada sem ambiguidade, como verdadeira (V) ou falsa (F).

3. Conceituação e formalização (20 minutos)

Utilize uma exposição dialogada para apresentar o conceito formal de proposição.

- “Uma proposição é uma sentença declarativa que pode ser classificada como verdadeira ou falsa, mas não ambas ao mesmo tempo.”

Dê exemplos formais e informais:

Proposições:

- “5 é um número ímpar” (V)
- “O Brasil é um país da Ásia” (F)

Não proposições:

- “Abra a janela!” (Exclamação)
- “Que horas são?” (Pergunta)

Incentive os alunos a criarem suas próprias proposições com base em observações do cotidiano ou temas escolares. Corrija e valide coletivamente.

4. Atividade com tabela de dupla entrada (25 minutos)

Distribua ou projete uma tabela com duas colunas:

TABELA 2. Atividade: Quadro Proposição × Valor lógico

Proposição	Valor lógico (V/F/não se aplica)
O céu é azul.	
2 + 2 = 5	
Você gosta de matemática?	
A Terra gira em torno do Sol.	
Estude!	

Fonte: Elaborada pelo autor (2025).

Peça aos alunos que preencham individualmente ou em duplas. Em seguida corrija coletivamente, pedindo que justifiquem suas classificações. Use este momento para reforçar que ordens, perguntas e exclamativas não são proposições.

Dica: Use cores ou ícones para destacar as proposições das não proposições, isso facilitará a compreensão e memorização.

5. Introdução aos conectivos lógicos (30 minutos)

Apresente os cinco conectivos mais comuns da lógica proposicional:

¬ Negação

Inverte o valor lógico de uma proposição. Se a proposição é verdadeira, sua negação é falsa, e vice-versa.

Exemplo: *Se P = "Está chovendo", então ¬ P = "Não está chovendo".*

∧ Conjunção

Representa o operador "E". A conjunção é verdadeira apenas quando ambas as proposições são verdadeiras.

Exemplo*: "Está frio* ***e*** *ventando" só é verdadeiro se ambas as partes forem verdadeiras.*

∨ Disjunção

Representa o operador "OU". A disjunção é falsa apenas quando ambas as proposições são falsas.

Exemplo*: Está frio* ***ou*** *está calor. É verdadeiro se pelo menos uma das opções for verdadeira.*

→ Condicional

Representa o operador "SE...ENTÃO". Só é falso quando a primeira proposição é verdadeira e a segunda é falsa.

Exemplo: "Se chover, ***então*** *levarei guarda-chuva" só é falso se chover e eu não levar guarda-chuva.*

↔ Bicondicional

Representa o operador "SE E SOMENTE SE". É verdadeiro quando ambas as proposições têm o mesmo valor lógico.

Exemplo*: "Estudo* ***se e somente se*** *tenho prova" é verdadeiro quando estudo e tenho prova, ou quando não estudo e não tenho prova.*

Atividade rápida:

Apresente frases compostas e peça aos alunos que identifiquem o conectivo predominante.

Exemplos:

- ➔ "Se hoje for segunda-feira, então temos aula." Conectivo: condicional (→)
- ➔ "É feriado e não há aula." Conectivo: conjunção (∧)

6. Encerramento e sistematização (10 minutos)

Síntese da aula:

Retome os principais conceitos vistos: proposição, valor lógico, tipos de sentença, conectivos.

Atividade final (opcional):

- Proponha um desafio relâmpago, cada aluno deve escrever:
  - Duas proposições verdadeiras;
  - Uma falsa;

- E uma que não seja proposição.

Depois trocar com um colega e verificar.

Observações ao professor:

- Mantenha o ambiente aberto ao diálogo e à investigação.
- Valide as contribuições dos alunos mesmo quando imprecisas, incentivando reformulações.
- Utilize uma linguagem acessível, conectando sempre com situações reais.
- Se possível, utilize recursos digitais (Slides ou quadros interativos) para tornar a aula mais visual e dinâmica.

2ª etapa - Tabelas verdade e construção de argumentos simples (Tempo estimado: 2 horas-aula)

Resumo:
Nesta segunda etapa, os alunos irão aprender tabelas-verdade como ferramentas fundamentais para analisar proposições compostas e avaliar a validade de argumentos dedutivos simples. Utilizando exemplos definidos, unidos a tecnologia digital, construirão gradualmente a compreensão de como as combinações de valores lógicos determinam o resultado final de expressões complexas.

Essa etapa está organizada em momentos de exposição dialogada, atividades práticas com simuladores online e também discussões coletivas que contribuem para a internalização dos conceitos de **tautologia**, **contradição** e **contingência**. Ao final, espera-se que os alunos sejam capazes de não apenas construir tabelas-verdade, mas também de aplicá-las na análise crítica de argumentos do cotidiano.

Objetivos da etapa:

- Ensinar os alunos a construir tabelas verdade de proposições simples e compostas;
- Explorar comportamentos dos conectivos lógicos em diferentes combinações;
- Apresentar os conceitos de **tautologia**, **contradição** e **contingência;**
- Introduzir a estrutura de um argumento dedutivo simples e como avaliar sua validade;
- Desenvolver o hábito de justificação lógica por meio de regras formais.
- Relacionar validade lógica com a forma do raciocínio, independentemente da veracidade das premissas.
- Desenvolver a habilidade de justificar conclusões com base em premissas explicitadas.

Materiais necessários:

- Quadro branco e pincéis coloridos ou projetor multimídia.
- Planilhas impressas ou modelos de tabelas para preenchimento.
- Computadores com acesso a ferramentas como *Truth Table Generator* ou *Logicly*.
- Cartões com proposições compostas para análise.
- Cartões com estruturas de argumentos.

- Marcadores ou canetas para destaque**.**

Etapas da aula

1. Retomada e transição (10 minutos)

Retome brevemente o conteúdo da aula anterior com perguntas como:

➔ “Quem lembra o que é uma proposição?”
➔ “Quais são os conectivos que vimos? Como cada um funciona?”
➔ “Vocês conseguem dar um exemplo de proposição composta usando ‘e’, ‘ou’ ou ‘se...então’?”

Em seguida, crie coletivamente uma proposição composta (ex.: “Se faz calor e está ensolarado, então vou à praia” identificando seus conectivos.

2. Introdução à tabela verdade (25 minutos)

Passo a passo no quadro com a participação dos alunos. Iniciar com uma proposição simples:

➔ **p**: “A terra é redonda”
Valor lógico: V

Agora, introduza uma negação:

➔ ¬ **p**: “A terra não é redonda”

Tabela 3: Exemplode tabela verdade

p	¬ p
V	F
F	V

Prossiga com proposições compostas, construindo tabelas com os conectivos principais.

- **Conjunção (p ∧ q):** V apenas se ambas forem V.

  Imagine que, você só pode assistir a um filme se:

  ➔ **p**: “Terminar a lição de casa.”
  ➔ **q**: “Lavar a louça.”

  Observe que na conjunção, para que que se tenha verdadeiro, as duas proposições precisam ser verdadeiras, então quais serão as possibilidades?

  1. Se terminei a lição e lavei a louça, verei um filme?
  2. Se terminei a lição e não lavei a louça, verei um filme?
  3. Se não terminei a lição e lavei a louça, verei um filme?
  4. Se não terminei a lição e não lavei a louça, verei um filme?

p	q	(p ∧ q)
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

- **Disjunção (p ∨ q):** V se pelo menos um for V.

  Suponhamos que seja um sábado à noite. Você quer comer pizza mas, só vai poder escolher a pizza se:

  ➔ **p**: "Ajudar a pôr a mesa." OU
  ➔ **q**: "Guardar os brinquedos."

  Observe que, temos duas possibilidades que podem ser representadas com um "OU", então se alguma delas for escolhida, teremos como resultado verdadeiro.

  1. Se ajudar a pôr a mesa e guardar os brinquedos?
  2. Se ajudar a pôr a mesa e não guardar os brinquedos?
  3. Se não ajudar a pôr a mesa e guardar os brinquedos?
  4. Se não ajudar a pôr a mesa e não guardar os brinquedos?

p	q	(p ∨ q)
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

- **Condicional (p → q):** F somente se **p** for V e **q** for F.

  Se choveu hoje, então vou levar guarda-chuva.

  ➔ **p**: "Choveu hoje."
  ➔ **q**: "Vou levar guarda-chuva."

p	q	(p → q)
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

- **Bicondicional (p ↔ q):** V se ambas forem iguais.

  Você pode brincar no videogame se, e somente se, terminar a lição de casa.

  ➔ **p**: "Você terminou a lição de casa."
  ➔ **q**: "Você pode brincar no videogame."

Isso significa:

- Se terminou a lição, então pode brincar.
- Se está brincando, é porque terminou a lição.

p	q	(p ↔q)
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Sugestão: Utilize cores diferentes para destacar quando o resultado muda, ajudando os alunos a perceberem os padrões.

3. Atividade prático com tabela verdade (40 minutos)

Retome com os estudantes as simbologias para os conectivos, E (∧) , OU (∨), NÃO (¬), SE..ENTÃO (→), SE, E SOMENTE SE (↔).

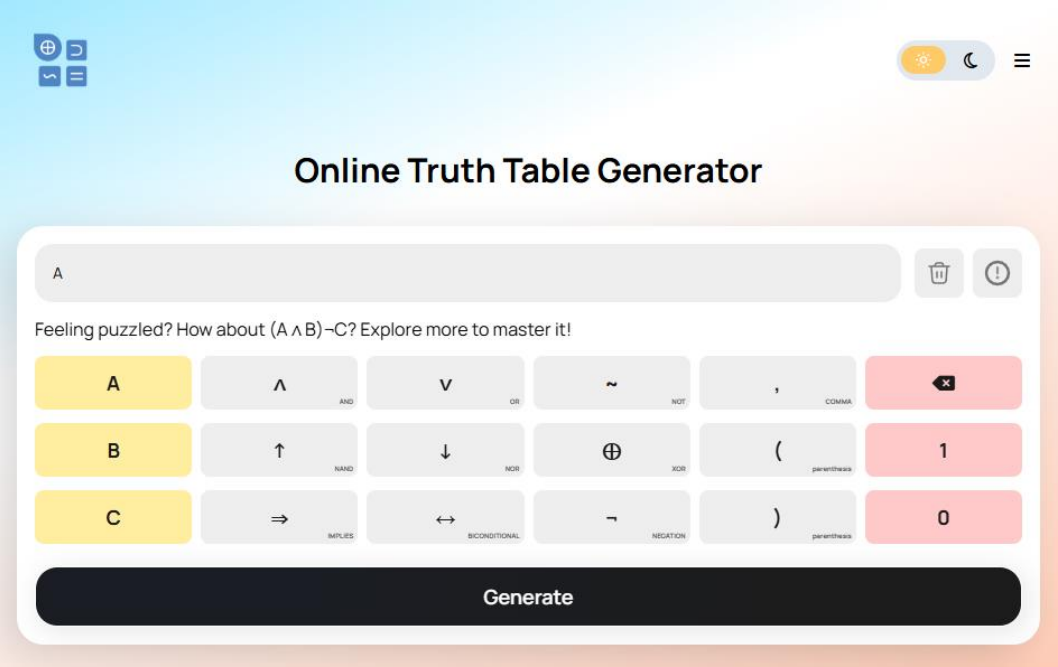
Divida os alunos em duplas ou trios. Cada grupo receberá uma lista de proposições compostas para construir e analisar as tabelas. Exemplos:

- ¬ (p ∧ q)
- (p ∨ ¬q)
- (p → q) ∧ (q → p)
- (p ∧ q) ∨ (¬p ∧ ¬q)
- (p ∧ ¬p)

Oriente os alunos a preencherem as tabelas em papel. Circule entre os grupos, estimulando que expliquem verbalmente como preencheram cada linha.

Em seguida acesse o site https://truthtablegenerator.org/ e apresente a plataforma para a turma, os orientando a validar suas respostas com o auxílio da mesma.

FIGURA 1. Plataforma Truth table generator



Dica didática: Se notar dificuldade com os conectivos compostos, pause a atividade e resolva um exemplo coletivo no quadro.

4. Tautologia, contradição e contingência (15 minutos)

Com base nas tabelas já feitas, apresente os três conceitos:

- **Tautologia**: proposição composta que é sempre verdadeira.
- **Contradição**: proposição composta que é sempre falsa.
- **Contingência**: proposição que pode ser verdadeira ou falsa, dependendo da situação.

Peça que os grupos classifiquem suas proposições anteriores nessas três categorias.

Abaixo está a resolução completa da parte 3 da etapa 2, com as tabelas verdade das quatro proposições compostas listadas. As tabelas são organizadas com todas as combinações possíveis de valores de verdade para as proposições simples **p** e **q**, seguidas do cálculo progressivo de suas composições.

- $\neg (p \wedge q)$

p	q	$(p \wedge q)$	$\neg (p \wedge q)$
V	V	V	F
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

Classificação: Contingência pois, às vezes verdadeira, às vezes falsa.

- $(p \vee \neg q)$

p	q	$\neg q$	$(p \vee \neg q)$
V	V	F	V
V	F	V	V
F	V	F	F
F	F	V	V

Classificação: Contingência pois, às vezes verdadeira, às vezes falsa.

- $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

p	q	$p \rightarrow q$	$(q \rightarrow p)$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	F

Obs.: Esta proposição expressa a **bicondicional** $(p \leftrightarrow q)$

Classificação: Contingência pois, às vezes verdadeira, às vezes falsa.

- $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$

p	q	$p \wedge q$	$\neg p$	$\neg q$	$(\neg p \wedge \neg q)$	$(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
V	V	V	F	F	F	V
V	F	F	F	V	F	F
F	V	F	V	F	F	F
F	F	F	V	V	V	V

Obs.: Expressa que p e q têm o mesmo valor de verdade (ou ambos verdadeiros ou ambos falsos)

Classificação: Contingência

- $(p \wedge \neg p)$

p	$\neg p$	$(p \wedge \neg p)$
V	F	F
F	V	F

Essa proposição afirma ao mesmo tempo que algo é verdadeiro é falso, o que é logicamente impossível.

Classificação: Contradição**.** A proposição é **sempre falsa**, independentemente do valor de p.

5. Argumento lógico e validade (30 minutos)

Comece explicando que um argumento lógico é uma sequência de proposições, chamadas premissas, que fornecem suporte para uma conclusão. Em outras palavras, as premissas apresentam informações que justificam a conclusão. Se as premissas forem verdadeiras e o raciocínio for válido, a conclusão também deve ser verdadeira.

Escreva no quadro um exemplo simples:

- **Premissa 1**: Se está chovendo, então levarei guarda-chuva.
- **Premissa 2**: Está chovendo.
- **Conclusão**: Levarei guarda-chuva

Pergunte à turma:

- A conclusão é obrigatoriamente verdadeira?
- Se as premissas forem verdadeiras, a conclusão pode ser falsa?

Explicação:

Leve a turma a perceber que a validade depende da forma do raciocínio, não do conteúdo em si. Neste caso, o argumento é válido, pois a conclusão decorre logicamente das premissas. Se ambas as premissas forem verdadeiras, a conclusão não pode ser falsa. Isso demonstra o princípio central da lógica: a validade de um argumento garante que as premissas sustentam a conclusão. Em seguida explique oralmente e com o auxílio do quadro, a estrutura formal de argumentos, em que muitos argumentos seguem formas padronizadas, chamadas de **esquemas de inferência válidos**. Os principais, são modus ponens, modus tollens, afirmação do consequente e negação do antecedente.

Realiza um debate com a turma como introdução dos esquemas de inferência válidos, faça o seguinte questionamento:

- “Se um aluno vai na excursão do museu, então ele entregou a autorização dos pais”

Caso algum aluno não tenha entregado a autorização, o que poderíamos concluir? Se o aluno não entregou a autorização e foi na excursão, a regra foi quebrada. Se o aluno não foi na excursão, a regra foi cumprida, não obriga que todos participem, mas que quem for precisa de autorização. Análise os exemplos oferecidos para o esquema e contextualize com a turma.

Modus ponens (afirmação do antecedente)

Forma:

1. $p \rightarrow q$
2. p

3. ∴ q

Exemplo:

1. Se estudar, será aprovado.
2. Estudou
3. Logo, foi aprovado.

- **Modus tollens** (negação do consequente)
  Forma:
  1. p → q
  2. ¬q
  3. ∴ ¬p

  Exemplo:
  1. Se for feriado, não haverá aula.
  2. Houve aula.
  3. Logo, não era feriado.
- **Afirmação do consequente** (falácia)
  Forma:
  1. p → q
  2. q
  3. ∴ p (Errado)

  Exemplo:
  1. Se chover, a rua fica molhada.
  2. A rua está molhada.
  3. Logo, choveu. (Errado, pode ter sido o caminhão-pipa.)
- **Negação do antecedente** (falácia)

  Forma:
  1. p → q
  2. ¬p
  3. ∴ ¬q (Errado)

  Exemplo:
  1. Se eu correr, fico cansado.
  2. Não corri.
  3. Logo, não estou cansada. (Errado, posso estar cansado por outro motivo.)

Atividade em duplas:

Distribua cartões com argumentos variados (alguns válidos, outros inválidos). Os alunos devem decidir se o argumento é válido ou não, justificando com base na forma lógica.

Exemplos de cartões:

1. Se um número é par, então é divisível por 2.
2. 4 é par.
3. Logo, 4 é divisível por 2.

1. Se Maria estuda, ela passa na prova.
2. Maria passou na prova..
3. Logo, ela estudou.

1. Se a lâmpada está queimada, ela não acende.
2. Ela acende.
3. Logo, não está queimada.

1. Se Pedro trabalha, ele recebe salário.
2. Pedro não trabalha.
3. Logo, ele não recebe salário.

Finalize com uma síntese:

Um argumento é logicamente válido quando sua conclusão decorre necessariamente das premissas. Isso significa que se as premissas forem verdadeiras, então a conclusão obrigatoriamente será verdadeira. Isso independe do conteúdo das sentenças, estamos avaliando a forma do raciocínio.

- Retome: Como se constrói uma tabela verdade?
- O que define se um argumento é válido?
- Por que a lógica ajuda a argumentar melhor?

Apresente uma analogia útil:

Validar um argumento é como testar se uma ponte está bem construída, não importa o que passa sobre ela, mas se a estrutura aguenta o peso da lógica.

Tarefa para casa (opcional)

➔ Solicite que os alunos elaborem um argumento com base em situações do cotidiano (ex: trânsito, clima, escola) e tragam para discutir na próxima aula.

➔ Peça aos alunos que tragam para a próxima aula um argumento retirado de uma propaganda, notícia ou conversa cotidiana, e que tentem reescrevê-lo formalmente para verificar se é válido.

3ª etapa- Jogos computacionais de lógica formal e dedução

Resumo:

Os alunos utilizarão ferramentas Logicly, para explorar visualmente estruturas lógicas equivalentes a circuitos digitais. Logicly é um site que possibilita a criação de circuitos utilizando os respectivos conectivos. A proposta é que associem proposições a "portas lógicas" e investigam como combinações resultam em determinados efeitos lógicos. Serão propostos desafios interativos que exigem formulação de estratégias para alcançar uma saída lógica correta (por exemplo, criar uma expressão que sempre resulte em verdadeiro, ou construir um circuito com comportamento condicional). Essas tarefas promovem a visualização do processo de dedução, permitindo que os alunos acompanhem o encadeamento de regras de inferência de forma manipulável.

Objetivo da etapa:

- Reconhecer e manipular portas lógicas digitais em simuladores.
- Relacionar circuitos digitais com proposições e suas tabelas verdade.
- Explorar o raciocínio dedutivo por meio de desafios interativos.
- Estimular a autonomia investigativa e a capacidade de justificar escolhas com base em representações simbólicas.

Materiais necessários:

- Computador, notebook ou tablet com acesso à internet (um por aluno ou por dupla).
- Plataforma Logicly: https://logic.ly/demo/
- Projetor multimídia ou quadro digital para demonstração do professor.
- Caderno dos alunos para registros (tabelas verdade e conclusões).
- Lista de desafios preparados pelo professor para guiar a atividade prática.

Etapas da aula

1. Abertura e retomada (10 minutos)

Dialogar com os estudantes, com o objetivo de retomar conceitos aprendidos anteriormente, a partir dos seguintes questionamentos:

➔ “Como uma tabela verdade nos ajuda a prever o comportamento de uma proposição composta?”

➔ “Quais conectivos já conhecemos e como eles se comportam?”

➔ “Poderíamos representar fisicamente ou virtualmente os conectivos lógicos aprendidos?”

➔ “Onde encontramos circuitos lógicos no nosso dia a dia? (Ex: semáforos, controles remotos, sistema de alarme e etc)”

De acordo com as respostas dos estudantes, revise rapidamente os símbolos e comportamentos dos conectivos, usando exemplos cotidianos.

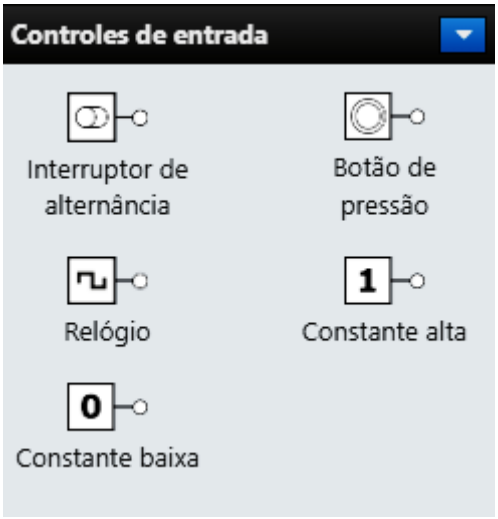
Dica: Use analogias com interruptores para facilitar a compreensão das portas lógicas.

2. Demonstração interativa (25 minutos)

Exploração guiada da interface *logicly* no projetor apresentando a plataforma e seus componentes.

Controles de entrada:

FIGURA 2. Controles de entrada



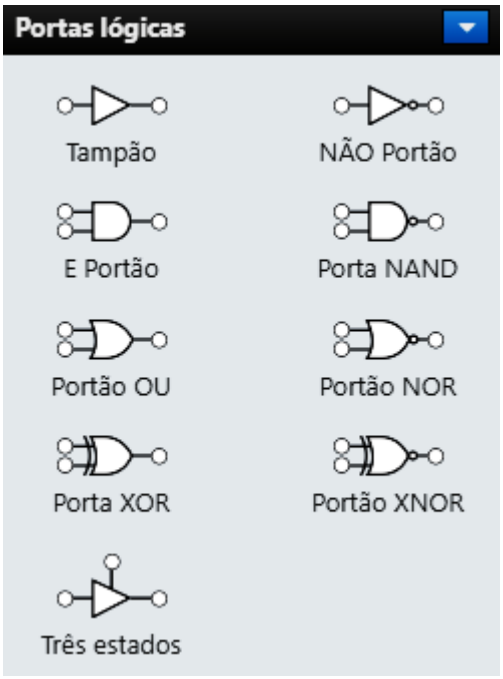
Fonte: logicly, 2025. Disponível em:https:/ /logic.ly/demo/

Apresentação dos controles de entrada e suas respectivas funcionalidades na área de trabalho.

- O interruptor de alternância é um componente usado para representar uma entrada binária controlada manualmente. Ele tem dois estados: ligado (1 / verdadeiro) e desligado (0 / falso).
- O botão de pressão só fica em 1 (ligado) enquanto você estiver pressionando. Quando solta, ele volta sozinho para 0 (desligado).
- O relógio é um componente que gera um sinal binário automático, alternando sozinho entre 0 e 1 em intervalos regulares de tempo.
- Os elementos constante alta e baixa, representam sempre 1(verdadeiro) ou sempre 0(falso).

Portas lógicas:

FIGURA 3. Portas lógicas



Fonte: logicly, 2025. Disponível em:https:/ /logic.ly/demo/

As portas lógicas são os conectivos (conjunção “e”, disjunção “ou”, e a negação). Pode-se associar as portas lógicas com o “cérebro” do circuito.

- A porta NÃO é o inversor, ou seja, transforma V em F e F em F.
- A porta E é uma conjunção e só retorna V se todas as entradas forem V.
- A porta OU é uma disjunção, retorna V se pelo menos uma entrada por V.

As portas NAND, NOR, XOR e XNOR, representam negações de entradas e de saída, quando um círculo menor e visualizado a frente do sinal principal , está negando a saída. Nas portas com símbolo antecedendo o principal as entradas estão sendo negadas.

Controles de saída:

FIGURA 4. Controles de saída

Fonte: logicly, 2025. Disponível em:https:/ /logic.ly/demo/

Aqui é a parte responsável por nos mostrar o resultado do circuito que montamos.

- A lâmpada retorna verde para Verdadeiro e continua apagada para negativo.
- O dígito de 4 bits é uma saída numérica em que cada porta é responsável por um valor diferente (1,2,4,8), ao ligar mais de um conectivo, a saída é adicionada.

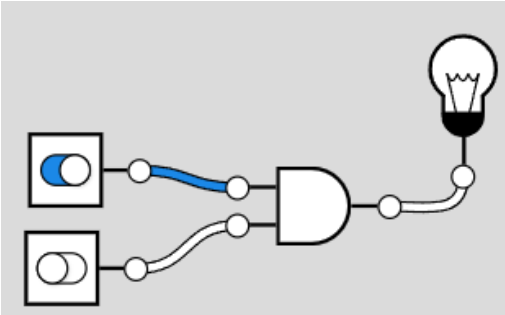
Exemplo prático:

Realizar os seguintes questionamentos para a turma:

- "O que acontece se conectarmos dois interruptores a uma porta E? o que acontece se as duas entradas estiverem ligadas? E só com uma ligada". Teste as hipóteses no simulador, comparando-as com tabela-verdade.

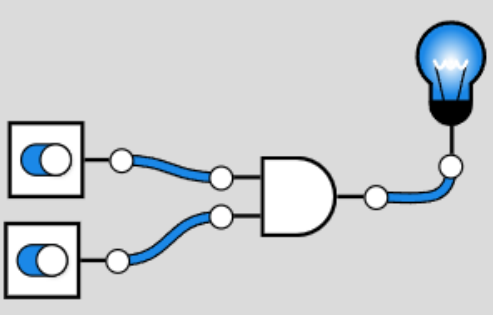
A solução está representada abaixo:

FIGURA 5. Porta lógica E



Fonte: logicly, 2025. Disponível em:https:/ /logic.ly/demo/

FIGURA 6. Porta lógica E



Fonte: logicly, 2025. Disponível em:https:/ /logic.ly/demo/

Denominando cada interruptor de I_1 e I_2 e a lâmpada como L, esse esquema pode ser representado pela tabela-verdade:

I_1	I_2	L
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

3. Desafios práticos em duplas (40 minutos)

Organizar os alunos em duplas por máquina (computador ou notebook).

Desafio 1: Circuito Identificador de Paridade

Objetivo: Criar um circuito que a lâmpada acende quando as duas portas estão no mesmo estado (ou ambas abertas, ou ambas fechadas), ou seja **($I_1 \leftrightarrow I_2$)** ou ainda **($\neg I_1 \vee \neg I_2$).**

- Registrar no caderno a tabela verdade dessa proposição.

- Compare os resultados do circuito com a tabela-verdade construída.

Desafio 2: Sistema de iluminação automática

Objetivo: Criar um circuito que acenda a lâmpada quando:

- Há movimento na sala (sensor de presença) E
- NÃO está claro o suficiente (sensor de luminosidade invertido).

Em outras palavras será o conectivo $(p \wedge \neg q)$.

Desafio 3: Aviso do cinto de segurança

Objetivo: Criar um circuito de aviso de cinto de segurança de um carro, quando:

- Há pessoas sentadas no banco E
- o cinto não está afivelado.

Ou seja, para o avisa apagar, o motorista precisa afivelar o cinto. $(p \wedge q)$

Desafio 4: Lâmpada da garagem

Objetivo: Projetar um circuito em que dois interruptores podem acender ou apagar uma mesma lâmpada. obs: Se um interruptor estiver ligado e o outro é acionado a lâmpada deverá apagar. $(\neg p \vee \neg q)$

Durante os desafios, realizar intervenções quando necessário.

4. Discussão coletiva (20 minutos)

Após a prática, cada dupla compartilha um exemplo de circuito que construiu e apresenta sua tabela-verdade no quadro ou oralmente. O professor aproveita o momento para conduzir reflexões:

- ➔ "O que facilita entender o comportamento lógico quando usamos circuitos?"
- ➔ "Vocês percebem alguma vantagem em testar hipóteses diretamente no simulador?"
- ➔ "Encontraram mais de uma solução? Qual era mais eficiente?"
- ➔ "Como a tabela verdade continua sendo importante mesmo quando usamos o computador?"

Essa discussão ajudará a integrar o raciocínio formal com a manipulação dos recursos digitais.

5. Encerramento e sistematização (15 minutos)

Retomar os principais pontos da aula, como as portas lógicas e suas respectivas representações digitais, a relação entre circuito e tabela-verdade e por fim, noções de estratégia para alcançar uma saída lógica desejada. Com esses desafios os estudantes

puderam verificar que existem múltiplas soluções para um mesmo problema lógico e que as encontramos facilmente em nosso dia a dia.

Desafio final (opcional)

Cada aluno deve criar, no *Logicly*, um circuito que representa um controlador de batimentos cardíacos, executando o comando "sempre".

4ª etapa- Produção de argumentos e análise de paradoxos (tempo-estimado: 2 horas aula)

Resumo:

Este é o momento da culminância da sequência, onde os alunos irão aplicar todo o conhecimento adquirido no decorrer das aulas, para analisar, criar e debater argumentos. Consolidando a aprendizagem de forma significativa.

Nessa última etapa, os alunos trabalharão com mini-investigações lógicas, redigindo pequenos argumentos sobre situações propostas (ex: "Se chover, então não haverá aula. Está chovendo. Logo…"). A turma debaterá a validade e coerência dos raciocínios apresentados.

Será introduzido também o conceito de paradoxo lógico, com exemplos como o paradoxo do mentiroso ("esta frase é falsa") e outros adequados à faixa etária, discutindo os limites da lógica formal. Ao final, os alunos serão convidados a registrar, em forma escrita ou visual (mapas lógicos), o que aprenderam sobre construção de argumentos, relações lógicas e o uso de ferramentas computacionais na resolução de problemas.

Objetivo da etapa:

- Desenvolver a habilidade de formular argumentos lógicos a partir de proposições.
- Exercitar o raciocínio dedutivo a partir da aplicação dos esquemas de inferência válidos em contextos reais.
- Introduzir a compreensão dos paradoxos lógicos, reconhecendo que existem limites para a lógica formal clássica.
- Sistematizar os conhecimentos adquiridos por meio de registro dos principais conceitos, criando um produto final (mapa mental, texto) que demonstre a compreensão.

Materiais necessários:

- Quadro branco ou projetor multimídia.
- Cartões ou slides com situações-problema escritas (ex.: "Se chover, então não haverá aula. Está chovendo. Logo…")
- Fichas individuais ou folhas A4 para os alunos redigirem seus argumentos.
- Papel Cartolina para a apresentação da investigação
- Marcadores coloridos para representação visual de raciocínios (mapas lógicos).

Etapas da aula

1. Abertura e retomada (15 min)

Iniciar a aula com uma conversa retomando os conceitos aprendidos anteriormente. Sorteie alguns alunos para responderem oralmente algumas perguntas, anotando no quadro as contribuições dos alunos e reforçando os principais conceitos.

- ➔ “O que é uma proposição lógica?”
- ➔ “Quais são os conectivos?”
- ➔ “O que aprenderam sobre as tabela-verdade?’’
- ➔ “Se um animal é um cachorro, então late. O Totó late. Logo, o Totó é um cachorro.”

Conduzir diálogos desvendando e construindo argumentos. Reforçar que não basta as premissas serem verdadeiras, a forma como conectamos as ideias é crucial.

2. Mini-investigações (50 minutos)

A dinâmica será conduzida em grupos de 3 ou 4 alunos, em que cada grupo será formado por “Detetives da lógica”, os estudantes serão instigados a analisar, validar e identificar a estrutura de um argumento. Sistematizando um esquema para posteriormente apresentar para a turma.

Distribua situações problema em cartões ou projetados no quadro, por exemplo:

- ➔ “Se estudo, então aprendo. Eu estudei. Logo…”
- ➔ “Se a lâmpada está acesa, então alguém ligou o interruptor. A lâmpada está acesa. Logo…”
- ➔ “Se hoje é domingo, não temos aula. Mas hoje não é domingo. Logo…”
- ➔ “Se a planta não recebe água, ela morre. A planta morreu. Logo, não recebeu água.”

Fase 1 - Análise crítica (10 minutos)

Cada grupo recebe um cartão com um argumento pronto, eles devem julgar a validade do argumento, identificar a estrutura e, se for inválido, explicar o erro e reescrevê-lo corretamente.

Fase 2 - Construção criativa (20 minutos)

Cada grupo deverá criar um cartaz com informações da análise do argumento, se atentando para que haja as seguintes informações.

- ➔ “Esse raciocínio é sempre válido?”
- ➔ “Existe outra conclusão possível?”
- ➔ “Como provar que está correto?”
- ➔ “Qual estrutura melhor se adequa nesse argumento?”

Durante a execução da atividade o professor deverá circular entre os grupos, provocando reflexões e garantindo que as discussões sejam sobre a forma, não só o conteúdo.

Fase 3 - Socialização e debate (20 minutos)

Cada grupo apresenta seus respectivos cartazes, demonstrando suas análises referente ao argumento. A turma pode discutir coletivamente se os raciocínios são válidos, inválidos ou incoerentes. O professor media o debate, corrigindo possíveis erros e pedindo justificativas baseadas na estrutura lógica, como meio de reforçar a importância da clareza e coerência na argumentação.

3. Introdução aos paradoxos lógicos (30 minutos)

Desafiar os estudantes a refletir com a seguinte frase no quadro:

- ➔ "A regra é: ignore todas as regras."

Conduzir a discussão mostrando que é um paradoxo lógico; Essa frase é válida? Faz sentido? podemos cumpri-la?

Ao seguir a regra, chegamos a um impasse, pois para segui-la, preciso ignorá-la, se a ignoro não estou mais seguindo-a. Explicar que paradoxos mostram os limites da lógica formal e que nem toda frase pode ser analisada apenas como verdadeira ou falsa. É possível encontrar diversos paradoxos em músicas e literaturas:

- ➔ Se você quiser me prender, vai ter que saber me soltar. (Caetano Veloso)
- ➔ Já estou cheio de me sentir vazio. (Renato Russo)
- ➔ O amor é ferida que dói e não se sente. (Luís Vaz de Camões)
- ➔ Sendo a sua liberdade/Era a sua escravidão. (Vinicius de Moraes)
- ➔ Estou cego e vejo/Arranco os olhos e vejo. (Carlos Drummond de Andrade)

Estimule os alunos a criarem seus próprios exemplos de frases paradoxais.

4. Sistematização e registro (20 minutos)

Proponha que os alunos, individualmente ou em duplas, criem um mapa mental ou um pequeno poster em folha A4 que sintetize tudo o que aprenderam. Instigue-os a serem criativos e a utilizarem marcadores coloridos, setas e símbolos, tudo que ajuda a traduzir as ideias abstratas em algo visual e claro.

Para a criação do mapa mental, estimule os estudantes a pensar em como conectar as ideias a partir do tema central (Raciocínio lógico). No mapa deve constar:

- O que é uma proposição lógica.
- Quais são os conectivos lógicos.
- O que é uma tabela-verdade e para que serve.
- O que é um argumento válido com pelo menos um exemplo.
- O que é um paradoxo com pelo menos um exemplo.

Ao final, o mapa não será apenas um monte de tópicos. Será um retrato do entendimento do aluno, desde o bloco mais básico até os conceitos mais complexos, mostrando como tudo se conecta e como a tecnologia foi aliada nessa descoberta.

5. Encerramento e reflexão (10min)

Convide 2 ou 3 alunos para mostrar o mapa e explicar brevemente sua síntese. Encerre realizando uma reflexão acerca do processo da construção do pensamento lógico, consolidando uma jornada de descoberta que vai além do âmbito matemático.

Aprendemos que a lógica funciona sistema de organização e também como instrumento de questionamento, entender isso requer tanto a capacidade de seguir regras quanto a coragem para questioná-las quando necessário. Numa era de inteligências artificiais, esta capacidade de pensar com clareza, coerência e criatividade apresenta-se academicamente relevante e essencial para a formação de indivíduos autônomos.

Avaliação

A avaliação da sequência didática será formativa, contínua e processual, centrada na observação do desenvolvimento das competências lógico-matemáticas, da capacidade argumentativa e da participação ativa dos estudantes ao longo das atividades. A abordagem também dialoga com a perspectiva de avaliação autêntica, proposta por Villas Boas (2008), que defende a necessidade de avaliar os estudantes através de tarefas significativas e contextualizadas, aproximando-se de práticas reais de aplicação do conhecimento.

Os seguintes indicadores serão considerados:

- **Compreensão conceitual**: identificação e uso correto dos conceitos fundamentais da lógica formal, como proposição, conectivos lógicos, tabelas verdade e tautologias.
- **Aplicação de estratégias de resolução**: capacidade de utilizar os jogos e simuladores computacionais para representar situações, testar hipóteses e resolver problemas de natureza lógica.
- **Construção de argumentos**: clareza, coerência e consistência na formulação de argumentos matemáticos, com justificativas embasadas em regras de inferência lógica.
- **Participação e colaboração**: envolvimento nas discussões em grupo, respeito às ideias dos colegas e disposição para trabalhar de forma cooperativa.
- **Registro e reflexão**: produção de sínteses escritas ou visuais (mapas lógicos, esquemas, relatórios) que revelam a apropriação do conhecimento ao longo da sequência.

Como destaca Luckesi (2011), a avaliação formativa visa “promover a melhoria da aprendizagem, e não apenas classificá-la”, sendo, portanto, parte integrante do processo pedagógico. Desse modo, será valorizado o progresso individual dos alunos, o esforço demonstrado na superação de dificuldades e a apropriação gradual da linguagem lógica e argumentativa.

Os instrumentos avaliativos incluirão:

- Fichas de atividades resolvidas nos jogos/simuladores
- Tarefas de construção de tabelas e argumentos
- Participação nas discussões e debates

- Produção final (relatório reflexivo ou apresentação de um desafio lógico resolvido com justificativa)

A avaliação utilizará uma abordagem multifocal, com registros, qualitativos, durante as observações do professor, quantitativos em escala de desempenho e na autoavaliação guiada pela reflexão dos estudantes durante seu processo de aprendizagem.

Referências

AUSUBEL, David Paul. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva.** Lisboa: Plátano, 2003.

BOOLEWEB. **Simulador de lógica booleana** online. Disponível em: https://booleweb.herokuapp.com/. Acesso em: 08 maio 2025.

LÉVY, Pierre. **Cibercultura.** São Paulo: Editora 34, 1999.

LOGICLY. **Simulador de circuitos lógicos digitais.** Disponível em: https://logic.ly/demo/. Acesso em: 10 junho 2025.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e proposições**. 23.ed. São Paulo: Cortez, 2011.

LAGES, Luiza. **5 paradoxos da lógica e da matemática.** Disponível em:https://super.abril.com.br/coluna/superlistas/5-paradoxos-da-logica-e-da-matematic/ Acesso em: 28 junho 2025.

PAPERT, Seymour. **A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática.** Tradução de Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1980.

PIAGET, Jean. **A epistemologia genética.** Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1976.

TRUTH TABLE GENERATOR. **Gerador interativo de tabelas verdade.** Disponível em: https://truthtablegenerator.org/. Acesso em: 10 junho 2025.

VILLAS BOAS, B. M. F. **Avaliação formativa em turmas heterogêneas**. Campinas: Editora Papirus, 2008.

VYGOTSKY, Lev S. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores.** Tradução de José Cipolla Neto, Luiz Silveira Menna Barreto e Solange Castro Afeche. 7. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

APÊNDICE A Tutorial de uso do Truth Table Generator

Ferramenta: Truth Table Generator – Stanford University

Link: https://web.stanford.edu/class/cs103/tools/truth-table-tool/

Objetivo do anexo:

Este tutorial tem por finalidade guiar o(a) aluno(a) no uso da ferramenta Truth Table Generator, desenvolvida pela Universidade de Stanford, para construção automática de tabelas verdade de proposições lógicas simples e compostas. A ferramenta é gratuita, online e dispensa instalação.

- **Acessando a ferramenta**
  - Abra um navegador (Google Chrome, Firefox, Safari, etc.).
  - Acesse o endereço: https://web.stanford.edu/class/cs103/tools/truth-table-tool/
  - Aguarde o carregamento completo da página. Você verá uma caixa de texto com o título: “Enter a logical expression”.
- **Inserindo uma proposição**

Na caixa de texto, digite a proposição lógica que deseja analisar. Você pode usar as seguintes notações e símbolos:

Conectivo	Símbolo aceito na ferramenta	Exemplo
Negação	! OU ~	!p ou ~p
Conjunção	& ou ∧	p & q
Disjunção (ou)	ou , ∨	p ∨ q
Condicional	->	p -> q
Bicondicional	<->	p <-> q
Parênteses	()	(p ∧ q) -> r

Exemplo de entrada:

(p -> q) & (q -> p)

- **Gerando tabela verdade**

  1. Após digitar a expressão desejada, clique no botão “Generate Table”.
  2. Abaixo, será exibida a tabela verdade correspondente à proposição inserida

  A tabela mostra todas as combinações possíveis de valores lógicos (V ou F) para as proposições envolvidas, e o resultado final da expressão em cada linha.
- **Interpretando os resultados**
  - A primeira(s) coluna(s) da tabela correspondem às variáveis (por exemplo, p, q).
  - A última coluna mostra o valor final da proposição composta.

- Se todos os valores forem verdadeiros, a proposição é uma tautologia.
- Se todos forem falsos, é uma contradição.
- Se houver mistura de V e F, trata-se de uma contingência.

- **Dicas práticas**
  - Sempre utilize parênteses para evitar ambiguidades. Exemplo: p → q ∧ r não é o mesmo que (p → q) ∧ r
  - Use letras minúsculas para as proposições: p, q, r, s...
  - A ferramenta é sensível a erros de digitação. Caso apareça uma mensagem de erro, revise a sintaxe.
- **Aplicações sugeridas em sala de aula**
  - Verificar a validade de argumentos (comparando proposições com a forma premissa 1 ∧ premissa 2 → conclusão).
  - Classificar proposições como tautologias, contradições ou contingências.
  - Explorar o efeito de diferentes conectivos em uma proposição.
  - Promover investigações com os alunos: "Como devo alterar esta proposição para que se torne sempre verdadeira?"
- **Considerações finais**

  A ferramenta Truth Table Generator é um recurso eficaz para apoiar o ensino de lógica formal de forma intuitiva, permitindo que os estudantes visualizem o funcionamento das operações lógicas sem a necessidade de cálculos manuais. Seu uso pode ser incorporado tanto em atividades orientadas quanto em investigações livres, favorecendo a autonomia e o pensamento analítico.

APÊNDICE B Manual Básico do Logicly

Introdução ao Logicly

O Logicly é um software educacional que simula a construção e o funcionamento de circuitos lógicos digitais. Através de uma interface intuitiva e visual, ele permite que estudantes compreendam na prática os conceitos de lógica proposicional, álgebra booleana e arquitetura de computadores, conectando a teoria abstrata à sua aplicação concreta.

Acesso e Interface Inicial

Instalação e Primeiro Acesso

- Acesso Online: Acesse a versão de demonstração diretamente pelo navegador no endereço: https://logic.ly/demo/
- Download (versão educacional): Algumas instituições de ensino possuem licenças. Consulte o professor ou o setor de informática.
- Ao abrir o programa, você se deparará com uma tela de trabalho em branco, uma barra de ferramentas lateral esquerda com os componentes e um menu superior.

Descrição da Área de Trabalho

- Área de Montagem (Canvas): Área central em branco onde o circuito será construído.
- Barra de Componentes (Lateral Esquerda): Contém os itens categorizados:
    - Inputs: Interruptores, botões, clocks (1 Hz)
    - Gates: Portas lógicas (AND, OR, NOT, NAND, NOR, XOR, XNOR)
    - Outputs: Lâmpadas (LEDs), displays de 7 segmentos
    - Other: Flip-flops (para circuitos sequenciais)
- Barra de Ferramentas (Superior): Contém funções como Selecionar, Mover, Rotacionar, Apagar, Zoom e a opção de Simulação (Play/Stop).

Componentes e Suas Funções

1. Inputs (Entradas) São os componentes que fornecem os valores (0/Falso ou 1/Verdadeiro) para o circuito.

- Switch (Interruptor): Permanece no estado (Ligado/1 ou Desligado/0) até ser clicado novamente.
- Button (Botão): Só envia sinal 1 (Verdadeiro) enquanto estiver sendo pressionado.
- Clock: Alterna automaticamente entre 0 e 1 em uma frequência definida (ex: 1Hz = 1 vez por segundo). Útil para verificar o funcionamento dinâmico de um circuito.

Unidade Temática: Geometria

As Sequências Didáticas desta seção foram organizadas para promover o percurso de aprendizagem da geometria de forma ativa, inclusiva e contextualizada. Por meio de recursos variados – como materiais manipuláveis, jogos de tabuleiro, softwares de programação visual e construções com materiais concretos –, busca-se aproximar os conceitos geométricos da realidade dos estudantes, estimulando a curiosidade, o raciocínio espacial e o trabalho colaborativo. Cada proposta valoriza a experimentação prática, a resolução de problemas e a articulação entre o concreto e o abstrato, preparando os alunos para aplicar o conhecimento geométrico de maneira crítica e criativa em diferentes contextos.

MATEMÁTICA E PROGRAMAÇÃO: INTRODUÇÃO AO PENSAMENTO COMPUTACIONAL COM O SCRATCH

Patrícia de Sousa Moreira, Crhistiane da Fonseca Souza

Utiliza a plataforma Scratch para introduzir conceitos geométricos de retas paralelas e perpendiculares, integrando noções de pensamento computacional e construção de algoritmos. Destina-se a estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, na unidade temática de Geometria, promovendo a aprendizagem ativa por meio de programação visual, resolução de problemas e desenvolvimento do raciocínio lógico-espacial de forma interativa e colaborativa.

TEOREMA DE PITÁGORAS COM MATERIAIS MANIPULATIVOS

Kleber Elias Costa, Jairo Menezes e Souza

Aborda o Teorema de Pitágoras por meio de atividades práticas com materiais manipulativos, como E.V.A., papel colorido e tangram, promovendo a visualização e demonstração geométrica da relação entre os lados do triângulo retângulo. Destina-se a estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, na unidade temática de Geometria, incentivando a investigação colaborativa, a criatividade e a compreensão conceitual por meio de construção, recorte e montagem.

EXPLORANDO AS RELAÇÕES MÉTRICAS E O TEOREMA DE PITÁGORAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO COM MATERIAIS CONCRETOS

Marciel Lima de Camargos, Juliana Bernardes Borges da Cunha

Integra a construção de materiais concretos (EVA e metal) e um jogo de tabuleiro adaptado para ensinar relações métricas no triângulo retângulo e o Teorema de Pitágoras. Destinada a alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, a sequência promove a inclusão por meio de recursos táteis, incentivando a investigação prática, o raciocínio lógico e a aplicação dos conceitos em um contexto lúdico e colaborativo.

Matemática e Programação: Introdução ao Pensamento Computacional com o *Scratch*

Patrícia de Sousa Moreira Romeiro

Orientadora: Profa. Dra. Crhistiane da Fonseca Souza

Estrutura curricular

Etapa de ensino/Ano ou Série
Ensino Fundamental/6º Ano

Área
Matemática

Unidade Temática (BNCC)
Geometria

Obetos de Conhecimento (BNCC)
Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e softwares

Habilidades (BNCC)
(EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou *softwares* para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros. (Brasil, 2018, p.305.)

(EF06MA23) Construir algoritmos para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.). (Brasil, 2018, p.305)

Objetivos/Expectativas de Aprendizagem

- Desenvolver conhecimentos geométricos a partir do *software Scratch;*
- Compreender o Pensamento Computacional por meio do uso do *Scratch*

Duração das atividades
4 horas aulas

Conhecimentos prévios trabalhados pelo professor com aluno

- Reconhecimento de figuras geométricas simples, como quadrados, retângulos, triângulos e círculos.
- Compreensão das propriedades básicas, como lados, ângulos e simetria.
- Cálculo do perímetro de figuras planas e da área de quadrados, retângulos e

triângulos.

Estratégias de ensino e recuros educacionais

Estratégias de ensino

De acordo com Resnick (2009) observa que o público principal do *Scratch* compreendia jovens entre 8 e 16 anos, com uma média em torno de 12 anos. O autor destaca que esse grupo aprendeu conceitos matemáticos e computacionais importantes, ao mesmo tempo em que desenvolveu habilidades como o pensamento criativo, o raciocínio sistemático e a colaboração. Para Resnick, essas competências são essenciais para o século XXI.

A sequêcia didática tem a pretencção de familiarizar os estudantes com o ambiente *Scratch*, apresentando sua interface e funcionalidades básicas. Além disso, serão introduzidos conceitos iniciais de Pensamento Computacional, destacando sua relevância tanto no contexto educacional quanto na vida cotidiana.Como tambÉm, um momento de resolução de problemas matemáticos que envolvam a geometria no uso do *Scratch* e um momento de consolidar a aprendizagem através de atividades proporcionadas aos estudantes.

Diante do exposto acima, pecebe-se que ao integrar Matemática e Programação por meio do *Scratch*, busca-se não apenas ampliar o repertório cognitivo dos estudantes, mas também instigar a curiosidade, a investigação e a resolução de problemas de forma colaborativa e interdisciplinar, de acordo com Resnick (2009).

Recursos Educacionais:

- Internet; Computador;
- Laboratório de informática; Caderno, lapis e borracha; Questionário;
- Folha de procedimentos;
- Plano cartesiano/Quadro negro.

Introdução

A integração de conhecimentos matemáticos e habilidades de programação tem-se apresentado como uma abordagem inovadora e promissora para o desenvolvimento do pensamento computacional entre os estudantes. Em vista disso, o uso da plataforma *Scratch* como ferramenta para se apropriar de conceitos matemáticos de forma prática e significativa tem aguçado o interesse de educadores e pesquisadores.

O *Scratch*, ambiente de programação visual desenvolvido pelo Instituto de Tecnologia de Massachusetts (MIT), oferece uma interface acessível e passível de uma aprendizagem mais consistente, que permite aos estudantes criar projetos interativos enquanto exploram conceitos matemáticos fundantes. Ao unir a Matemática e a Programação, os estudantes são desafiados a pensar de forma algorítmica, a resolver problemas de maneira lógica e a desenvolver a criatividade por meio da construção de jogos, simulações e animações.

Neste cenário, a proposta de uma sequência didática que explore a interação entre Matemática e Programação, utilizando o *Scratch* como recurso principal, visa não apenas enriquecer o processo de ensino-aprendizagem, mas também estimular o desenvolvimento de habilidades cognitivas essenciais para a formação integral dos estudantes. A justificativa para a elaboração e implementação dessa sequência didática reside na relevância do pensamento computacional como uma competência do século XXI, capaz de preparar os estudantes para os desafios da sociedade digital e tecnológica

em que vivemos, afirma Resnick (2009). A seguir, será apresentada a fundamentação teórica, os objetivos e as atividades propostas para a sequência didática, destacando a importância e os benefícios dessa abordagem no contexto educacional contemporâneo.

Referencial teórico

Para fundamentar teoricamente a integração entre Matemática, Programação e Pensamento Computacional utilizando o *Scratch* como ferramenta, é importante destacar a relevância crescente do Pensamento Computacional no contexto educacional e sua relação com o desenvolvimento de habilidades essenciais para os estudantes no século XXI.

Segundo Wing (2006), o Pensamento Computacional é uma habilidade que pode ser utilizada por todos, incluindo crianças e jovens em idade escolar, permitindo que adquiram conhecimentos e desenvolvam competências antes reservadas apenas aos cientistas da computação. Esse tipo de pensamento envolve raciocínio recursivo e processamento paralelo. Trata-se de interpretar código como dados e vice-versa, além de verificar e generalizar análises dimensionais. Implica reconhecer tanto os benefícios quanto os riscos de renomear identidades ou atribuir mais do que um nome a algo. Também envolve entender os custos e o potencial do endereçamento indireto e das chamadas de procedimentos, avaliando um programa não apenas pela sua correção e eficiência, mas também pela estética e design, buscando simplicidade e elegância.

De acordo com Wing (2006), o Pensamento Computacional utiliza abstração e decomposição para enfrentar tarefas complexas ou desenvolver sistemas de grande escala. É sobre dividir incertezas e escolher representações adequadas para problemas, facilitando sua compreensão. Inclui o uso de invariantes para descrever o comportamento de sistemas de forma clara e concisa, além de confiar na capacidade de utilizar, modificar e influenciar sistemas complexos sem conhecer todos os detalhes. Envolve também a modularização, pensando em múltiplos usuários, e a antecipação de necessidades futuras.

Este pensamento abrange a prevenção, proteção e recuperação em cenários adversos por meio de redundância, contenção de danos e correção de erros. Estabelece interfaces de impasse e contratos e ensina a evitar condições de corrida em situações de sincronização. O Pensamento Computacional utiliza raciocínio heurístico para encontrar soluções, planejando e agendando diante da incerteza, além de envolver pesquisa contínua, que pode resultar em listas de páginas *web*, estratégias de jogos ou contraexemplos. Também se utiliza de grandes volumes de dados para otimizar a computação, equilibrando tempo e espaço, além do poder de processamento e capacidade de armazenamento.

Segundo Urkiza (2023) a primeira exploração do conceito de pensamento computacional em ambientes educacionais foi realizada por Papert (1985), que enfatiza que, ao ensinar um computador a pensar, as crianças são levadas a refletir sobre diferentes maneiras de raciocinar. Posteriormente, Wing (2006) definiu o pensamento computacional como um conjunto de habilidades e capacidades que cada criança deve desenvolver através da informática, com o objetivo de adquirir competências universais.

Barros (2020), também aponta que o Pensamento Computacional pode ser entendido como um conjunto de habilidades que facilitam a sistematização na resolução de problemas, os quais podem ser abordados tanto por seres humanos quanto por computadores.No decorrer de sua pesquisa, Barros (2020) identifica quatro habilidades

fundamentais associadas ao Pensamento Computacional, embora mencione que, segundo outros autores consultados, algumas referências limitam-se a três habilidades. As habilidades identificadas incluem: Decomposição, Reconhecimento de Padrões, Abstração e Algoritmos. Segundo o autor, a Decomposição possibilita que um problema complexo seja fragmentado em componentes que apresentam, cada

um, uma complexidade reduzida, tornando-os, assim, mais acessíveis para compreensão e resolução.

Barros (2020) menciona diversas contribuições do Pensamento Computacional e observa que é possível introduzi-lo nas séries iniciais do Ensino Fundamental por meio de atividades simples que utilizam papel, caneta ou materiais recicláveis, conhecidas como atividades "desplugadas", que não requerem laboratório de informática ou equipamentos tecnológicos. Barros (2020) enfatiza que não é necessário que todos os indivíduos se tornem cientistas da computação ou programadores, mas que todos devem conhecer os conceitos de Pensamento Computacional para se beneficiarem em suas vidas, independent emente da área de atuação.]

Estratégia de Ensino

Descrição da Sequência Didática

1ª Aula

Aula introdutória

O professor começará acolhendo a turma e, em seguida, pedirá que os alunos se organizem em grupos de quatro estudantes, para dar início a projeção da página inicial do *Scratch* no laboratório de informática.

Após essa organização, o professor conduzirá a leitura do texto a seguir, acompanhando a turma e explicando detalhadamente cada seção da página do *Scratch*. Essa abordagem garantirá que todos compreendam as funcionalidades apresentadas.

Leitura do texto

O passo a passo da preparação de um achocolatado

No cotidiano, muitas ações podem ser organizadas em uma sequência de etapas para alcançar um resultado desejado. Essa prática é frequentemente observada em receitas, por exemplo. A seguir, veremos como descrever as etapas para preparar um a achocolatado.

Primeiro passo: Em um copo, adicione duas colheres de achocolatado. Segundo passo: Complete o copo com leite.

Terceiro passo: Utilizando uma colher, misture bem até que o achocolatado se dissolva completamente.

A situação acima ilustra um exemplo de uma rotina diária. Em situações mais complexas, a organização de um passo a passo torna-se crucial para a execução adequada das ações necessárias. Nesses casos, a utilização de tecnologias pode ser indispensável para facilitar o processo de resolução.

Uma sequência de etapas para a realização de uma ação específica é chamada de

algoritmo. Assim como o passo a passo para preparar o achocolatado pode ser considerado um algoritmo, nesta sequência de aulas, iremos explorar como criar um algoritmo simples utilizando o *Scratch*.

Mas, o que é o *Scratch*? Trata-se de uma linguagem de programação em blocos, gratuita e voltada para crianças e jovens. Desenvolvida de forma a permitir a criação de programas de maneira prática e intuitiva, o *Scratch* facilita o aprendizado de conceitos de programação.

Professor, por favor, acesse a página inicial do *software* disponível em https://*Scratch*.mit.edu/ (acessado em: 04 de janeiro de 2025) e clique em "Criar". A seguir temos duas figuras, sendo que a Figura 1 apresenta a página do *Scratch*, na qual o usuário deverá clicar em criar. Na Figura 2 temos uma breve apresentação de cada parte da página e sua funcionalidade que estarão identificadas através de letras do alfabeto. A tela inicial do *Scratch* será exibida. Em seguida, apresente à turma os principais campos e suas funcionalidades. Veja, a seguir as Figuras 1 e 2.

Figura 1– Apresentação do site oficial do *Scratch*

Fonte: Organizado a partir do site do *Scratch*

Agora, apresente para os estudantes a importância de cada parte da página inicial. Na seção da letra **(A)** da Figura 2 encontram-se os blocos de instruções disponíveis para a construção do programa, organizados em categorias de código, fantasias e sons. Cada cor corresponde a uma categoria específica de blocos, refletindo sua função dentro do ambiente *Scratch*. Essa organização facilita a identificação e seleção dos blocos adequados, promovendo uma abordagem sistemática e intuitiva na programação e incentivando os alunos a explorar diferentes possibilidades criativas em suas criações.

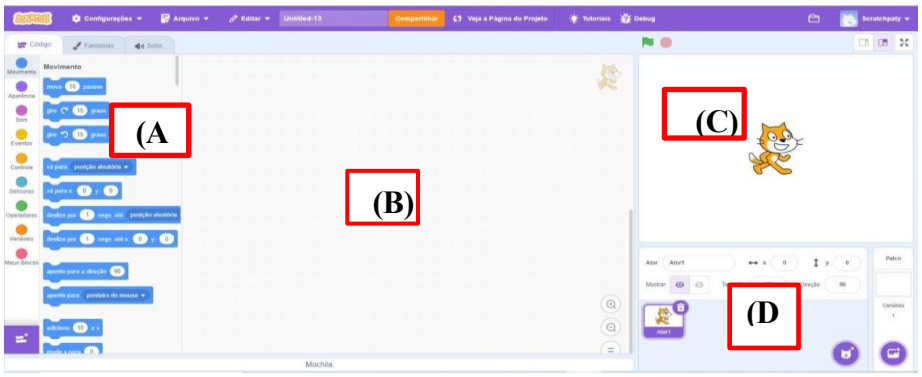
No espaço da letra **(B)** da Figura 2 representa a janela principal onde a construção do programa ocorrerá. Para desenvolver o código, os alunos devem arrastar os blocos da coluna à esquerda para esta área de trabalho. Essa interação prática facilita o entendimento da programação visual, permitindo que os estudantes organizem e conectem os blocos de forma intuitiva, favorecendo a construção lógica de seus algoritmos e a experimentação criativa.

Na janela da letra **(C)** da Figura 2 é a janela de visualização, onde os alunos poderão acompanhar em tempo real os resultados da execução do código. Essa funcionalidade permite que eles observem de forma dinâmica como as instruções programadas se traduzem em ações visuais, facilitando a compreensão do funcionamento do código e promovendo a reflexão sobre as consequências de suas escolhas durante o processo de programação.

No espaço da letra **(D)** da Figura 2 apresenta o gato, que é o ator inicial que executará as ações conforme os comandos estabelecidos no algoritmo. As funcionalidades dessa

seção permitem tanto a troca quanto a adição de novos atores e cenários, proporcionando aos alunos a oportunidade de personalizar suas criações e explorar a variedade de elementos disponíveis no ambiente Scratch. Essa flexibilidade estimula a criatividade e o engajamento dos estudantes, enriquecendo sua experiência de aprendizagem.

Figura 2 - Página da programação



Fonte: Site do *Scratch*

Agora, vamos utilizar o *Scratch* para criar um algoritmo em que o ator expressa algo e se movimenta pelo cenário. Para isso, professor, acesse a tela inicial do programa, como apresentado na Figura 2, e, siga o passo a passo, realizando as ações juntamente com a turma.

Selecione o código Eventos (Figura 3-a) e arraste o bloco (Figura 3-b) para a janela principal. Esse é um dos métodos mais comuns de iniciar a execução do código. Dessa forma, as instruções contidas nesse bloco são processadas até a sua conclusão, sem interrupções, quando a bandeira verde (Figura 3-c) é ativada.

Figura 3 – Início da programação

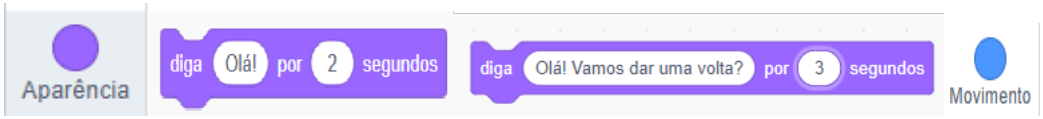
(a) (b) (c)

Fonte: Orgnizado a partir do site do *Scratch*

No código (Figura 4-a), arraste o bloco (Figura 4-b) para a janela principal, encaixando-o no bloco anterior. No primeiro campo que é possível digitar do bloco selecionado, escreva: Olá! Vamos dar uma volta? (Figura 4-c). E, no segundo campo, complete com 3 segundos. Em seguida, no código (Figura 4-d), arraste o bloco (Figura 5-a) e encaixe no conjunto construído até então. No campo que é possível digitar desse bloco, escreva 100. Ainda no código "movimento", encaixe o bloco (Figura 5-b) no conjunto de blocos anteriores, com isso o ator mudará de direção. No campo que é possível digitar, escreva

“90”. Para finalizar, no código “movimento”, arraste mais um bloco “mova 10 passos” e digite o número 100 dentro da parte que é possível digitar.

Figura 4 – Continuação dos comandos



(a) (b) (c) (d)

Fonte: Orgnizado a partir do site do *Scratch*

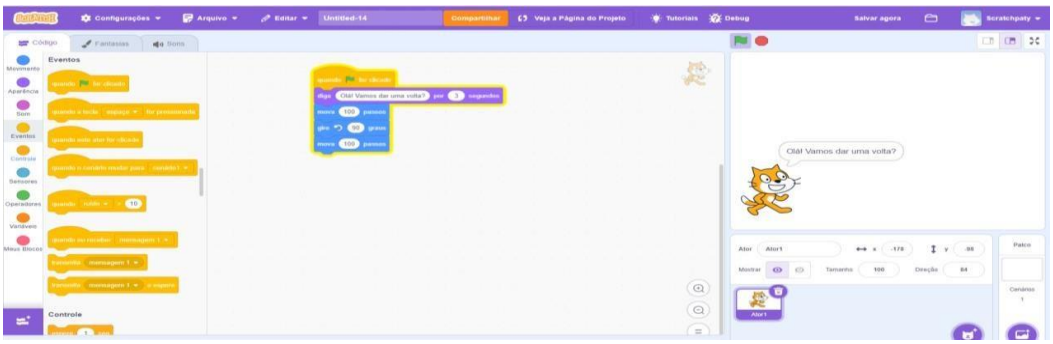
Figura 5 – Continuação dos comandos

(a) (b)

Fonte: Orgnizado a partir do site do *Scratch*

Finalizando a programação, agora é hora de testar o algoritmo.

Figura 6 – Algoritmo obtido após a programação



Fonte: Site do *Scratch*

Para concluir a aula, os alunos deverão responder o questionário a seguir para a composição da nota parcial.

1. O que você aprendeu sobre o ambiente do *Scratch* durante a primeira aula?
   a) As diferentes ferramentas disponíveis
   b) Como criar um novo projeto
   c) Como salvar seu trabalho
   d) Todas as alternativas acima
2. Quais blocos foram utilizados para programar o movimento do personagem?

3. Como foi feito para a personagem se mover para frente ou para trás?

4.O que você achou mais desafiador na programação do movimento do personagem?

2ª aula: Procedimentos para a construção de retas paralelas e perpendiculares
Objetivos Específicos:

- Trabalhar na construção de retas paralelas e perpendiculares;
- Criar e implementar algoritmos;
- Desenvolver algoritmos que incluam procedimentos de construções geométricas no plano cartesiano.

O professor iniciará a aula acolhendo os alunos e apresentando o objetivo, que será escrito no quadro e lido em voz alta. Em seguida, ele fará uma breve revisão de cinco minutos, perguntando para a turma: "Como vocês definiriam, com suas próprias palavras, o que são duas retas paralelas? E o que são retas perpendiculares? Se duas retas se cruzam, mas não são perpendiculares, como podemos denominá-las?"

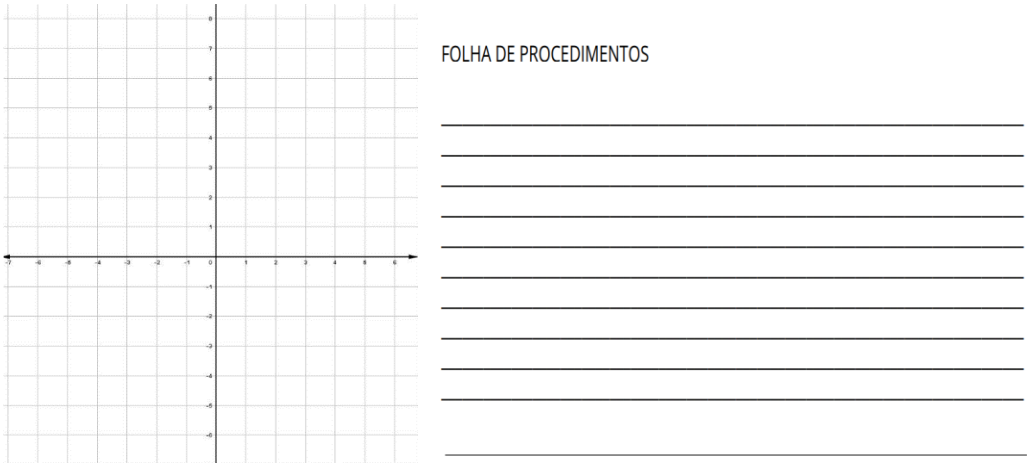
Essas perguntas visam relembrar os alunos sobre conceitos prévios relacionados a retas paralelas e perpendiculares. O professor também incentivará a discussão, perguntando se conseguem citar exemplos de retas paralelas e perpendiculares em objetos do cotidiano. Quais seriam esses exemplos? E dentro da sala de aula? Onde podemos identificar retas paralelas ou perpendiculares?

Atividade principal:

Tempo estimado 35 minutos.

Orientações para o professor: inicie esta atividade entregando folhas impressas com o plano cartesiano,(Figura 1-a) e também as folhas de procedimentos (figura 1-b). Em seguida, leia atentamente com a turma o seguinte comando: -Anotar na folha de procedimento um passo a passo de como construir esses desenhos. Utilize as informações do plano cartesiano para lhe suxiliar na descrição . – Seu desenho deverá conter no mínimo três retas. Profesor, depois, certifique-se que todos compreenderam as exigências da atividade.

Figura 1 -a Figura 1 - b



Fonte: Da autora

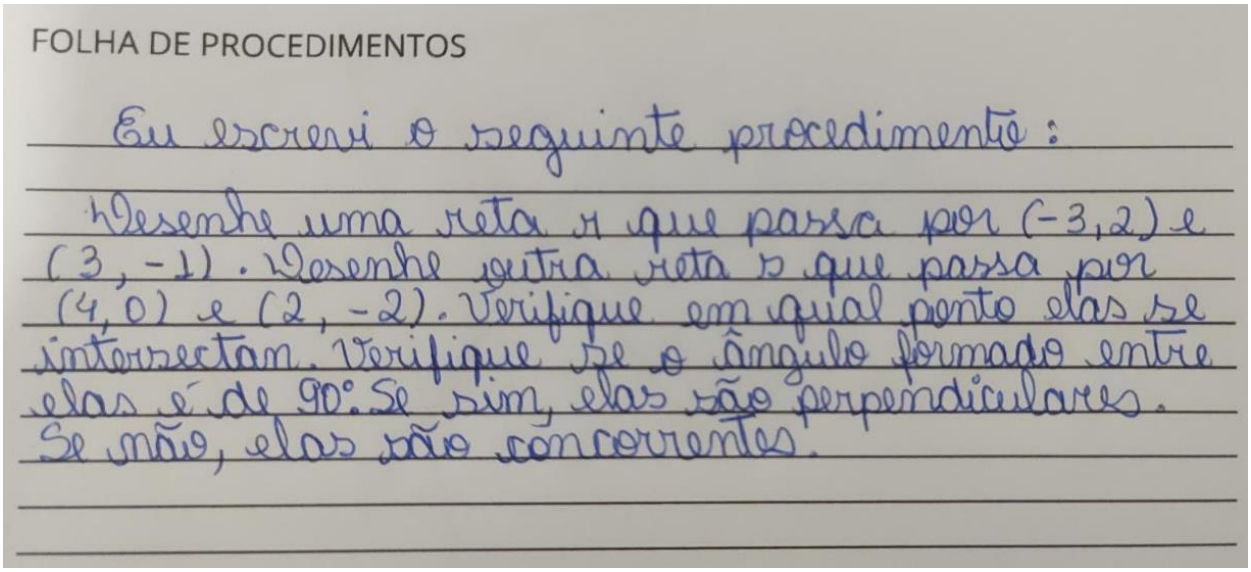
Após dez minutos, instrua os alunos a trocarem suas folhas de procedimentos. Em seguida, utilizando uma régua, solicite que verifiquem se as retas desenhadas são realmente perpendiculares. Além disso, peça que confirmem se as retas paralelas desenhadas mantêm essa característica, verificando se elas se interceptam em algum ponto no plano cartesiano ou se, à primeira vista, parecem poder se cruzar.

Discussão das Soluções (Tempo Sugerido: 15 Minutos)

Inicie este momento compartilhando com a turma uma possível solução, que pode ser registrada no quadro, como exemplificado na Figura 2-a. Pergunte se algum aluno adotou essa abordagem ou se utilizaram estratégias diferentes para descrever os procedimentos a serem realizados. Caso identifiquem diferentes estratégias, não se esqueça de incentivar os alunos a compartilharem suas experiências com os colegas. Aproveite também para identificar erros na descrição dos procedimentos e proponha, junto com a turma, soluções para corrigi-los.

Durante a discussão, à medida que os alunos compartilham suas respostas, pergunte: “Este algoritmo é prático? Como podemos aprimorá-lo?”

Figura 2- a) Modelo de estratégias de como descrever o procedimento realizado.



Fonte: Da autora

Encerramento/ tempo estimado 10 minutos

Peça a um aluno que compartilhe suas aprendizagens adquiridas durante a aula. Em seguida, questione a turma sobre suas impressões a respeito da aula e se enfrentaram alguma dificuldade. Por último, ressalte que as retas perpendiculares geram ângulos de 90° no ponto de interseção e que as retas paralelas, por sua natureza, nunca se cruzam. Informe aos estudantes que, na próxima aula, utilizaremos o *software Scratch* para a construção de retas paralelas e perpendiculares.

3ª aula: Procedimentos para a construção de retas paralelas e perpendiculares utilizado o Scratch

A terceira aula dará continuidade à segunda, com o objetivo de consolidar os conhecimentos previamente adquiridos.

Orientações:

Professor, inicie recebendo a turma e, em seguida, explique o objetivo da aula. Distribua folhas contendo planos cartesianos e, logo após, escreva no quadro a seguinte instrução: "Desenhe a reta r que passa pelos pontos (2, -1), (3, 1) e (4, 3). Marque também os pontos (4, 0) e (2, 2) para desenhar a reta s. Verifique se as retas r e s se cruzam em algum ponto. Caso não se intersectem, elas não serão paralelas. Além disso, analise se todos os ângulos formados na interseção entre r e s são iguais; se forem, as retas serão perpendiculares. Caso contrário, elas serão apenas concorrentes."

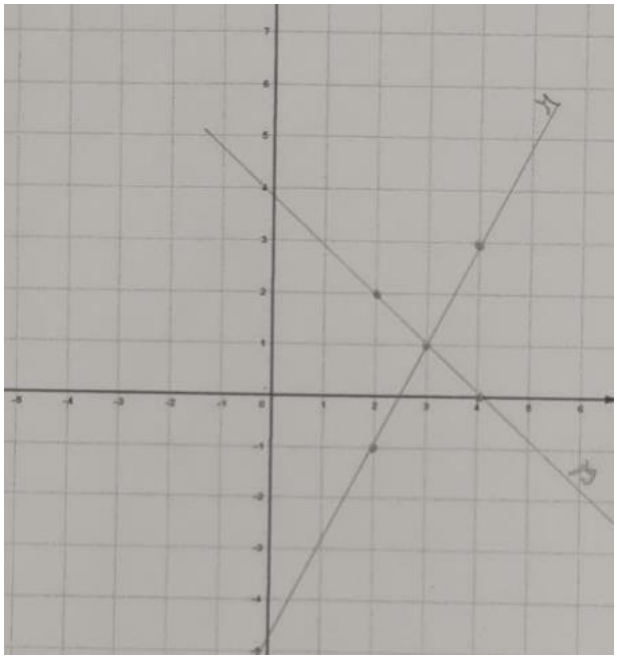
Durante a resolução da atividade, o professor deverá observar se os alunos ainda têm dúvidas ou dificuldades, oferecendo auxílio por meio de perguntas que o levem a encontrar as respostas.

Em seguida, proponha que os alunos reescrevam o algoritmo na forma de procedimentos.

É fundamental que, ao realizar essa atividade, utilizem uma representação o mais precisa possível do plano cartesiano. Se viável, incentive o uso de papel milimetrado. A Figura

1 abaixo pode ser apresentada como um exemplo do possível traçado das retas pelos alunos.

Figura 1(Imagem da construção das retas r e s



Fonte: Da autora

Execute os procedimentos a seguir:

Professor, a partir deste momento, os alunos serão convidados a reproduzir a construção de retas paralelas e perpendiculares. Inicialmente, a atividade consistirá em desenhar no plano cartesiano em uma folha, conforme exemplificado na Figura 2, e em documentar o passo a passo na folha de procedimentos, como ilustrado na Figura 3. Em seguida, os alunos serão conduzidos ao laboratório de informática, onde poderão implementar o algoritmo utilizando *o software Scratch.*

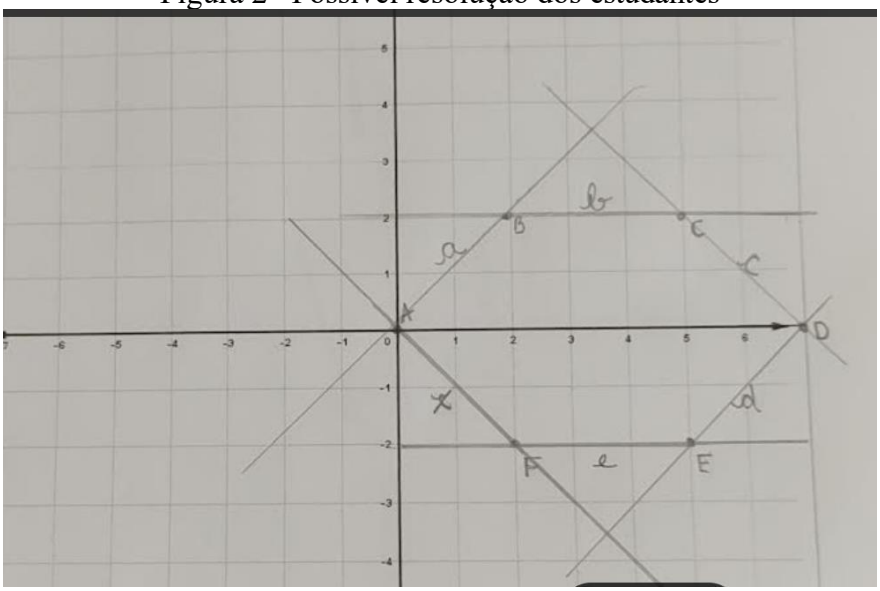
- Marque no plano cartesiano os pontos

A = (0, 0); B = (2, 2); C = (5, 2); D = (7, 0); E = (5, -2); F = (2, -2);

- Trace as retas que você conseguir entre eles;
- Nomeie cada uma dessas retas com uma letra

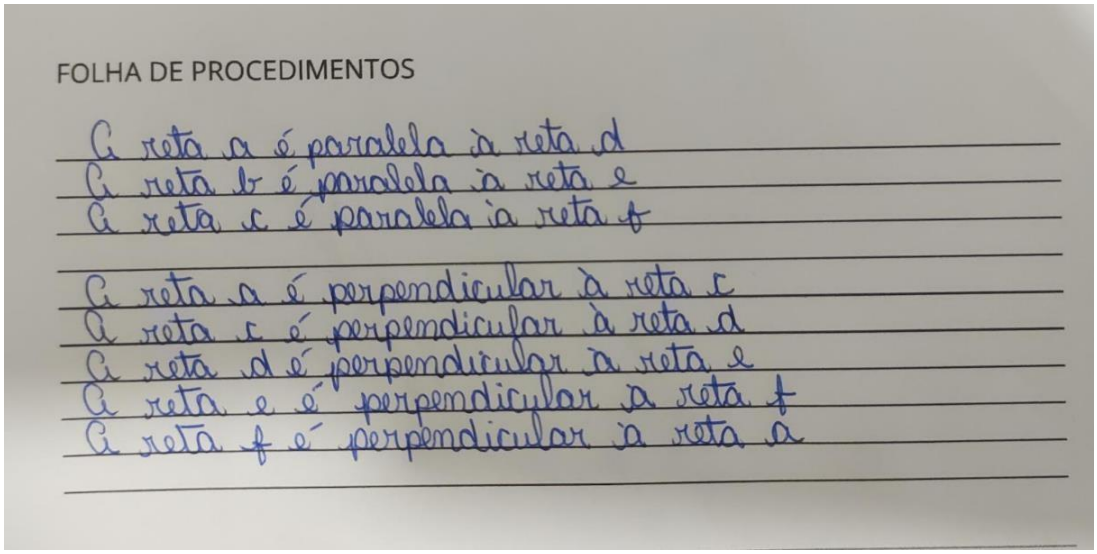
  minúscula do alfabeto;
- Registre em seu caderno quais delas são paralelas;
- Registre também quais retas são perpendiculares;

Figura 2– Possível resolução dos estudantes



Fonte: Da autora

Figura 3 – Possível anotação dos estudantes



Fonte: Da autora

Passo a passo para a construção de retas paralelas e perpendiculares no *Scratch*

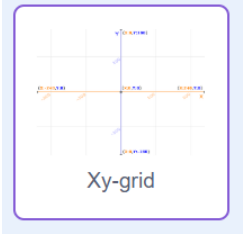
O plano cartersiano do *Scratch* tem as medidas (x:-240,y:0) e (x:240, y:0) no eixo das abcissas e (x:0, y:180) e (x:0, y:-180) no eixo das ordenadas, por esse motivo iremos alterar a digitação dos algarismos para as seguintes coordenadas: A = (0, 0); B = (50, 50); C = (150, 50); D

= (200, 0); E = (150, -50) e F = (50, -50). Professor, peça para os estudantes digitarem essas coordenadas para que obtenham a mesma forma geomética da coordenadas realizadas no plano cartesiano em folha.

Vá até a área onde se encontra o cenário e escolha o plano cartesiano (Figura 4), depois, selecione a personagem *ball* (Figura 5-a) na aba código selecione eventos e escolha o bloco quando for clicado (Figura 5- b), vá para o código caneta e escolha carimbe

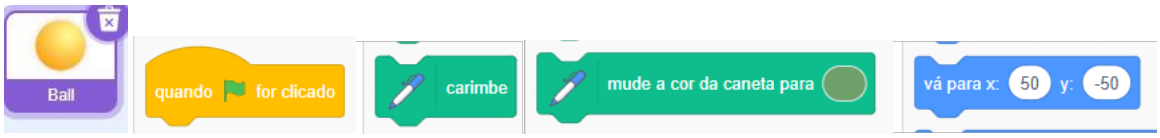
(Figura 5-c), ainda no código caneta escolha o bloco mude a cor da caneta (Figura 5-d) vá para o código movimento e escolha o bloco vá para x;y.(Figura 5-e) e dupleque-o seis vezes, para poder escrever todas as coordenadas pracitadas. Depois, a cada dois pares ordenados inclua o bloco espere um segundo (Figura 6-a) e para finalizar a construção do algoritmo, acrescente a caneta apague tudo (Figura 6-b) e inclua o bloco repita três vezes (Figura 6-c) para encaixar todos os outros comandos.

Figura 4 – Plano cartesiano do *Scratch*



Fonte: Site do *Scratch*

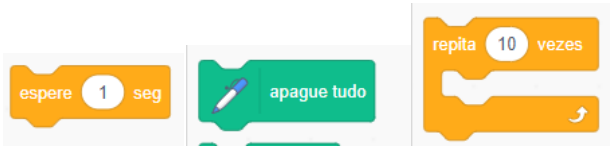
Figura 5 – Costrução do algoritmo



(a) (b) (c) (d) (e)

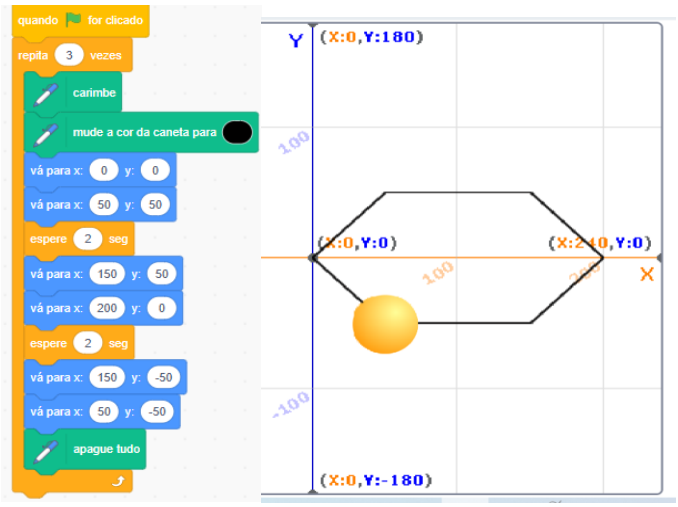
Fonte: Site do *Scratch*

Figura 6 – Continuação da construção do algoritmo



(a) (b) (c)

Figura 7: Algoritmo finalizado e a imagem do procedimento das retas perperdiculares



Fonte: Site do *Scratch*

Aula 4: Apresentação dos projetos e reflexão final

O objetivo da aula é compartilhar os projetos finais da construção das retas paralelas e perpendiculares e realizar uma reflexão sobre as aprendizagens dos conceitos matemáticos decorrer das aulas.

Apresentação: A dupla ou grupo apresenta para a turma quais foram as aprendizagens e suas dificuldades no momento da realização de todas as atividades realizadas na sequência didática.

Opinião: Estimule os grupos a darem *feedback* construtivo uns aos outros.
Reflexão: Proponha uma conversa sobre o que aprenderam sobre programação, matemática e trabalho em grupo.

Encerramento: Reforce a importância do estudo da matemática no dia a dia e encoraje os estudantes a continuarem explorando o *Scratch*.

Avaliação

A avaliação será realizada de forma qualitativa, conforme orientam os normativos legais, considerando os seguintes critérios: participação do estudante, resolução das atividades propostas ao final de cada aula, e, trabalho em grupo. Para compor a nota final, a média será calculada a partir da soma dos três fatores mencionados. Cada critério de avaliação terá uma nota que varia de 0 a 100. Abaixo, apresentamos um exemplo ilustrativo do cálculo do somatório como no quadro 01.

Quadro 01: Quadro de notas

Estudante	Nota de participação (N1)	Nota da resolução das atividades (N2)	Nota do trabalho em grupo (N3)	Nota final N1+N2+N3/3
Estudante 01	100	100	100	100
Estudante 02	50	58	92	66,66
Estudante 03	70	85	95	83,33
Estudante 04	82	80	75	79

Fonte: Da autora

Considerações

Ao final da sequência didática "Matemática e Programação: Introdução ao Pensamento Computacional com o Scratch", é fundamental refletir sobre a importância da integração entre esses dois campos do conhecimento. A matemática, com suas estruturas lógicas e raciocínios analíticos, se complementa perfeitamente com a programação, que ensina a resolver problemas de forma criativa e eficiente.

Durante as atividades, objetiva-se que os estudantess tenham a oportunidade de desenvolver habilidades essenciais, como o pensamento crítico, a resolução de problemas e a colaboração em grupo. O uso do *Scratch* não apenas facilitará a compreensão de conceitos matemáticos, mas também despertará o interesse dos alunos pela programação, mostrando que a matemática está presente em diversas áreas do conhecimento.

Incentivar os estudantes a explorar e experimentar com a linguagem de programação permite que eles se tornem protagonistas em seu aprendizado, desenvolvendo uma mentalidade inovadora e uma habilidade valiosa para o futuro. Assim, esta sequência didática tem a prentenção de não só promover a aprendizagem matemática, mas também preparar os estudantes para os desafios da era digital, onde o pensamento computacional é cada vez mais necessário.

Referências

BARROS, TAISER TADEU TEIXEIRA. *Formação em Pensamento Computacional utilizando Scratch para Professores de Matemática e Informática da Educação Fundamental.* Brasil, novembro de 2020.

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO**.** *Base Nacional Comum Curricular. Brasília*, 2018.

CAMPOLLO-URKIZA, ARANTZA. *Desenvolvimento de um programa de atividades musicais para a contribuição do pensamento computacional desplugado na educação infantil.* Revista Eletrônica Educare, v. 27, n. 3, p. 98-114, set./dez. 2023. ISSN 1409-4258. Disponível em: http://dx.doi.org/10.15359/ree.27-3.17180.

MENDONÇA NETO, VALTER DOS SANTOS. *A utilização da ferramenta Scratch como auxílio na aprendizagem de lógica de programação.* Departamento de Computação – Faculdade Pitágoras, Av. Daniel de La Touche, 23 - Cohama, São Luís - MA, 65045-250.

MESQUITA, TAYNARA DERCI BABUGEM. *Relações entre criação de jogos digitais e a aprendizagem*. Catalão, 2019.

RESNICK, M., et al. (2009). Scratch: Programming for All. Communications of the ACM, 52(11), 60-67.

SCRATCH. ABOUT *Scratch* (*Scratch* Documentation Site). Disponível em: <https://*Scratch*.mit.edu/ >Acessado em 16 de dezembro de 2024.

WING, J. M. (2006). Computational Thinking. Communications of the ACM, 49(3), 33-35.

Teorema de Pitágoras Com Materiais Manipulativos

Kleber Elias Costa
Orientador: Prof. Dr. Jairo Menezes E. Souza

Introdução

A escolha do teorema de Pitágoras se deu por conta do fato de este ser um dos mais conhecidos teoremas, tanto por estudantes, como também por profissionais das áreas exatas e simpatizantes da matemática. Acrescente-se a isso a sua óbvia importância para a matemática e áreas afins, como a engenharia, arquitetura, física, astronomia, geografia e cartografia por exemplo. Esta sequência didática que aborda o teorema de Pitágoras é de grande relevância, pois mostrará aos discentes a lógica e a praticidade deste teorema, que facilmente poderão ser estendidas para o entendimento de outros teoremas também. A compreensão deste teorema será um primeiro passo na compreensão dos teoremas, como uma primeira fresta de luz vinda de uma porta que se abre aos poucos, que contribuirá para despertar o interesse por esta disciplina tão importante.

A partir da compreensão deste teorema, o discente perceberá que existem fundamentos por detrás de cada equação que ele vier a utilizar. Verá que elas, mais do que simplesmente letras ou variáveis, apresentam uma relação coerente e fundamentada, mesmo que ele desconheça as suas demonstrações. Ele não irá simplesmente substituir variáveis por números e descobrir o resultado de forma inconsciente. Metaforicamente, o discente não irá apenas comer o bolo, mas participará no seu preparo, conhecendo cada ingrediente e as suas interrelações.

O objetivo deste trabalho é apresentar uma sequência didática de cinco aulas, para alunos do nono ano, que proporcione uma experiência lúdica, cativante, criativa, interativa e agradável com materiais didáticos concretos manipuláveis ou manipulativos, para auxiliá-los na compreensão do teorema de Pitágoras.

A sequência didática é uma elaboração constituída de atividades didáticas desenvolvidas e encadeadas, concatenadas, seguindo uma sequência lógica, visando motivar os estudantes para enfrentarem desafios relacionados a um determinado tema, valorizando os seus conhecimentos prévios, construindo novos conhecimentos, organizando e enriquecendo as aulas, resultando em maior compreensão, maior interesse e envolvimento nas aulas e nas atividades e, consequentemente, maior aprendizado.

Materiais concretos, manipulativos ou manipuláveis, são recursos educacionais palpáveis, ferramentas que visam facilitar o aprendizado e o desenvolvimento cognitivo no aprendizado das disciplinas, concretizando a teoria. Segundo Gervásio:

> O ensino da matemática vem se desgastando e tornando-se um dos principais motivos de reprovação e evasão na maioria das escolas públicas e particulares da educação brasileira. Esses fatos necessitam de medidas urgentes e emergenciais para a implantação de novas práticas pedagógicas de ensino, que reduzam os índices de fragilidade, tanto na educação básica quanto em nível superior. (GERVÁSIO, 2017, p. 2)

Diante deste desafio, existe uma grande preocupação por parte dos educadores em melhorar a qualidade das aulas, tornando-as dinâmicas e instigantes para os estudantes, para que se possa colher bons resultados em termos de aprendizagem e participação. Segundo Moura,

> A aprendizagem da Matemática depende de uma grande variedade de fatores o que torna o seu ensino bastante complexo. É necessário desenvolver o raciocínio lógico e estimular o pensamento independente, a criatividade e a capacidade de resolver problemas. Desta forma, os professores de matemática devem concentrar-se em aumentar a motivação para a aprendizagem, desenvolver a autoconfiança, organização, concentração, atenção, raciocínio lógico-dedutivo e sentido cooperativo, aumentando a socialização e as interações pessoais. (MOURA, 2006, p. 73).

Estes objetivos só podem ser alcançados se houver a participação do discente num processo de aprendizagem que lhe seja atraente e informativo. É necessário tempo para se meditar e assimilar novos enfoques, de forma tal que a aula deixa de ser apenas um texto enfadonho, impresso ou copiado para o caderno, e ganha vida própria, permitindo ao estudante experienciar momentos de investigação e descobertas, tornando-a agradável e inesquecível. Quando se dedicamos tempo ao aprendizado, o conhecimento passa a fazer parte das nossas lembranças e, certamente, servirá de subsídio para aplicações futuras.

Sabemos que a matemática não atrai a atenção da maioria dos alunos, em parte porque demanda esforço para se raciocinar, saindo da zona de conforto para ser compreendida. Ainda, segundo Gervásio:

> Essa imagem distorcida, criada pelos discentes, não convém com a realidade, pois esta matéria é fundamental para a vida das pessoas, além de ser um requisito básico na modernidade, ela é de extrema importância por estar presente em tudo. E, para dissipar essa visão equivocada, são critérios importantes para o educador, ter métodos inovadores de ensino, como aulas dinâmicas e participativas, que consiga trazer os conteúdos para a realidade concreta. (GERVÁSIO, 2017, p. 2)

Neste aspecto, utilizar atividades lúdicas e dinamizadas nas aulas de matemática poderá resultar em maior interesse por parte dos discentes. Algo manipulável, palpável, lúdico passa a mensagem de que é simples, assimilável e seu entendimento pode ser complementado por uma demonstração matemática realizada no quadro, que passa a ser mais bem compreendida, pois o princípio já terá sido apreendido.

Estas atividades permitirão ao estudante a oportunidade de desenhar, colorir, medir, recortar, calcular, usar fórmulas, comparar, discutir, compartilhar e descrever as suas conclusões, transportando a matemática da dimensão abstrata para a dimensão do estudante, no mundo real, ao atravessar o “buraco de minhoca” conhecido como interatividade. Através das orientações do educador, espera-se que o discente consiga compreender as relações entre os materiais manipuláveis e as teorias matemáticas, o que nem sempre é automático.

Esta sequência didática com o teorema de Pitágoras poderá proporcionar aos estudantes uma experiência memorável, visto que demandará a participação ativa de cada

um deles, de modo que terão a oportunidade de construir seu próprio conhecimento, através destas experimentações.

É bastante produtivo que, após cada atividade com os materiais concretos, seja realizada uma discussão para verificar se as conexões foram realmente realizadas e se é necessário sanar algumas dúvidas para se alcançar os objetivos propostos.

Nas atividades desta sequência didática, os materiais a serem utilizados são bastante acessíveis: e.v.a. de diversas cores ou papel colorido. Com isto, não haverá necessidade de se investir muitos recursos financeiros na sua aquisição, o que certamente facilitará a aquisição para as escolas públicas.

Esta sequência didática necessitará de cinco aulas para ser coberta completamente, mas, de acordo com a necessidade, ela poderá ser abreviada até para duas aulas, sendo a primeira de revisão dos princípios básicos e a segunda com uma atividade, utilizando os materiais manipuláveis. Estas atividades serão marcantes para os estudantes, levando-se em conta que se incentivará a ampla participação de toda a turma na confecção dos materiais manipuláveis, sob a orientação do educador.

Estrutura curricular

Etapa de ensino/Ano ou Série

Ensino Fundamental 9º ano.

Área

Matemática

Unidade Temática (BNCC)

Geometria

Objetos de Conhecimento (BNCC)

Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração.

Habilidades (BNCC)

(EF09MA13) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos.

(EF09MA14) Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.

Objetivos/Expectativas de Aprendizagem

- Apresentar o Teorema de Pitágoras, suas características e aplicações.

- Construir formalmente o teorema de Pitágoras, relacionando as medidas das áreas dos quadrados construídos a partir dos lados de um triângulo retângulo, explanando a sua dedução geométrica.
- Apresentar o Teorema de Pitágoras utilizando materiais manipuláveis, como papéis coloridos ou e.v.a.

Duração das atividades

5 horas-aulas.

Conhecimentos prévios trabalhados pelo professor com aluno

É necessário que o estudante se encontre com bom embasamento teórico da geometria para que possa compreender os assuntos a serem tratados, tais como:

- Noções de proposições primitivas.
- Segmento de reta.
- Ângulos.
- Triângulos.
- Paralelismo.
- Perpendicularidade.
- Quadriláteros notáveis.
- Pontos notáveis do triângulo.
- Teorema de Tales.

Estratégias de ensino e recursos educacionais

Neste trabalho será utilizada a metodologia ativa de uma sequência didática colaborativa e lúdica, onde os discentes trabalham, compartilham e estudam em grupo e participam de atividades divertidas, como desenho, recorte e colagem. Esta opção se dá por conta dos bons resultados advindos destas interações e compartilhamento de informações. Torres e Irale, por exemplo, concordam com isso ao afirmarem:

> A aprendizagem colaborativa e a aprendizagem cooperativa têm sido frequentemente defendidas no meio acadêmico atual, pois se reconhece nessas metodologias o potencial de promover uma aprendizagem mais ativa por meio do estímulo: ao pensamento crítico; ao desenvolvimento de capacidades de interação, negociação de informações e resolução de problemas; ao desenvolvimento da capacidade de autorregulação do processo de ensino-aprendizagem. Essas formas de ensinar e aprender, segundo seus defensores, tornam os alunos mais responsáveis por sua aprendizagem, levando-os a assimilar conceitos e a construir conhecimentos de uma maneira mais autônoma. (TORRES e IRALE, 2014, p.61)

Desta forma, a turma poderá ser distribuída em grupos de 3 ou 4 componentes, de modo que haja interação entre eles e, ao mesmo tempo, cooperação. Ainda para Torres e Irale (2014, p.61), a ideia é "a de que o conhecimento é construído socialmente, na interação entre pessoas e não pela transferência do professor para o aluno." Ou seja, espera-se que haja cooperação entre os membros do grupo, de modo que todos participem e que haja um intercâmbio de informações sobre o tema, e isto dependerá em grande parte da atuação do educador, não apenas por apresentar a atividade, mas por motivar a turma e acompanhar as atividades, auxiliando nas dúvidas. É sempre bom lembrar que ao educador pertence a responsabilidade de tornar interessante a aula e para isso é necessário que ele seja o primeiro a se sentir entusiasmado com as atividades, para ser contagiante.

Zabala, preocupa-se em esclarecer aos estudantes de que forma transcorrerá a sequência didática, esclarecendo cada etapa do procedimento adotado. Pode-se esclarecer o que será realizado, como isto se dará, qual a sua importância e quais são os objetivos a serem alcançados, de modo que se torna essencial que as aulas sejam previamente elaboradas, planejadas de forma que possam ser claras e compreensivas para os estudantes.

Com isto em mente, é necessário que haja um momento de apresentação das propostas da sequência didática, para que o estudante saiba o que se espera dele neste processo. Desta forma, segundo Santos (2024), o professor poderá seguir os seguintes passos:

- Apresentar à turma as atividades que serão desenvolvidas e a importância delas. Explicar como cada um poderá participar, o que é esperado de cada grupo ao final das atividades e como se darão as avaliações.
- Esclarecer quais são os objetivos das atividades, que é essencial que haja cooperação para se ter bons resultados.
- Apresentar uma revisão do cálculo de áreas do quadrado, do retângulo e do triângulo, seguidas de exercícios para fixação.
- Dar uma explanação teórica do teorema de Pitágoras para toda a turma, garantindo que todos tenham um entendimento básico do conceito, seguido de exercícios para fixação.
- Explicar com detalhes o que deverá ser feito, quais materiais e instrumentos serão necessários (e.v.a. de cores variadas, régua, tesoura, cola, lápis, por exemplo) e quais cuidados precisam ser adotados para um bom desempenho, sem acidentes, como evitar brincadeiras com tesouras.
- Dar início às atividades com liberdade e autonomia para os discentes trabalharem, porém sob a sua supervisão, a fim de que não se perca o foco dos objetivos traçados.
- Após concluída cada uma das atividades, pode ser feito uma avaliação geral da participação dos estudantes, bem como uma avaliação da atividade em si, verificando se os objetivos foram alcançados e o que se

pode fazer para que haja um melhor aproveitamento das próximas atividades. Neste momento são sempre bem-vindos elogios sinceros que sirvam de motivação para os próximos trabalhos.

Descrição da Sequência de Atividades

1ª etapa – Apresentação da sequência didática (10 min)

Explicar para os discentes o que significa uma sequência didática e como esta metodologia ativa poderá auxiliá-los no aprendizado, e os ajudará a se contextualizarem e a compreenderem o que se espera de cada um deles.

Peretti (2013), explicando o que vem a ser sequência didática, diz:

> A sequência didática é um conjunto de atividades ligadas entre si, planejadas para ensinar um conteúdo, etapa por etapa, organizadas de acordo com os objetivos que o professor quer alcançar para aprendizagem de seus alunos e envolvendo atividades de avaliação que pode levar dias, semanas ou durante o ano. É uma maneira de encaixar os conteúdos a um tema e por sua vez a outro tornando o conhecimento lógico ao trabalho pedagógico desenvolvido. (p. 6)

São Paulo (2007), define as sequências da seguinte forma:

> São situações didáticas articuladas, em que se estabelece uma sequência de realização baseada no nível de dificuldade; ou seja, o professor estabelece uma progressão de desafios a serem enfrentados pelos alunos, com a finalidade de que eles possam construir um determinado conhecimento. (p.81)
>
> Em vários níveis de pesquisa, sequências didáticas têm sido produzidas e testadas. Porém, essas sequências têm sido pouco divulgadas. Para o professor uma das principais fontes dessas sequências são os livros didáticos. Elas podem ser bastante interessantes, mas geralmente precisam ser complementadas para atender os objetivos pretendidos e as especificidades de cada grupo de alunos. (p.81)

Zabala (1998) também fornece uma explicação simples e clara do que vem a ser a sequência didática e esta definição poderá ser apresentada para os estudantes:

> [...] um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos. (p. 18)
>
> [...] uma maneira de encadear e articular as diferentes atividades ao longo de uma unidade didática. (p. 20)

Com o intuito de contribuir para uma melhoria da atuação do professor nas aulas, como resultado de um conhecimento mais aprimorado, Zabala (1998, p.54, 55) apresenta as quatro fases de uma sequência didática:

- comunicação da lição
- estudo individual do conteúdo

- repetição do conteúdo estudado
- avaliação do professor.

Cada uma destas etapas faz parte da prática de ensino no sentido de que se completam, mostrando que o professor tem o seu papel de facilitador da aprendizagem, mas também cabe aos estudantes dedicarem-se aos estudos a fim de alcançarem o aprendizado.

Além disso, é necessário ajudá-los a compreender o quão importante é desenvolver um bom trabalho e não apenas fazer por fazer. A qualidade do trabalho diz muito sobre o tipo de pessoas e de profissionais que eles serão, além do fato de que a avaliação se dará, não simplesmente pelo produto, mas, especialmente, por todo o processo, até se atingir o objetivo. Serão levados em conta a criatividade, a organização, o capricho, a participação, a cooperação e a limpeza.

É essencial que se respeite o conhecimento prévio de cada aluno, conforme Torres e Irale (2014, p.61) descrevem tão bem:

> Portanto, rejeitam fortemente a metodologia de reprodução do conhecimento, que coloca o aluno como sujeito passivo no processo de ensino-aprendizagem. Em oposição a essa abordagem tradicional de ensino, que ainda está fortemente arraigada no cotidiano das escolas, essas propostas reconhecem o conhecimento prévio de cada estudante, sua experiência e seu entendimento de mundo. O processo ensino-aprendizagem não está mais centrado na figura do professor e o aluno exerce nele papel fundamental. O professor atua na criação de contextos e ambientes adequados para que o aluno possa desenvolver suas habilidades sociais e cognitivas de modo criativo, na interação com outrem.

Dessa forma, é sempre bom dialogar com a turma a respeito do tema que se pretende explorar, dando a oportunidade para que ela proponha soluções e faça indagações.

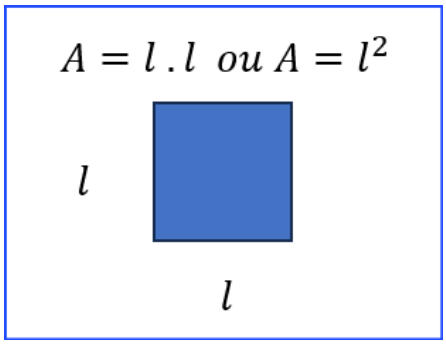
2ª etapa – Revisão de cálculo de áreas de polígonos (50 min)

É muito importante que seja feita uma revisão, tanto teórica quanto prática, de como calcular a área do quadrado, do retângulo (Figuras 01 e 02) e do triângulo (Figuras 3 a 7), para melhor compreensão das atividades com materiais manipuláveis.

Na matemática, as revisões constantes, mesmo de assuntos simples, contribuem para um melhor aprendizado, pois, gradualmente, estas informações vão se tornando mais claras na mente do discente. Além de se explicar as variáveis de cada fórmula, é importante, na medida do possível, que o estudante veja a lógica da fórmula, isto lhe facultará compreendê-la, ao ponto em que esta deixará de ser uma "fórmula" e passará a ser a ação lógica a ser tomada, como é o caso do cálculo da área do quadrado (Figura 01)

Estudar o cálculo de áreas dará subsídios para o aluno compreender melhor as relações pitagóricas do triângulo retângulo, especialmente a do quadrado e a do triângulo.

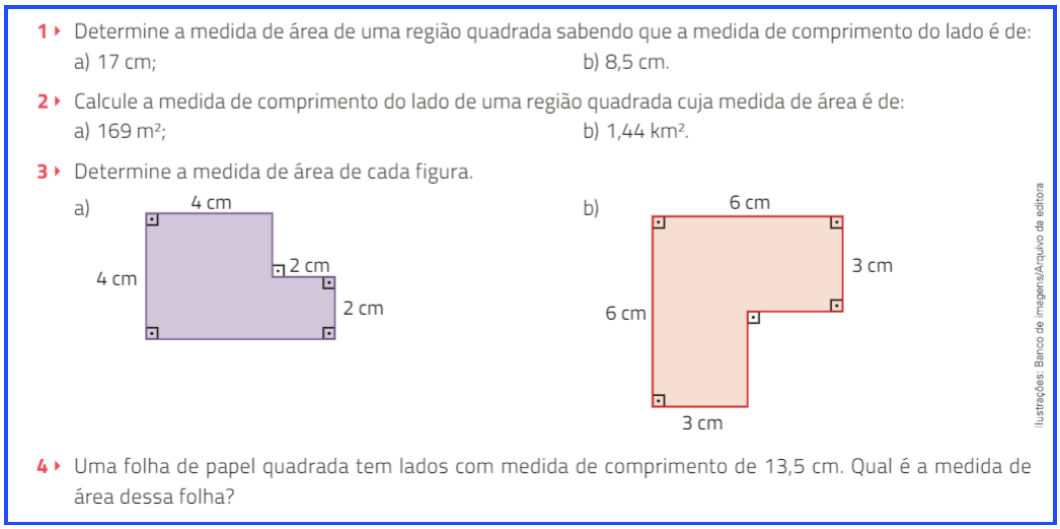
Figura 01 – Fórmula da área do quadrado



Fonte: Autor

Os exercícios de fixação devem ser variados, mostrando para os alunos que a matemática se aplica ao contexto do mundo real. Isto os auxiliará a compreenderem melhor como estas informações podem ser necessárias no cotidiano. (Figura 02)

Figura 02 - Exercícios de cálculo de área do quadrado


1 Determine a medida de área de uma região quadrada sabendo que a medida de comprimento do lado é de:
a) 17 cm; b) 8,5 cm.

2 Calcule a medida de comprimento do lado de uma região quadrada cuja medida de área é de:
a) 169 m²; b) 1,44 km².

3 Determine a medida de área de cada figura.

a) 4 cm, 4 cm, 2 cm, 2 cm

b) 6 cm, 3 cm, 6 cm, 3 cm

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

4 Uma folha de papel quadrada tem lados com medida de comprimento de 13,5 cm. Qual é a medida de área dessa folha?

Fonte: Dante (2019)

Conhecer as características do triângulo é um requisito para se poder realizar os cálculos de área. Quando se possui a altura do triângulo h (Figura 03), pode-se diretamente utilizar a fórmula da sua área: Figura 04. Quando não se possui a altura (Figura 07), mas se conhece todos os lados, pode-se optar pela fórmula de Heron (Figura 06), que necessita apenas das medidas dos lados do triângulo. É claro que, com a inserção do Teorema de Pitágoras e sendo o triângulo retângulo, pode-se utilizar qualquer uma das duas fórmulas (Figura 04 ou 06).

Figura 03 – Região triangular

1 ▸ Você acha que é útil ter a possibilidade de calcular a medida de área de uma região triangular usando diferentes fórmulas? Justifique sua resposta.

2 ▸ Calcule a medida de área deste terreno triangular, que contém um ângulo interno reto e lados de medida de comprimento de 6 m, 8 m e 10 m. Utilize a fórmula estudada neste capítulo e, em seguida, a fórmula de Heron.

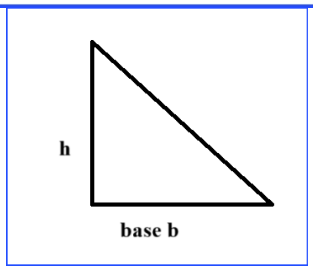
Paulo Manzi/Arquivo da editora

3 ▸ Calcule a medida de área de cada região triangular descrita, usando a fórmula que julgar mais conveniente.

a) Região triangular com lados de medida de comprimento de 10 cm, 26 cm e 24 cm.

b) Região triangular com um lado de medida de comprimento de 12,4 cm e altura correspondente de medida de comprimento 5 cm.

4 ▸ Calcule, pelas 2 fórmulas dadas, a medida de área de uma região triangular cujo contorno é um triangulo retângulo de lados de medida de comprimento de 5 cm, 12 cm e 13 cm.



Fonte: Autor

Figura 04 – Fórmula do cálculo do triângulo

$$A = \frac{b.h}{2} \text{ ou } \frac{1}{2}bh$$

Fonte: Autor

Figura 05 – Exercícios de cálculo de área do triângulo

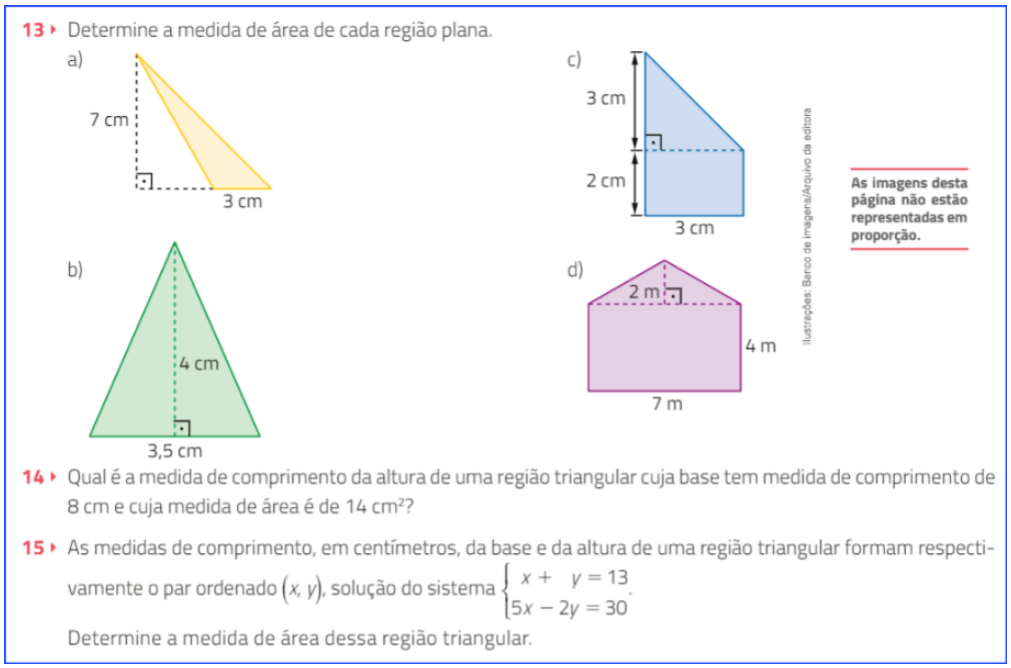
Fonte: Dante (2019)

Figura 06 – Fórmula de Heron de cálculo de área do triângulo

$$\mathrm{A} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}\text{ , com } p = \frac{a+b+c}{2}$$

Fonte: Autor

Figura 07 – Exercícios de cálculo de área do triângulo

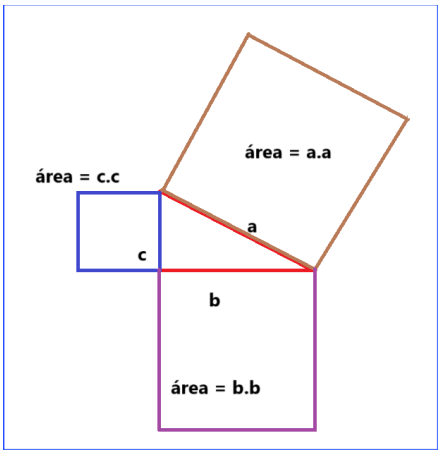


Fonte: Dante (2019)

3ª etapa – Apresentação do Teorema de Pitágoras (60 min)

O professor deverá apresentar o triângulo retângulo com as suas relações entre os lados, assim como os nomes dos elementos (Figura 09). É necessário resolver alguns exercícios, explicar as aplicações e disponibilizar exercícios para serem resolvidos pelos estudantes, revisando-os posteriormente (Figuras 08, 10).

Figura 08 – Fundamentos do Teorema de Pitágoras

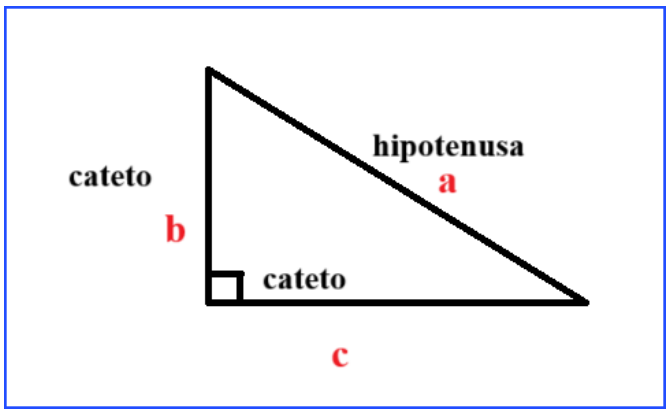


Fonte: Autor

Basicamente, pode-se afirmar que em qualquer triângulo *retângulo*, o quadrado do comprimento da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos comprimentos dos catetos. (Figura 09)

Que pode ser representada pela fórmula: $a^2 = b^2 + c^2$

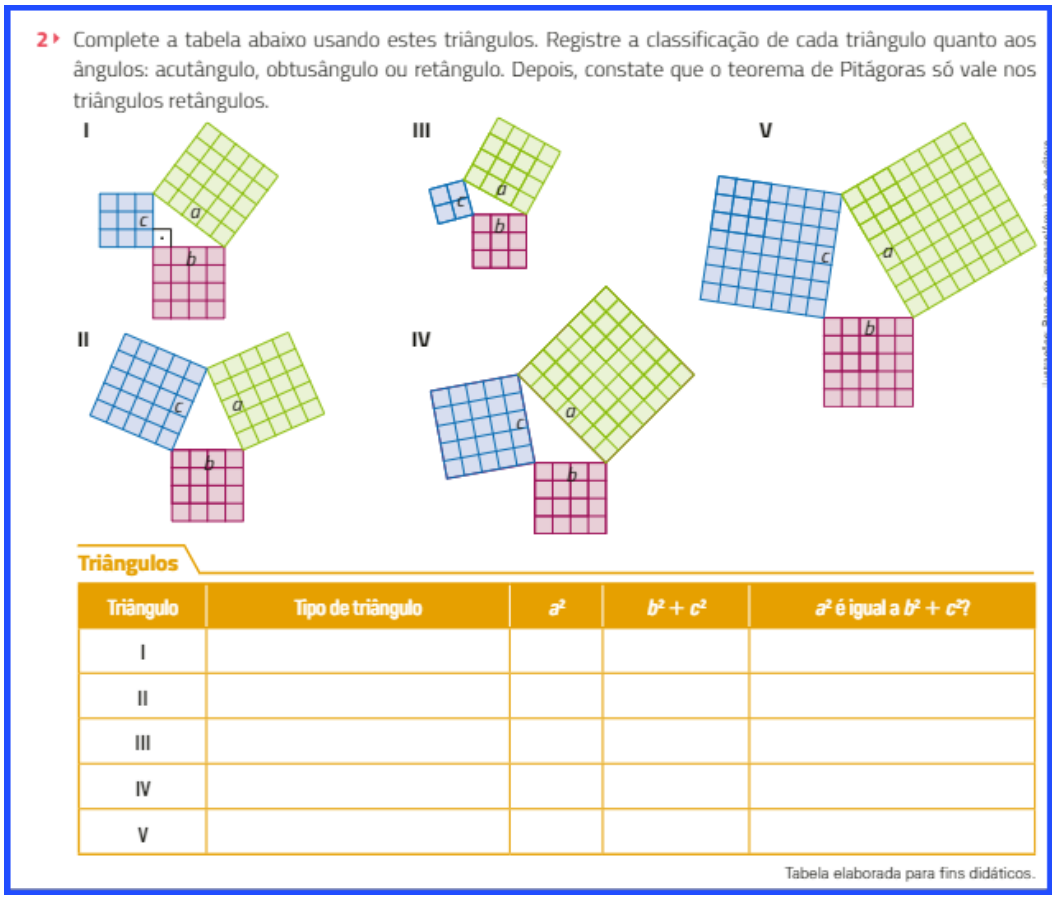
Figura 09 – Elementos do triângulo retângulo



Fonte: Autor

Os exercícios da Figura 10 são particularmente interessantes porque, por si só, eles já mostram a relação única entre os lados do triângulo retângulo, onde o quadrado maior deles corresponde exatamente à soma dos outros dois quadrados, o que não ocorre com os demais triângulos.

Figura 10 – Exercícios do Teorema de Pitágoras



2 Complete a tabela abaixo usando estes triângulos. Registre a classificação de cada triângulo quanto aos ângulos: acutângulo, obtusângulo ou retângulo. Depois, constate que o teorema de Pitágoras só vale nos triângulos retângulos.

I III V

II IV

Triângulos

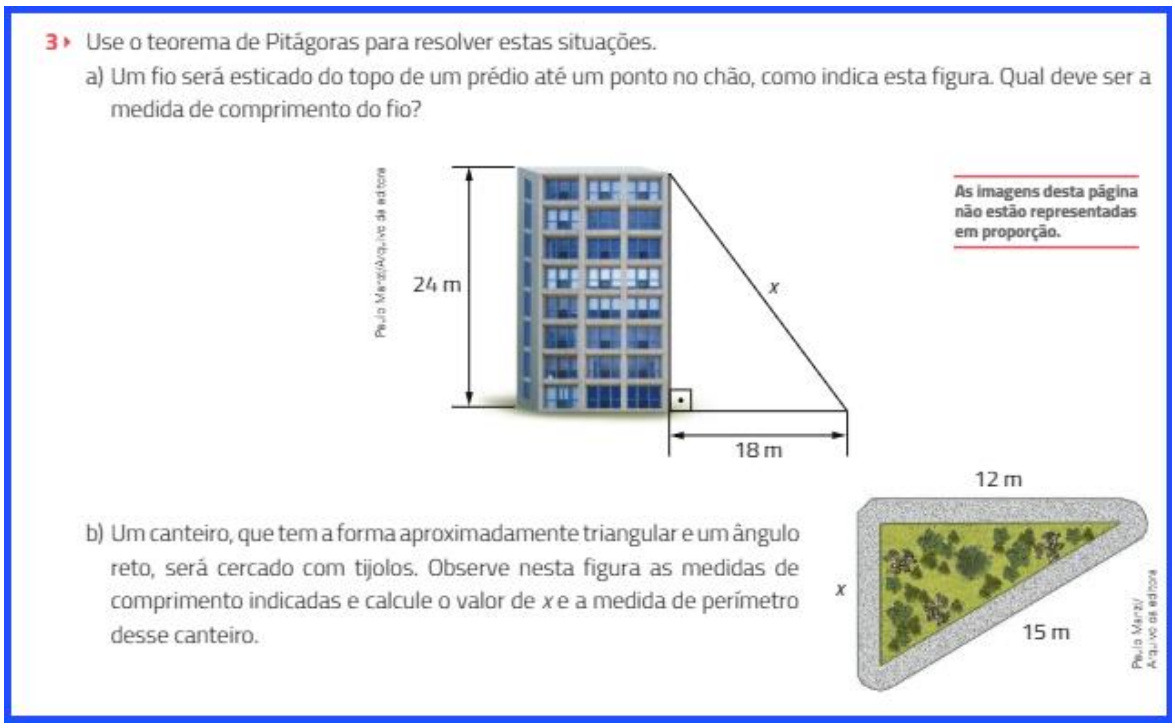
Triângulo	Tipo de triângulo	a^2	$b^2 + c^2$	a^2 é igual a $b^2 + c^2$?
I				
II				
III				
IV				
V				

Tabela elaborada para fins didáticos.

Fonte: Dante (2019)

O exercício da Figura 11 é bastante instrutivo porque, não apenas fixa o conhecimento, mas também o aplica a contextos do mundo real, vinculando a teoria a situações concretas do cotidiano.

Figura 11 – Exercícios do Teorema de Pitágoras



Fonte: Dante (2019)

4ª etapa – Organização da sala de aula (10 min)

- Distribuir a turma em grupos de 3 ou 4 estudantes.
- Orientar os discentes a separarem o material necessário para as atividades: e.v.a. ou papel colorido de cores variadas, régua de 30 cm, esquadros, tesoura, papel A4, lápis e borracha.
- Repassar as orientações de cada um dos projetos à medida em que forem sendo concluídos.

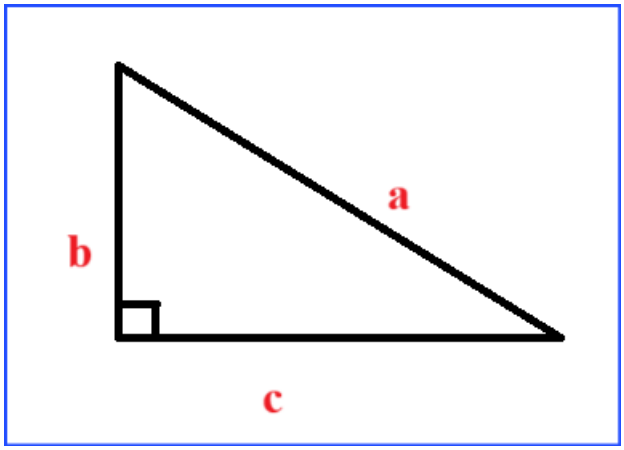
5ª etapa – Construção dos triângulos retângulos com materiais manipuláveis (220 min)

Esta etapa é composta por quatro atividades práticas e a descrição de como poderá ser feita a avaliação.

<u>Atividade 01:</u> Demonstração com quadrados (50 min)

Passo 1: Em uma folha de papel A4, desenhe um triângulo retângulo qualquer, sendo que as medidas dos dois catetos, preferencialmente, tenham valores inteiros, para facilitar os cálculos e as medidas. (Figura 12)

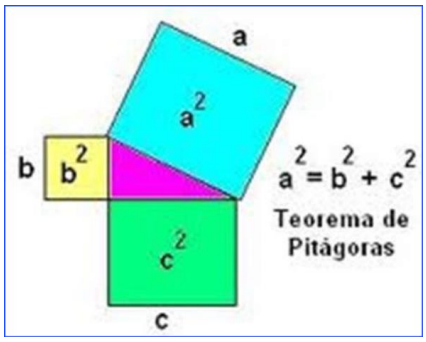
Figura 12 – Triângulo a ser desenhado



Fonte: Autor

Passo 2: Em seguida, com e.v.a. ou papel colorido de 3 cores, desenhe 3 quadrados: um com lado de medida de comprimento a, outro com lado de medida de comprimento b e outro com lado de medida de comprimento c, como na Figura 12, com cores diferentes.

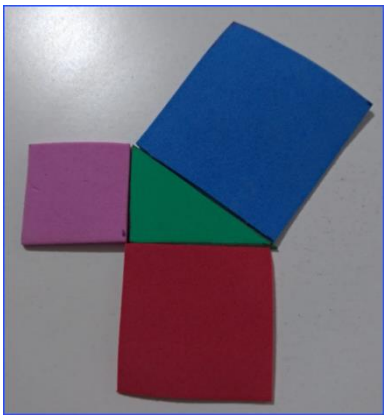
Figura 13 – Triângulo a ser desenhado



Fonte: Pinterest.com

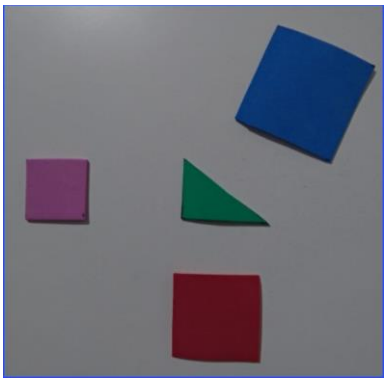
Passo 3: Recorte os quadrados e pregue-os aos lados correspondentes do triângulo, como nas Figuras 13, 14 e 15.

Figura 14 – Quadrados recortados



Fonte: Autor

Figura 15 – Quadrados próximos ao triângulo



Fonte: autor

Passo 4: Calcule as áreas de cada um dos quadrados. Compare a área do quadrado maior (a^2) com a soma dos dois outros quadrados ($b^2 + c^2$).

Passo 5: Discuta o resultado em grupo. Tente compreender o que ocorreu. Anote as conclusões. Neste momento, pode-se incluir respostas às seguintes questões:

- Qual é a área de cada um dos dois quadrados menores?
- Que relação existe entre a soma dessas áreas e a área do quadrado maior?
- A que conclusões se pode chegar?

Passo 6: Avalie os resultados dos demais grupos. Verifique se a igualdade se manteve em diferentes triângulos, considerando que cada grupo o fez com medidas diferentes.

Atividade 02: Demonstração geométrica (50 min)

Esta atividade é muito interessante de ser realizada, visto que é uma demonstração do teorema de Pitágoras de forma geométrica. É também bastante agradável, visto que envolve desenhos, medidas, cálculos, mediada por objetos concretos manipuláveis.

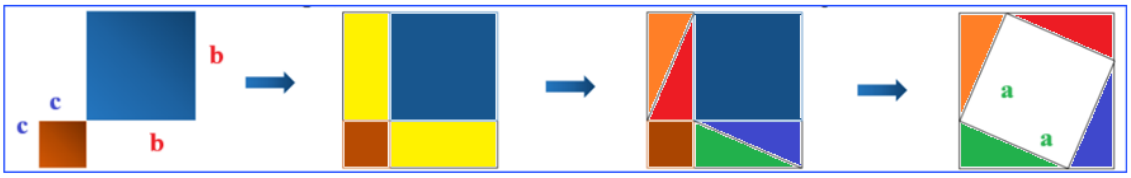
A sequência da Figura 16 é formada por quatro desenhos que representam uma ação em movimento e as setas indicam a ordem das mudanças dos objetos formados. O primeiro desenho mostra dois quadrados que são unidos pelo vértice. No segundo desenho, aos dois quadrados são acrescidos dois retângulos congruentes que juntos formam um outro quadrado, um pouco maior. No terceiro desenho, estes dois retângulos são cortados diagonalmente, formando quatro triângulos. No quarto desenho, os dois quadrados são deixados à parte e um novo quadrado é formado pela disposição apropriada dos quatro triângulos, que foram realçados com cores para melhor visualização.

Este último quadrado é muito importante porque a sua área é idêntica à soma das áreas dos dois primeiros quadrados, os do primeiro desenho. Se considerarmos que as variáveis a, b e c representam os lados dos quadrados, chegamos à seguinte conclusão:

$$b^2 + c^2 = a^2$$

Este resultado nos leva ao nosso teorema e é exatamente isto que se deseja que os discentes concluam nas atividades.

Figura 16 (editada) – Uma demonstração do Teorema de Pitágoras

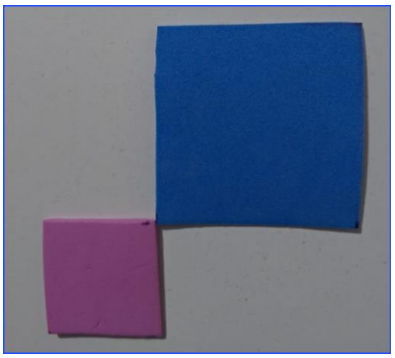


Fonte: Duarte (2022)

Passo 1: Desenhar dois quadrados no e.v.a. ou no papel colorido, de preferência com cores diferentes (Figura 16).

Passo 2: Recortar os dois quadrados e colá-los com os vértices próximos, conforme a Figura 17.

Figura 17 – Quadrados recortados

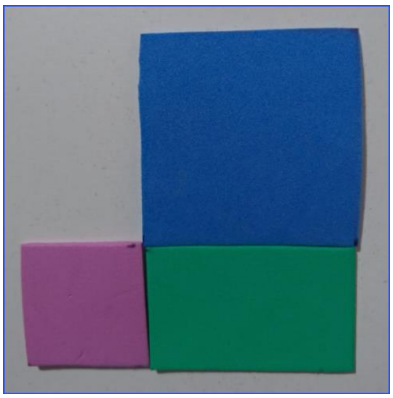


Fonte: Autor

Passo 3: Desenhar um quadrado maior que englobe os dois primeiros quadrados, conforme Figura 16.

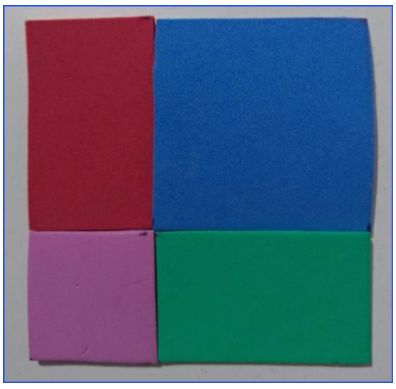
Passo 4: Recortar os dois retângulos, conforme a Figuras 17 e 18.

Figura 17 – Primeiro retângulo recortado



Fonte: Autor

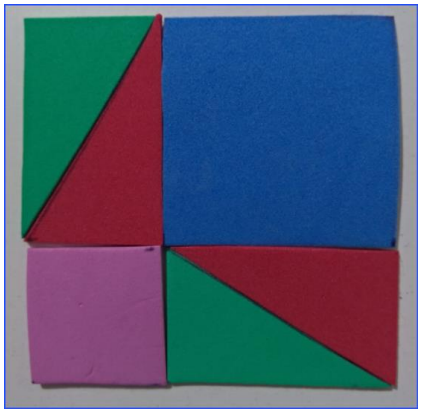
Figura 18 – Segundo quadrado recortado



Fonte: Autor

Passo 5: Com o lápis, traçar uma diagonal ligando os vértices nos dois retângulos. Logo em seguida, recorte as diagonais dos retângulos, formando 4 triângulos (Figuras 16 e 19).

Figura 19 – Retângulos recortados diagonalmente



Fonte: Autor

Passo 6: Cole os quatro triângulos numa outra folha, de modo tal que eles formem um quadrado, conforme as Figuras 16 e 20.

Figura 20 – Triângulos formando um quadrado

Fonte: Autor

Passo 7: Calcule as áreas dos dois quadrados iniciais, Figura 17, e a área do último quadrado, formado pelos quatro triângulos, Figura 20. Some as áreas dos dois primeiros e compare com a área do último quadrado, da seguinte forma:

$$\mathbf{b^2 + c^2 = a^2}$$

Passo 8: Discuta os resultados com os grupos e registre as conclusões, incluindo as respostas às seguintes questões:

- Os quadrados menores correspondem a quais lados do triângulo?
- Qual é a área de cada um dos dois quadrados menores?

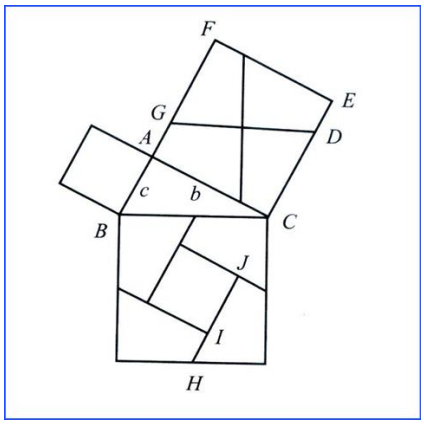
- Qual é a área do quadrado maior?
- Que relação existe entre a soma das áreas dos quadrados menores e a área do quadrado maior?
- No quadrado maior, no final, cada lado corresponde a qual lado do triângulo?

<u>Atividade 03:</u> A Demonstração de Henry Perigal (60 min)

Esta demonstração geométrica do teorema de Pitágoras, de Henry Perigal, é simples e interessante, porque é facilmente observável. (Figura 21) Desenvolver esta atividade em sala de aula será uma diversão, porque, além de contar com algumas atividades que demandam habilidades básicas de desenho técnico, ainda forma um quebra-cabeças para se montar.

Observando-se a Figura 21, percebe-se que, com as medidas dos catetos e da hipotenusa, são formados 3 quadrados ao redor do triângulo retângulo. Daí, o quadrado correspondente ao maior cateto será particionado e, junto com o quadrado correspondente ao menor cateto, cobrirão completamente o quadrado relativo às medidas da hipotenusa, demonstrando, assim, o teorema pitagórico. É interessante notar que se deve particionar o quadrado maior quando houver, pois, se os catetos forem iguais, poderá ser utilizado qualquer um e, neste caso, teremos o quadrado do cateto menor somado aos quatro triângulos que serão equiláteros para recobrir todo o quadrado com as medidas da hipotenusa.

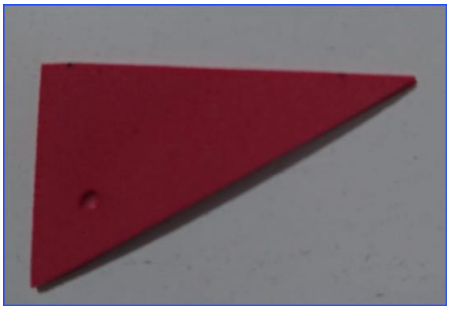
Figura 21 – Proposta de Perigal



Fonte: Santos (2011)

Passo 1: Desenhar o triângulo retângulo (ABC). Este pode ter os catetos iguais ou diferentes. Na Figura 22 o triângulo possui os catetos diferentes.

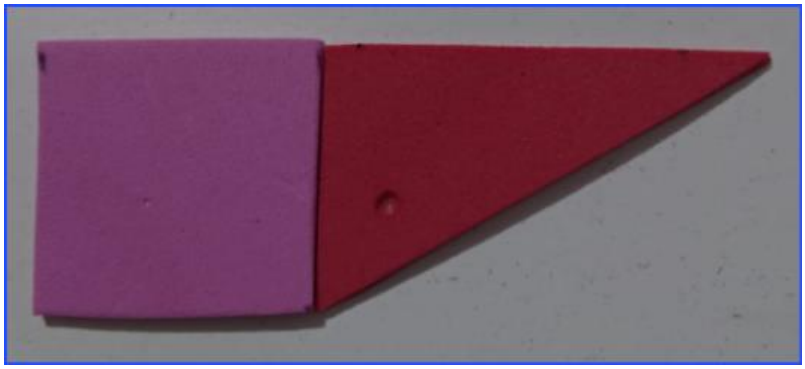
Figura 22 – O triângulo retângulo



Fonte: Autor

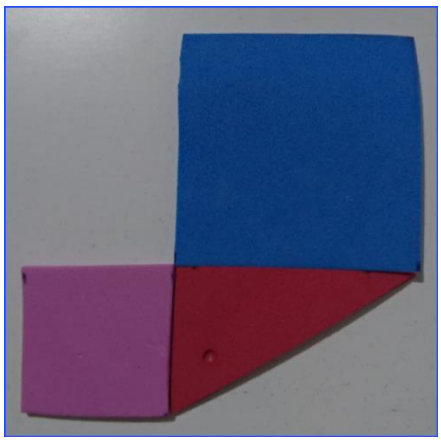
Passo 2: Desenhar os quadrados com as medidas correspondentes aos catetos (Figuras 23, 24, 25).

Figura 23 – Um quadrado correspondente a um cateto



Fonte: Autor

Figura 24 – Dois quadrados correspondentes aos dois catetos



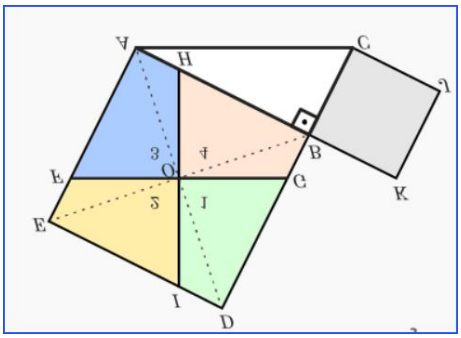
Fonte: Autor

Passo 3: Encontre o centro do quadrado correspondente ao cateto maior, quadrado ABDE na Figura 25. Para encontrar o centro, basta encontrar o ponto onde as diagonais se cruzam. Na Figura 25 as diagonais foram feitas com linhas tracejadas.

Passo 4: Ainda no quadrado maior, ABDE, traçar um segmento de reta paralela à hipotenusa passando sobre o centro do quadrado, conforme a Figura 25.

Passo 5: Agora, traçar um segmento FG paralelo à hipotenusa, passando pelo centro do quadrado, de modo que F esteja no lado AE e G no lado BD. Em seguida, traçar um segmento HI perpendicular ao segmento FG, também pelo centro do quadrado, conforme a Figura 25.

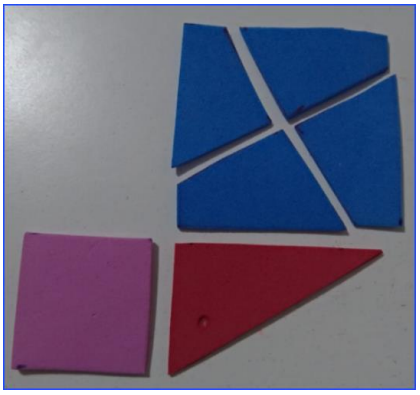
Figura 25 – Proposta de Perigal



Fonte: Kilhian (2018)

Passo 6: Recortar o quadrado ABDE em quatro partes, formadas pelos dois segmentos de retas que se cruzam (Figuras 25 e 26).

Figura 26 – Quadrado maior recortado



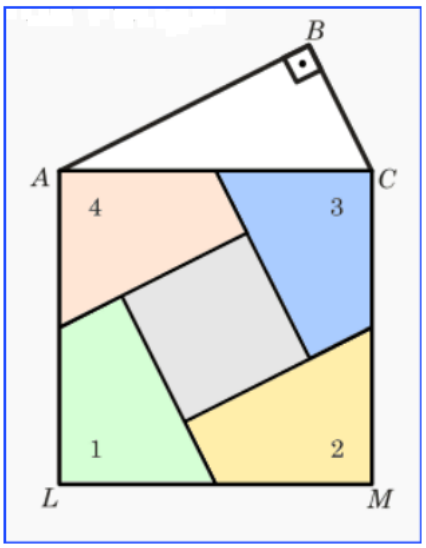
Fonte: Autor

Passo 7: Recobrir o quadrado correspondente à hipotenusa com as quatro partes do quadrado ABDE juntamente com o quadrado menor, de modo que ele fique totalmente coberto. (Figuras 27, 28 e 29)

Passo 8: Analisar os resultados, discutir as conclusões com os colegas e registrá-las, respondendo às seguintes perguntas:

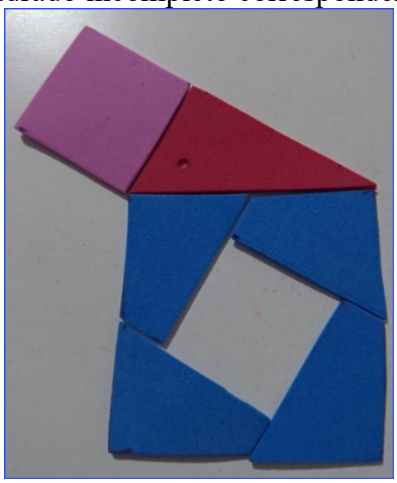
- O quadrado menor corresponde a qual lado do triângulo?
- O quadrado médio corresponde a qual lado do triângulo?
- Qual é a área de cada um dos dois quadrados menores?
- Que relação existe entre a soma dessas áreas e a área do quadrado maior?
- No quadrado maior, cada lado corresponde a qual lado do triângulo?

Figura 27 – Proposta de Perigal



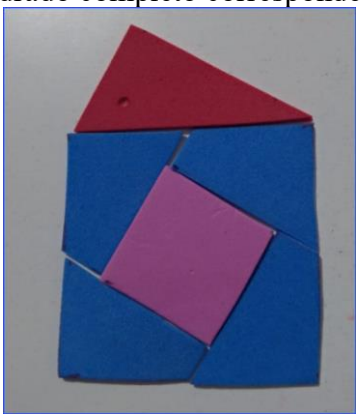
Fonte: Kilhian (2018)

Figura 28 – Quadrado incompleto correspondente à hipotenusa



Fonte: Autor

Figura 29 – Quadrado completo correspondente à hipotenusa



Fonte: Autor

<u>Atividade 04:</u> Tangram e o Teorema de Pitágoras (60 min)

O Tangram é um quebra-cabeças geométrico chinês formado por 7 peças, chamadas tans: são 2 triângulos grandes, 2 triângulos pequenos, 1 triângulo médio, 1 quadrado e 1 paralelogramo. Com ele é possível formar milhares de figuras geométricas diferentes. Mas, desta vez, nós o usaremos para demonstrar o Teorema de Pitágoras, formando quadrados.

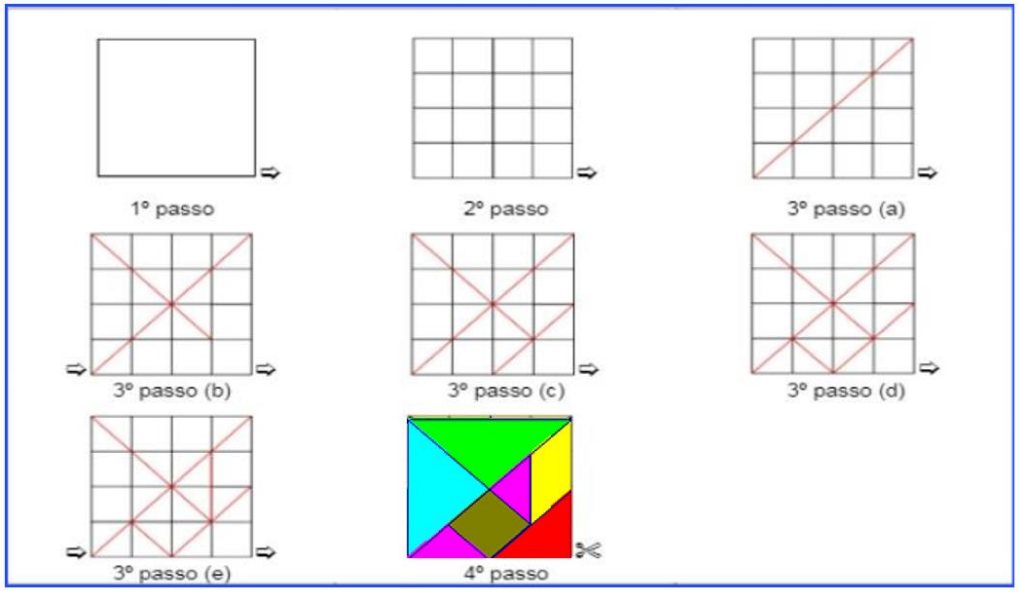
Esta atividade possui duas etapas: a primeira é a construção propriamente dita do Tangram e a segunda é a demonstração do teorema utilizando o Tangram.

Para construir o Tangram serão necessários e.v.a. ou papel colorido com 6 cores, para formar as 7 peças, já que duas peças possuem a mesma cor. A sua construção é simples, pois na Figura 29 encontramos a sequência didática da sua formação, que exige um pouco de capricho, mas é simples de acompanhar.

Uma vez concluído, o Tangram poderá ser utilizado, primeiramente para formar quadrados correspondentes aos catetos que são iguais e depois, ao juntar as 7 partes, formar o quadrado maior correspondente à hipotenusa. O ideal nesta atividade é que cada grupo produzisse dois Tangrams idênticos, assim teriam condições de formar o desenho completo da Figura 29.

Passo 1: Para construir o Tangram, comece por recortar uma folha de papel ou e.v.a. no formato quadrado, com 20 cm de cada lado (Figuras 29 e 30).

Figura 29 – Processo de construção do Tangram (editada)



Fonte: Padilha (2011)

Figura 30 – Quadrado 20x20 cm

Fonte: Autor

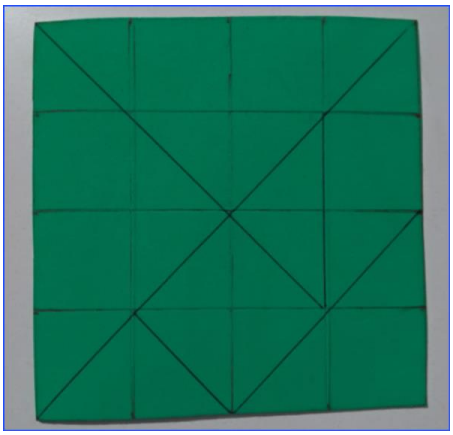
Passo 2: Com o lápis, faça 16 quadrinhos, com dimensões de 5x5 cm (figuras 29 e 31).

Figura 31 – Quadrado quadriculado

Fonte: Autor

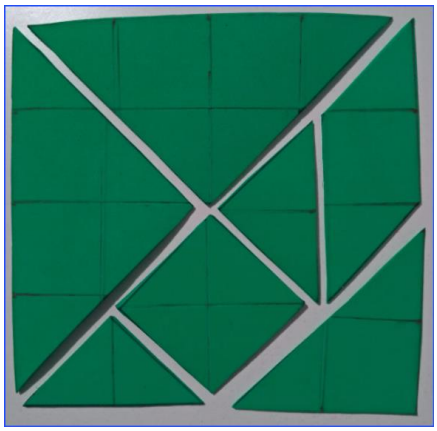
Passo 3: Trace duas diagonais, sendo a segunda diagonal incompleta, conforme mostram as Figuras 29 e 32. Dê sequência no desenho, conforme os passos das Figuras 29 e 32 até o 3º passo. Daí, recorte os 7 objetos geométricos formados (2 triângulos grandes, 2 triângulos pequenos, 1 triângulo médio, 1 quadrado e 1 paralelogramo), conforme Figuras 29 e 33. Após recortá-los, monte o quadrado que representa o quarto passo da Figura 29.

Figura 32 – Quadrado com diagonais



Fonte: Autor

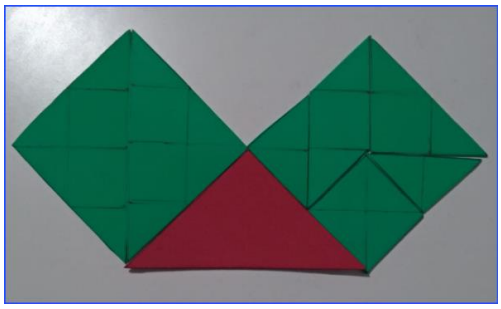
Figura 33 – Quadrado recortado



Fonte: Autor

Passo 4: Desenhe um triângulo retângulo com os dois catetos medindo 14,14 cm cada (Figura 34).

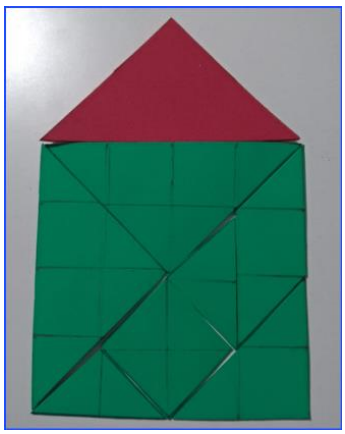
Figura 34 – Formação de dois quadrados correspondentes aos catetos



Fonte: Autor

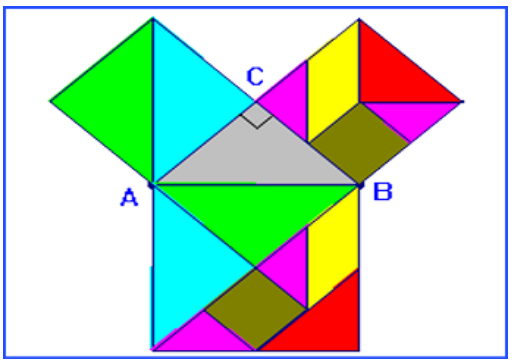
Passo 5: Caso tenha feito dois Tangrams iguais, poderá montá-los ao redor do triângulo, conforme mostra a Figura 36, caso contrário, será como na Figura 35.

Figura 35 – Formação de um quadrado correspondente à hipotenusa



Fonte: Autor

Figura 36 – Tangram e o Teorema de Pitágoras



Fonte: Guimarães (2012)

Passo 6: Discuta com os membros do grupo as conclusões a que chegaram e registre-as no caderno, incluindo respostas às seguintes questões:

- Os quadrados menores correspondem a quais lados do triângulo?

- Qual é a área de cada um dos dois quadrados menores?
- Que relação existe entre a soma dessas áreas e a área do quadrado maior?
- No quadrado maior, o final, cada lado corresponde a qual lado do triângulo?

Avaliação

A avaliação escolar faz parte da prática docente e encontra-se intrinsicamente ligada ao processo de ensino e aprendizagem, pois é essencial, tanto para o docente quanto para o discente. Pavanello e Nogueira (2006) explicitam muito bem esta importância ao afirmarem:

> Se há um ponto de convergência nos estudos sobre a avaliação escolar é o de que ela é essencial à prática educativa e indissociável desta, uma vez que é por meio dela que o professor pode acompanhar se o progresso de seus alunos está ocorrendo de acordo com suas expectativas ou se há necessidade de repensar sua ação pedagógica. Quanto ao aluno, a avaliação permite que ele saiba como está seu desempenho do ponto de vista do professor, bem como se existem lacunas no seu aprendizado às quais ele precisa estar atento. (pág. 2)

De modo que o bom êxito das aulas depende não apenas da qualidade do conteúdo abordado, mas também de como se dá a avaliação do processo, para que tanto o professor quanto os alunos possam verificar se os objetivos estão sendo alcançados. Estas avaliações podem ser variadas, para que se possa contemplar as diversas facetas das atividades. Elas podem ser feitas ao final de cada atividade ou ao final de todas as atividades concluídas. Algumas possibilidades de avaliações são as seguintes:

- Discussões em grupo**:** O professor pode observar como transcorrem as discussões temáticas dentro do grupo, para verificar a compreensão e a aplicação dos conceitos.
- Desenvolvimento do projeto no grupo**:** Avaliar a participação e a capacidade dos alunos no desenvolvimento das atividades do grupo.
- Relatório escrito: Os grupos podem apresentar um relatório detalhando o processo, as soluções e as conclusões encontradas.
- Monitoramento**:** Observar a dinâmica do grupo e a atividade individual durante o desenvolvimento dos projetos.

Referências

DANTE, Luiz Roberto. **Teláris matemática, 8º ano: ensino fundamental, anos finais**. 3. ed. São Paulo, Ática, 2019.

DUARTE, Augusto Mendes; YAMAMOTO, Fábio Seidi Osiro. **Vista do Trincas Pitagóricas e Números Figurados: Um Enfoque Histórico Para o Ensino do Teorema de Pitágoras**. Revista Paranaense de Educação Matemática, Campo Mourão, PR, Brasil, v.11, n.24, p. 505-526, jan.-abril, 2022. Disponível em https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/6732/4791 Acesso em 11/01/2025

GERVÁZIO, S. N. Materiais concretos e manipulativos: uma alternativa para simplificar o processo de ensino/aprendizagem da matemática e incentivar à pesquisa. **C.Q.D. -**

Revista Eletrônica Paulista de Matemática, Bauru, v. 9, 2017. Disponível em: https://sistemas.fc.unesp.br/ojs/index.php/revistacqd/article/view/111 . Acesso em: 20 jan. 2025.

GUIMARÃES, M.; Villela, L. Teorema de Pitágoras e o tangram. 2012. Disponível em: https://expressaomatematica.blogspot.com/2012/08/teorema-de-pitagoras e-o-tangram.html. Acesso em: 12/01/2025.

KILHIAN, Kleber. Teorema de Pitágoras - Método de Perigal. Publicado em 24/11/2018. URL: https://www.obaricentrodamente.com/2018/11/teorema-de-pitagoras-metodo-de-perigal.html Acesso em 12/01/2025

PERETTI, L.; TONIN DA COSTA, G. M. Sequência Didática na Matemática. Instituto de Desenvolvimento Educacional do Alto Uruguai – IDEAU. Revista de Educação do IDEAU, Vol. 8 – Nº 17 - Janeiro – Junho, 2013. Disponível em: https://www.caxias.ideau.com.br/wp-content/files_mf/8879e1ae8b4fdf5e694b9e6c23ec4d5d31_1.pdf, Acesso em 11/02/2025

MOURA, M. O. A séria busca no jogo: do lúdico na matemática. In: KISHIMOTO, T. M. (Org.). Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação. 9. ed. São Paulo: Cortez, 2006. p. 73 87.

PADILHA, D. P. M. **A aplicabilidade do tangram na matemática**. Ariquemes, p.7. 2011. Disponível em: https://docplayer.com.br/3132800-A aplicabilidade-do-tangram-na-matematicaresumo.html. Acesso em: 12/01/2025.

PAVANELLO, Regina Maria e NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius. **Avaliação em Matemática: algumas considerações.** *Est. Aval. Educ.* [online]. 2006, vol.17, n.33, pp.29-42. ISSN 0103-6831. Disponível em http://educa.fcc.org.br/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S0103-68312006000100002&lng=pt . Acesso em 05/02/2025.

RUSSO, Giullanny. **O que é uma sequência didática?** Edocente. Disponível em https://www.edocente.com.br/sequencia-didatica-para-educacao-basica/,2019. Acesso em 08/01/2025

SANTOS, Grazielle Kelly Rodrigues dos. **Como usar a sequência didática em sua escola**. Tutor Mundi, 2024. Disponível em https://tutormundi.com/blog/sequencia-didatica/ Acesso em 08/01/2025.

SANTOS, Marconi Coelho dos. **Teorema de Pitágoras: suas diversas demonstrações**. 2011. 41 p. Superior – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande – Pb., 2011. Disponível em https://dspace.bc.uepb.edu.br/jspui/bitstream/123456789/678/1/PDF%20-%20Marconi%20Coelho%20dos%20Santos.pdf Acesso em 17/11/2024

SÃO PAULO. Secretaria de Educação do Munícipio de São Paulo. Orientações Curriculares e Proposição de Expectativas de Aprendizagem Para o Ensino Fundamental: Ciclo II, São Paulo, 2007. Disponível em: https://educacao.sme.prefeitura.sp.gov.br/wp-content/uploads/Portals/1/Files/16245.pdf. Acesso em 12/02/2025.

TORRES, P. L.; IRALE, E. A. F. **Aprendizagem Colaborativa: Teoria e Prática**, Coleção Agrinho, USP, 2014. Disponível em

https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4514719/mod_folder/content/0/Aprendizagem-colaborativa.pdf Acesso em 09/01/25

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

Explorando as relações métricas e o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo com materiais concretos

Marciel Lima de Camargos
Orientadora: Prof.ª Dr.ª Juliana Bernardes Borges da Cunha

Introdução

Este trabalho apresenta uma sequência didática sobre o conteúdo de geometria para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, utilizando o jogo como uma ferramenta pedagógica para tornar o ensino mais dinâmico e interessante. A Base Nacional Comum Curricular - BNCC Brasil (2018, p.271) estabelece que o ensino de "Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento".

Ainda conforme a Base Nacional Comum Curricular,

> No Ensino Fundamental – Anos Finais, o ensino de Geometria precisa ser visto como consolidação e ampliação das aprendizagens realizadas. Nessa etapa, devem ser enfatizadas também as tarefas que analisam e produzem transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, de modo a desenvolver os conceitos de congruência e semelhança. Esses conceitos devem ter destaque nessa fase do Ensino Fundamental, de modo que os alunos sejam capazes de reconhecer as condições necessárias e suficientes para obter triângulos congruentes ou semelhantes e que saibam aplicar esse conhecimento para realizar demonstrações simples, contribuindo para a formação de um tipo de raciocínio importante para a Matemática, o raciocínio hipotético-dedutivo. (Brasil, 2018, p.272)

A geometria é uma disciplina fundamental para o estudo da matemática e para o desenvolvimento humano. No entanto, sempre enfrentou desafios significativos no âmbito educacional. Esses desafios se manifestam tanto no processo de ensino, onde muitas vezes faltam abordagens didáticas eficazes, quanto no processo de aprendizagem, que exige dos estudantes habilidades para compreender conceitos e aplicações. Essa realidade destaca a necessidade de estratégias pedagógicas inovadoras que tornem o ensino da geometria mais acessível e atrativo, promovendo um aprendizado mais significativo e conectado ao cotidiano dos alunos. (Silva e Barbosa, 2022).

O ensino de geometria, muitas vezes é negligenciado nas salas de aula da rede pública, e a principal justificativa para essa omissão é a falta de tempo, evidenciando uma inquietação sobre como integrar esse tema fundamental de forma mais efetiva e contínua no currículo escolar. Segundo Ferrarezi (2004),

> É visível o descaso do ensino da geometria entre os professores de matemática da rede pública, como também uma inquietação em relação a ele. Há, entre os professores, sempre um grupo determinado a ensiná-la, seja por definição em planejamento escolar ou por seguirem o livro didático, o que é realizado no final do ano letivo em sua respectiva sala de aula. A justificativa dada para o não cumprimento do programa de geometria é sempre a falta de tempo. (Ferrarezi, 2004, p.1).

O estudo da geometria tem um importante papel no currículo de matemática, por estar presente no dia a dia e nas práticas profissionais, como, na arquitetura, na engenharia e nas artes. Como os conteúdos para serem estudados na geometria são muitos, esta sequência didática visa trabalhar as relações métricas no triângulo retângulo e o teorema de Pitágoras. Portanto, esta sequência didática sobre as relações métricas no triângulo retângulo e o teorema de Pitágoras voltada para estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, utilizará o jogo como uma ferramenta pedagógica para tornar as aulas mais dinâmicas e interessantes. O jogo utilizado será um tabuleiro para dois jogadores, e tem como objetivo alinhar 3 células com suas marcas em linha reta. Cada jogador escolhe suas marcas ou fichas e jogam alternadamente numa célula qualquer. Nesse jogo, os participantes devem responder uma lista de exercícios relacionados às relações métricas no triângulo retângulo e o teorema de Pitágoras e a cada resposta correta eles vão marcar uma célula no tabuleiro. Vence aquele que conseguir alinhar três células em linha reta. Este jogo é uma adaptação do "tabuleiro" desenvolvido no trabalho de Ferrarezi (2004) que ressalta a importância dos alunos se envolverem com a tarefa de descobrir a estratégia vencedora, bem como de serem organizadas e discutidas com a ajuda do professor.

Conforme Oliveira (2020, p.8) trabalhar com material manipulável ajuda os alunos a compreender melhor o conteúdo, pois os materiais manipuláveis desempenham um papel fundamental no processo de aprendizagem. Nem sempre o mais adequado é aquele que já está pronto ou que possui uma aparência mais elaborada. Ao se estimular as crianças a criarem seus próprios materiais educativos, está se promovendo um aprendizado mais significativo, facilitando o desenvolvimento de suas habilidades. É nesse contexto que se percebe como a participação ativa das crianças valida esse processo.

O ensino da geometria no ensino fundamental é essencial para aproximar os estudantes da matemática de forma prática e significativa. A proposta de integrar jogos matemáticos no ensino de geometria é fundamental para estimular tanto o raciocínio lógico quanto a criatividade dos alunos, além de contribuir para a resolução de problemas reais. Essa abordagem não apenas enriquece a experiência educacional, mas também prepara os estudantes para interpretar e organizar o mundo ao seu redor com clareza e consciência.

A escolha do jogo como estratégia de ensino para elaboração dessa sequência didática parte do pressuposto de que o aprendizado se torna mais significativo quando os alunos participam ativamente e interagem com o conteúdo de forma prática e lúdica. Essa metodologia visa maximizar o aprendizado dos estudantes de conceitos importantes como o Teorema de Pitágoras e as relações métricas no triângulo retângulo, também estimula o raciocínio lógico, a cooperação e a criatividade. Além disso, o trabalho também mostra aos alunos que a matemática está conectada ao mundo real e pode ser fornecida de maneira envolvente e acessível.

O quadro 1, a seguir, descreve as vantagens e desvantagens dos jogos matemáticos conforme Ferrarezi, 2004, p.4.

Quadro 1- Vantagens e desvantagens dos jogos matemáticos

Vantagens	**Desvantagens**
Introdução e desenvolvimento de conceitos de difícil compreensão;	Jogo pelo jogo, quando os jogos são mal utilizados, os alunos não sabem por que jogam;
Desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas;	Muito tempo gasto com atividades de jogos sacrificando outros conteúdos pela falta de tempo;
Aprendizagem e avaliação na tomada decisões;	Falsas concepções de que se devem ensinar todos os conteúdos através dos jogos;
Significação de conceitos;	Perda da "ludicidade" dos jogos pela interferência constante do professor
Interdisciplinaridade;	Exigência que o aluno jogue, destruindo a voluntariedade pertencente à natureza do jogo;
Participação ativa do aluno na construção do seu conhecimento;	Dificuldade de acesso ao material sobre uso de jogos que possam vir a subsidiar o trabalho docente.
Socialização e trabalho em equipe;	
Motivação, criatividade, senso crítico, participação, competição, observação, prazer em aprender;	
Reforço e recuperação de habilidades;	
Identificação, diagnóstico de erros de aprendizagem, de atitudes e das dificuldades dos alunos.	

Fonte - Ferrarezi (2004, p.4) – adaptado pelo autor.

A utilização de jogos no ensino de geometria permite aos alunos interagir com materiais manipuláveis e construir seus próprios recursos, promovendo um aprendizado mais profundo e significativo. O jogo proposto nesta sequência didática – inspirado no "tabuleiro" descrito por Ferrarezi (2004) – potencializa essa interação, pois incentiva os alunos a aplicar os conhecimentos geométricos em um ambiente desafiador e cooperativo. Ao associar conceitos abstratos à prática lúdica, o trabalho torna o conteúdo mais acessível, ajudando a superar dificuldades de aprendizagem e promovendo a autonomia intelectual dos estudantes.

Além disso, esta abordagem oferece uma alternativa ao ensino expositivo tradicional, que muitas vezes se revela ineficaz para captar o interesse dos alunos. O uso do jogo educativo no contexto escolar é uma ferramenta lúdica para facilitar a

compreensão do conteúdo, e ainda fortalece a experiência educacional como um todo, contribuindo para a formação de alunos mais preparados para interpretar e organizar o mundo ao seu redor.

Sendo assim, a proposta atende às demandas por metodologias que conectam o aprendizado escolar ao cotidiano dos estudantes, ampliando suas perspectivas e tornando o ensino de geometria mais eficaz e dinâmico.

Estrutura curricular

Etapa de ensino/Ano ou Série

9º Ano do ensino fundamental.

Área

Matemática

Unidade Temática (BNCC)

Geometria

Objetos de Conhecimento (BNCC)

Relações métricas no triângulo retângulo.

Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração.

Habilidades (BNCC)

(EF09MA13) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos.

Objetivos/Expectativas de Aprendizagem

- Reconhecer as relações métricas envolvendo a hipotenusa, altura, os catetos e suas projeções em um triângulo retângulo.
- Calcular medidas desconhecidas a partir de medidas conhecidas e resolver problemas envolvendo triângulo retângulo utilizando as relações métricas.
- Calcular medidas desconhecidas dos lados de um triângulo retângulo, e resolver problemas utilizando o Teorema de Pitágoras.

Duração das atividades

5 horas-aula

Conhecimentos prévios trabalhados pelo professor com aluno

- Conhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.
- Reconhecer um triângulo com um ângulo de 90º (triângulo retângulo).

Estratégias de ensino e recursos educacionais

Os desafios enfrentados pelos alunos no aprendizado da matemática são muitos e variados, indo desde a dificuldade em compreender os conceitos matemáticos, mesmo com a explicação dos professores, até a incapacidade de aplicar o conhecimento adquirido em situações práticas. Esse cenário gera barreiras não só no entendimento do conteúdo, mas também a falta de percepção sobre a relevância da matemática no cotidiano, o que impacta diretamente o desempenho dos alunos e no desenvolvimento de habilidades essenciais para o dia a dia. (Oliveira, 2020, p.7).

Portanto o papel do professor como mediador no processo de ensino e aprendizagem, é preparar suas aulas de forma a maximizar o aprendizado dos alunos e para isso é preciso realizar um bom plano de ensino. Nesse sentido, o uso de material didático concreto ajuda os alunos a compreender os conceitos matemáticos. Para Oliveira (2020, p.7), "o uso de material didático concreto facilita o processo de aprendizagem para o aluno, sendo possível a construção de conceitos abstratos de modo prático e palpável e ainda aplicá-los ao cotidiano".

Conforma a Base Nacional Comum Curricular,

> Além dos diferentes recursos didáticos e materiais, como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, calculadoras, planilhas eletrônicas e *softwares* de geometria dinâmica, é importante incluir a história da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática. Entretanto, esses recursos e materiais precisam estar integrados a situações que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos. (Brasil, 2018, p. 298).

Descrição da Sequência didática

Portanto a sequência didática proposta iniciará com uma aula de revisão, seguida por uma atividade diagnóstica para identificar as dificuldades e avaliar o desempenho dos alunos. Após esta etapa inicial, será realizada uma aula introdutória com a explicação detalhada do conteúdo de relações métricas no triângulo retângulo e do Teorema de Pitágoras. Em sequência, haverá uma aula focada na aplicação de uma lista de exercícios para fixar o conhecimento adquirido. Posteriormente, será realizada uma aula prática para a construção de um tabuleiro, que será utilizado em um jogo educativo. Por fim, uma última aula será dedicada à execução do jogo, que servirá como uma ferramenta lúdica e interativa para consolidar o aprendizado, incentivando os alunos a realizar cálculos e resolver os desafios propostos de forma dinâmica e envolvente.

Nesse sentido, para melhor entendimento dos alunos acerca do conteúdo apresentado nesta sequência didática, a aula de introdução do conteúdo (relações métricas no triângulo retângulo e o Teorema de Pitágoras) desta sequência didática, será trabalhado

o uso de material didático concreto para ajudar na compreensão e fixação do conhecimento.

O quadro 2 apresenta os materiais que serão utilizados para a confecção do material didático.

Quadro 2 – Lista para construção do material didático

Material	Quantidade
Sucata de metalão / aço carbono 15/15 mm	3,5 metros
EVA	6 folhas
régua	1
cola	1
tesoura	1

Fonte - elaborado pelo autor (2025).

O material didático construído com sucata de metalão tem como objetivo ajudar as pessoas com perda parcial da visão a compreender e entender os conceitos matemáticos aplicados na aula. Esse material pode ser usado pelos demais alunos para ajudar na compreensão do conteúdo.

Esse material pode ser adquirido em qualquer casa de ferragens. Na cidade de Goianésia/GO, esse material está custando R$6,00 o quilo (kg), ou seja, a construção desse material didático que pesa em torno de 1 kg, teve um custo de R$6,00 de material. Não teve custo de mão de obra, pois ambos os triângulos foram confeccionados pelo autor do projeto, conforme a figura 1.

Figura 1 – triângulos semelhantes

Fonte - Acervo do autor.

Os triângulos semelhantes construídos com sucata de metalão representam uma solução didática eficaz. Por serem feitos de aço carbono, possuem uma longa durabilidade e não se deterioram com o uso, o que os tornam ideais para atividades práticas recorrentes. Além disso, esse material pode ser manuseado pelos estudantes, permitindo que comparem os ângulos correspondentes. Essa abordagem visa enriquecer a compreensão dos conceitos geométricos.

O material em EVA será utilizado para representar as relações métricas no triângulo retângulo, com o objetivo de criar um material didático para ajudar os alunos na compreensão e entendimento do conteúdo de geometria abordados.

Conforme Oliveira (2020):

> Os obstáculos e dificuldades encontradas pelos estudantes no momento do aprendizado da matemática propriamente dita são inumeráveis. Existem aqueles que não conseguem entendê-la mesmo o professor ensinando é reprovado em nota e aqueles que quando aprovados, ainda assim, não conseguem aplicar o conhecimento adquirido. Ou seja, não compreendem a sua real importância. Sendo assim, diversos estudos mostram que o uso de materiais manipuláveis produz maior rendimento dos alunos do que a sua utilização, em todas as idades e em todos os anos da escola. (Oliveira, 2020, p.7).

Jogo de Tabuleiro

Após a introdução do conteúdo de Geometria (relações métricas e o teorema de Pitágoras será elaborado o jogo para colocar em prática os conhecimentos adquiridos nas aulas anteriores, e para confecção do jogo serão necessários os materiais conforme o quadro 3.

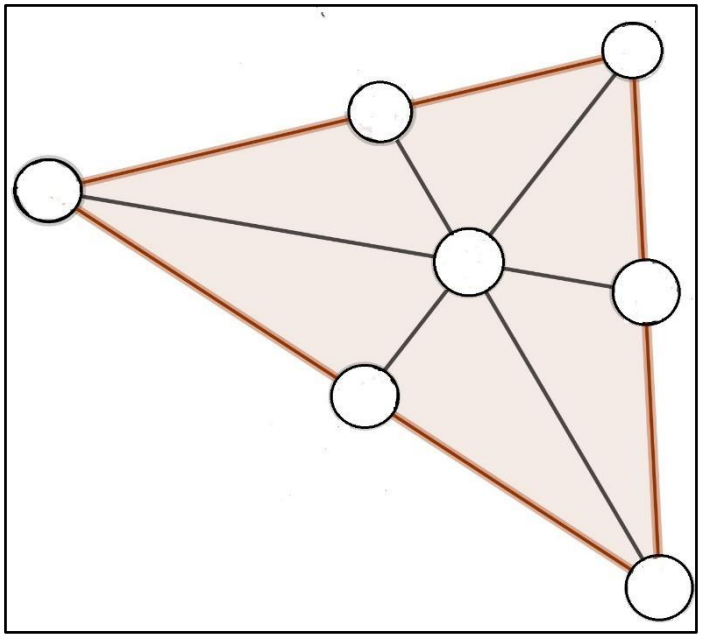
Quadro 3- Material para confecção do jogo

Material	**Quantidade**
Cartolina	1
Régua	1
Compasso	1
Caneta/lápis	1
Sucata de metalão / aço carbono 15/15 mm	2 metros
Sucata de tubo / aço carbono	0,5 metro

Fonte - autor do projeto (2025).

A construção desse jogo de tabuleiro foi realizada a partir do estudo dos elementos do triângulo conforme a figura 2. As construções serão feitas por meio da utilização de materiais manipuláveis.

Figura 2- Jogo de tabuleiro

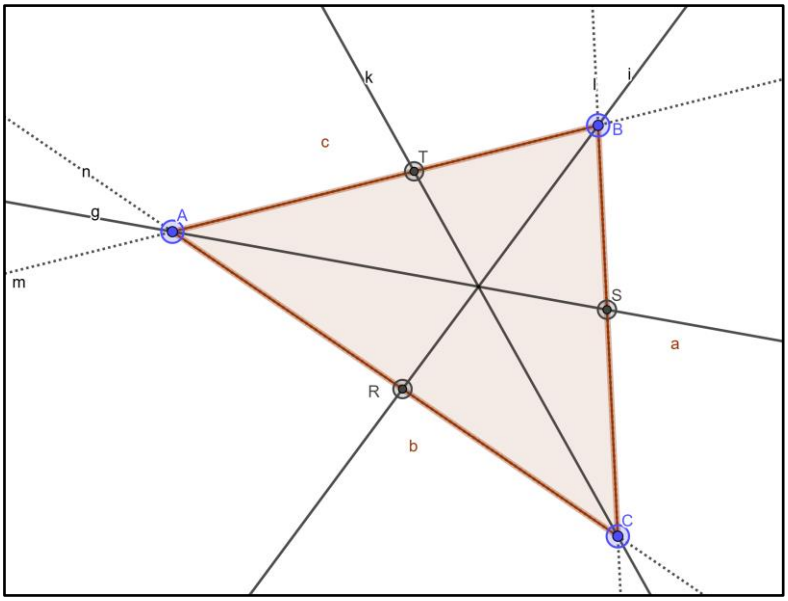


Fonte - Ferrarezi (2004), adaptado pelo autor.

Para construir o tabuleiro basta criar um triângulo (nesse caso triângulo equilátero) e nomear os vértices de A, B e C. Em seguida traçar a bissetriz dos ângulos (a bissetriz de um ângulo é a semirreta que divide o ângulo em dois ângulos congruentes, ou seja, com a mesma medida) conforme a figura 3. Passo a passo:

1. Criar a reta **m** que contém os pontos **A** e **B**.
2. Criar a reta **n** que contém os pontos **A** e **C**.
3. Criar a reta **l** que contém os pontos **B** e **C**.
4. Traçar a reta **k** perpendicular à reta **m** de tal forma que o ponto **C** pertença a essa reta.
5. Traçar a reta **g** perpendicular à reta **l** de tal forma que o ponto **A** pertença a essa reta.
6. Traçar a reta **i** perpendicular à reta **n** de tal forma que o ponto **B** pertença a essa reta.
7. Determinar os pontos **R**,**T**, **S** interseções das retas **n** e **i**; **m** e **k**; e **l** e **g**, respectivamente.
8. Criar os segmentos AS, BR, CT. Estes segmentos são as alturas do triângulo.

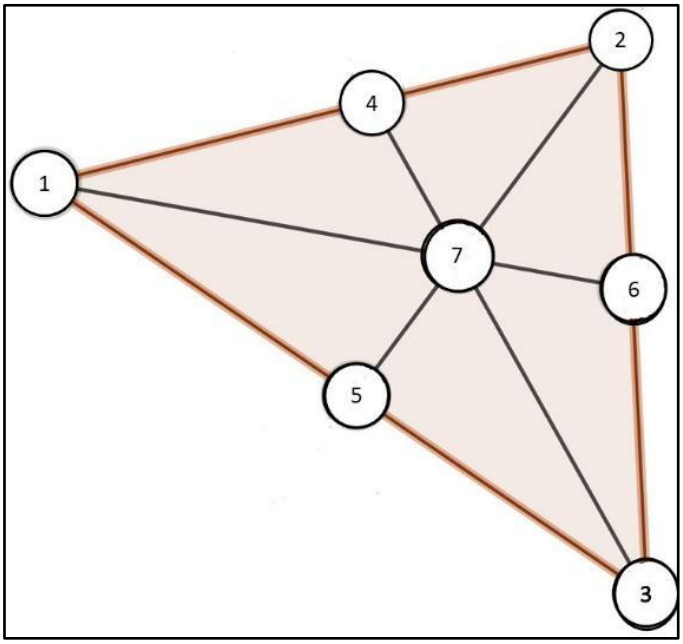
Figura 3 – triângulo e suas bissetrizes



Fonte - Ferrarezi (2004), adaptado pelo autor.

Para facilitar a análise das estratégias, estabelece-se alguns parâmetros conforme a figura 4;

Figura 4 - parâmetros



Fonte - Ferrarezi (2004), adaptado pelo autor.

Quadro 5 – Descrição dos parâmetros do tabuleiro

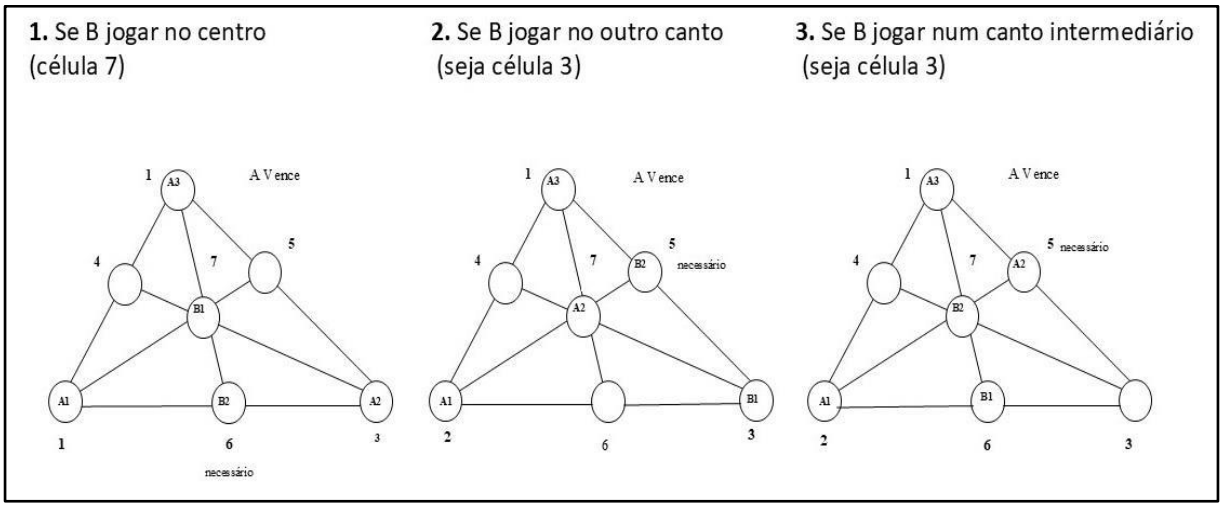
Nomeação das células	Saídas	Indicação
de canto: 1, 2 e 3	de canto: (3) idênticas	1º Jogador: A
intermediárias: 4, 5 e 6	intermediárias: (3) idênticas	2º Jogador: B.
Central: 7.	Central: (1).	
	Total de saídas = 3.	

Fonte - Ferrarezi (2004), adaptado pelo autor.

Estratégia para o Jogador A – quando A inicia num canto (seja célula 2)

Para Ferrarezi (2004, p.8) ter boa estratégia é fundamental para vencer o jogo. Será descrita uma estratégia para o jogador A. A jogada inicial de A é no ponto de canto, ou seja, célula 2 e B variando (opção 1) na célula 7, (opção 2) célula 3 e (opção 3) célula 6. A partir daí a segunda jogada de A é para as posições 3, 7 e 5, conforme itens 1, 2 e 3. Aplicando estratégia, o jogador A obtém duas possibilidades de vencer nos três itens, observe a figura 5.

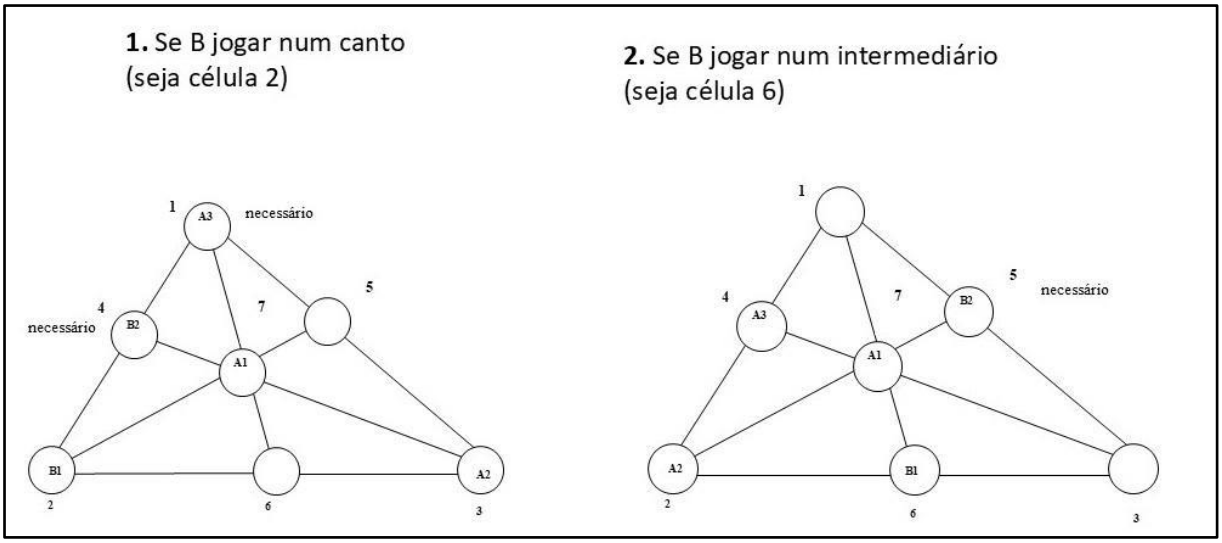
Figura 5 – Estratégias do jogo



Fonte - Ferrarezi (2004, p. 8).

Ainda conforme Ferrarezi (2004, p.8), é apresentada uma nova estratégia para o jogador A. Nessa outra situação o jogador A dá saída na célula 7, centro, e o jogador B variando para célula 2, (opção 1) e célula 6 (opção 2). Aplicando estratégia, o jogador A obtém duas possibilidades de vencer: (opção 1) o jogador A vence nas células 5 ou 6 e (opção 2) o jogador A vence nas células 1 ou 3, observe a figura 6.

Figura 6 – Estratégia para o jogo



Fonte - Ferrarezi (2004, p. 8).

Portanto esse jogo de tabuleiro utilizando um triângulo qualquer e suas bissetrizes tem como objetivo ser uma ferramenta para ajudar os alunos na compreensão do conteúdo de geometria.

Segundo Nunes e Lopes (2023),

> Os jogos auxiliam na compreensão dos conceitos matemáticos, proporcionando uma abordagem concreta e tangível, permitindo que os alunos visualizem e manipulem os elementos matemáticos de forma interativa. Isso facilita a compreensão dos conceitos abstratos e promove uma aprendizagem mais significativa e duradoura. Além disso, os jogos promovem a prática constante dos conteúdos matemáticos, contribuindo para a consolidação e a retenção dos conhecimentos adquiridos. (Nunes e Lopes, 2023, p.6841).

O jogo como ferramenta pedagógica, promove a ludicidade, aumenta o engajamento e a motivação dos alunos, integra normas e regras socialmente construídas, e assim permite que os alunos compreendam e internalizem conceitos e valores importantes, como respeito, cooperação e senso de justiça. Ao utilizar jogos nas práticas educacionais, os professores conseguem criar um ambiente de aprendizagem significativo e dinâmico. (Ferrarezi, 2004, p. 3 e 4).

O jogo, por seu caráter lúdico, promove um ambiente de aprendizado mais dinâmico e envolvente, estimulando o raciocínio reflexivo dos alunos. Esse tipo de atividade permite que os alunos explorem e solucionem problemas de maneira prática, desenvolvendo habilidades cognitivas de forma mais espontânea e significativa. Ao jogar, os alunos se sentem motivados e engajados, o que facilita a assimilação dos conteúdos e contribui para uma aprendizagem mais duradoura. Uma das principais vantagens é o aumento do engajamento dos alunos.

Nesse sentido, é imprescindível que todos os alunos tenham acesso às atividades pedagógicas, incluindo jogos educacionais, como parte de uma educação inclusiva. Nesse contexto, será desenvolvido um tabuleiro em metal, projetado para permitir a participação de alunos com perda parcial da visão. E assim promover a acessibilidade, e estimular a interação entre os estudantes. O tabuleiro será construído conforme a figura 7.

Figura 7 – jogo de tabuleiro

Fonte - Acervo do autor.

Para a construção do tabuleiro em metal conforme a figura 7, foram utilizados 1,5 metros de metalão 15/15 mm. Esse material (sucata) é vendido a R$6,00 o KG. O tabuleiro pesa aproximadamente 0,5 kg, o que é equivalente a um custo com material no valor de R$3,00. Não teve custo para fabricação, pois foi o autor do projeto que confeccionou o tabuleiro. Por ser feito de aço carbono, o tabuleiro possui uma longa durabilidade e não se deteriora com o uso, o que o torna ideal para atividades recorrentes.

Descrição da Sequência de Atividades

1ª etapa – Aula Diagnóstica / Revisão (aula 1)

A fase inicial dessa sequência didática será desenvolvida em uma aula de revisão. É importante compreender as necessidades individuais dos estudantes, identificar dificuldades de conhecimento e adaptar o processo de ensino às características específicas da turma. Nesse contexto, a aplicação de uma atividade diagnóstica, conforme descrita no Apêndice A, desempenha um papel fundamental.

Inicialmente, o professor realizará a acolhida da turma com a indicação de que ocupem seus devidos lugares. Na continuidade, explicará à turma que será aplicado uma atividade individual (ver apêndice A) com o objetivo de avaliar e revisar o conhecimento

dos alunos sobre as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes, além de reconhecer um triângulo com um ângulo de 90º (triângulo retângulo).

É essencial que o professor crie um ambiente acolhedor que incentive os estudantes a expressarem suas ideias e abordagens. Enquanto os alunos fazem as atividades, o professor deverá manter-se de prontidão, percorrendo pelas filas e respondendo as dúvidas em voz alta para que todos possam escutar e sanar dúvidas correspondentes.

Ao final da aula, o professor deve fazer a correção da atividade no quadro com a participação dos alunos para esclarecimento das dúvidas remanescentes, para que na aula subsequente se inicie o estudo das relações métricas no triângulo retângulo e o teorema de Pitágoras.

2ª etapa- aula de introdução do conteúdo de geometria -relações métricas no triângulo retângulo - (aula 2)

Na segunda etapa, será aplicada uma aula de explicação sobre o tema proposto. Esta aula será uma oportunidade valiosa para abordar de maneira específica as dificuldades identificadas na fase anterior, durante a atividade diagnóstica. Essa etapa é essencial para proporcionar uma intervenção pedagógica mais direcionada e eficaz, visando superar os obstáculos individuais e promover uma compreensão mais robusta do conteúdo de relações métricas no triângulo retângulo.

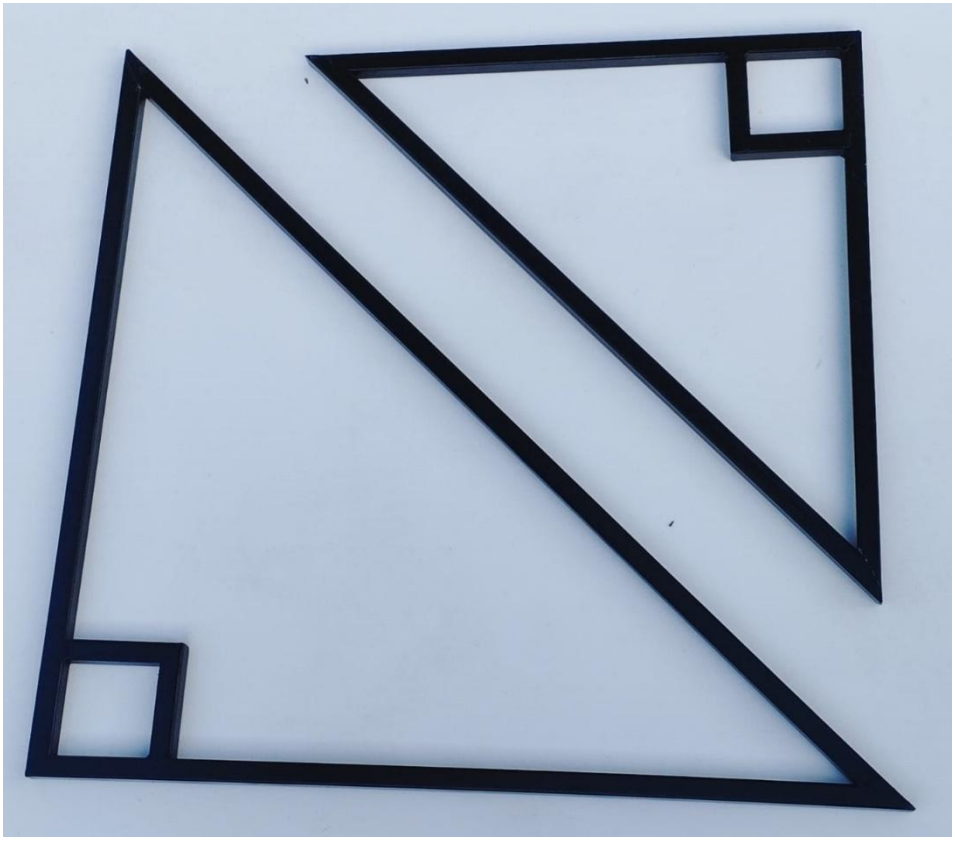
Inicialmente, o professor realizará a acolhida da turma com a indicação de que ocupem seus devidos lugares. Na continuidade, explicará à turma que será aplicado uma aula sobre relações métricas e o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo. O objetivo é fazer com que o estudante desenvolva as habilidades necessárias para reconhecer as relações métricas no triângulo retângulo e resolver problemas utilizando as relações métricas envolvendo a hipotenusa, a altura, os catetos e suas projeções em um triângulo retângulo. Além de possibilitar que os alunos desenvolvam as habilidades de calcular medidas desconhecidas dos lados de um triângulo retângulo, e resolver problemas utilizando o Teorema de Pitágoras.

No início da aula, o professor deverá introduzir o conteúdo sobre relações métricas no triângulo retângulo utilizando material concreto confeccionado em EVA. Essa abordagem prática permite aos alunos visualizar de forma tangível as relações entre os lados do triângulo retângulo, estabelecendo uma conexão direta entre as medidas dos lados correspondentes aos triângulos apresentados. Tal metodologia não apenas facilita a compreensão conceitual, mas também promove uma aprendizagem significativa ao integrar recursos visuais e manipuláveis, reforçando a aplicação aos conceitos matemáticos no contexto das figuras apresentadas.

A utilização de materiais concretos é uma estratégia pedagógica eficaz para promover uma aprendizagem significativa, especialmente em contextos que envolvem estudantes com necessidades específicas. No caso dos alunos com baixa visão, a adoção de recursos táteis é essencial para garantir a acessibilidade ao conteúdo. Assim, além do

material em EVA, o professor empregará dois triângulos semelhantes confeccionados com sucata de aço carbono conforme a figura 8. Esses triângulos oferecem uma experiência tátil que facilita a compreensão do conceito de semelhança de triângulos, proporcionando aos estudantes uma interação direta e sensorial com os objetos de estudo, o que potencializa a assimilação do conteúdo e promove a inclusão no processo de estudo.

Figura 8- triângulos retângulos em metal para experiência tátil

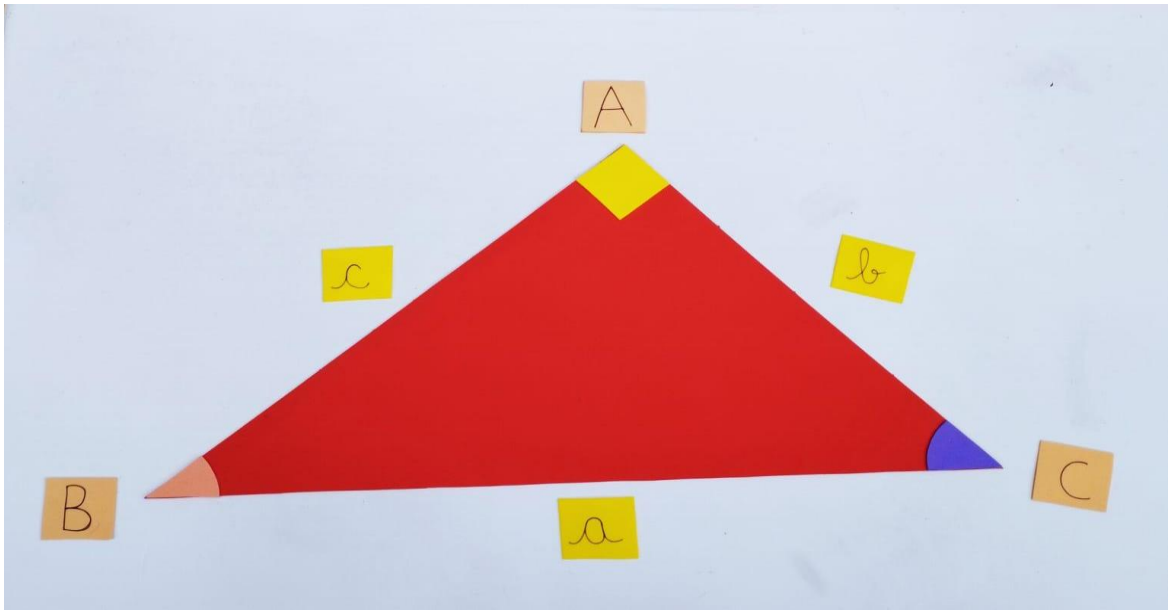


Fonte - Acervo do autor

Os dois triângulos retângulos apresentados na figura 8 são semelhantes, ou seja, seus ângulos internos são iguais e seus lados proporcionais, o triângulo maior possui a medida de sua hipotenusa igual a 80,1 cm; a medida de seu cateto maior igual a 58 cm; e a medida de seu cateto menor igual a 55,24 cm. O triângulo menor possui a medida de sua hipotenusa igual a 58 cm; a medida de seu cateto maior igual a 42 cm; e a medida de seu cateto menor igual a 40 cm. Além disso, ambos os triângulos são retângulos pois, possuem um ângulo reto. E ainda durante o manuseio dos triângulos pelos alunos é fundamental que o professor ou tutor acompanhe todo esse processo para fazer as orientações para o manuseio e garantir a segurança aos alunos.

Assim, o professor irá iniciar a explicação do conteúdo utilizando um triângulo retângulo ABC, confeccionado em EVA, formado pelos catetos e pela hipotenusa, sendo a hipotenusa igual ao segmento BC = a, cateto 1 igual ao segmento AB = c, e cateto 2 igual ao segmento AC = b conforme a figura 9;

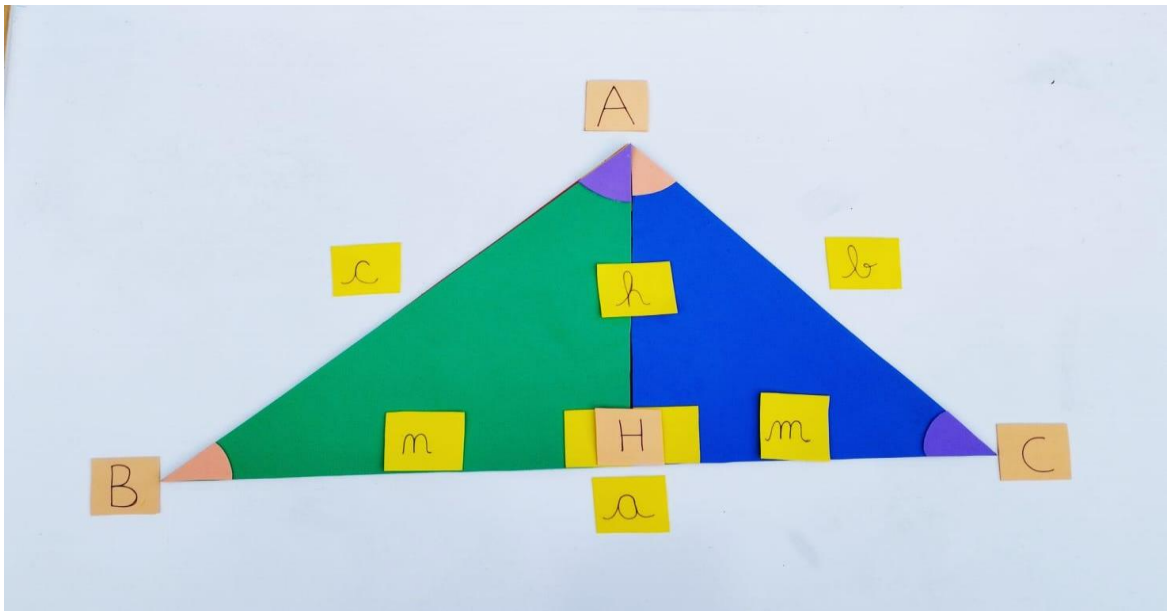
Figura 9 – Triângulo retângulo ABC



Fonte – Acervo do autor.

Agora o professor irá construir a altura representado pela letra h do triângulo ABC em relação a sua hipotenusa, lembrando que altura forma um ângulo de 90º graus com a hipotenusa do triângulo ABC, e também construir (n) que é a projeção do cateto c sobre o cateto a, e (m) a projeção do cateto b sobre o cateto a, conforme a figura 10.

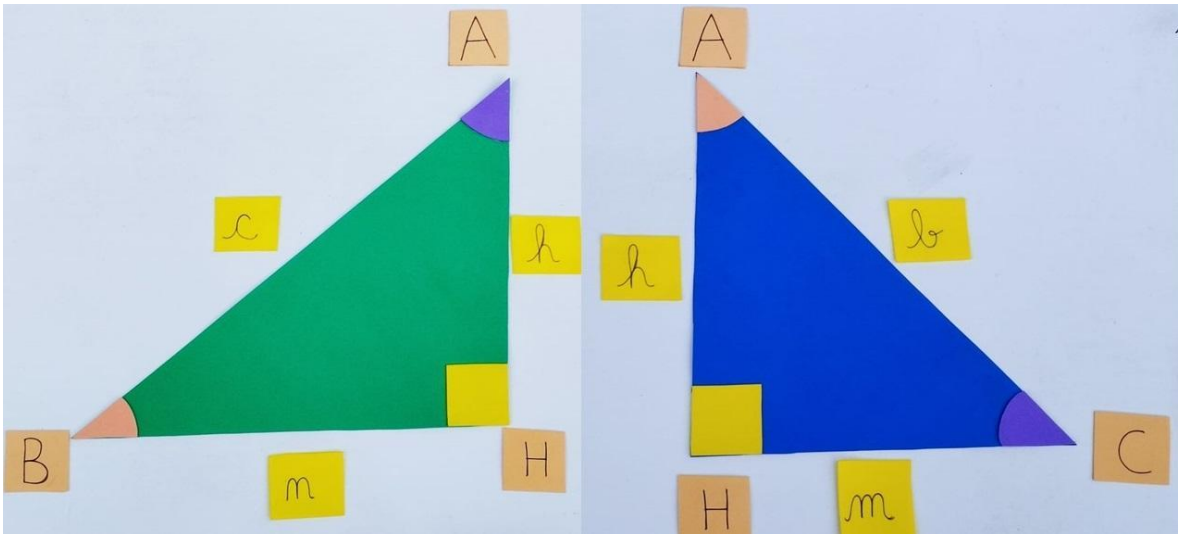
Figura10 – altura do triângulo ABC



Fonte – Acervo do autor

Em seguida, o professor irá construir mais dois triângulos retângulos, o triângulo ABH e o triângulo ACH conforme a figura 11.

Figura 11 – Triângulos retângulos ABH e ACH

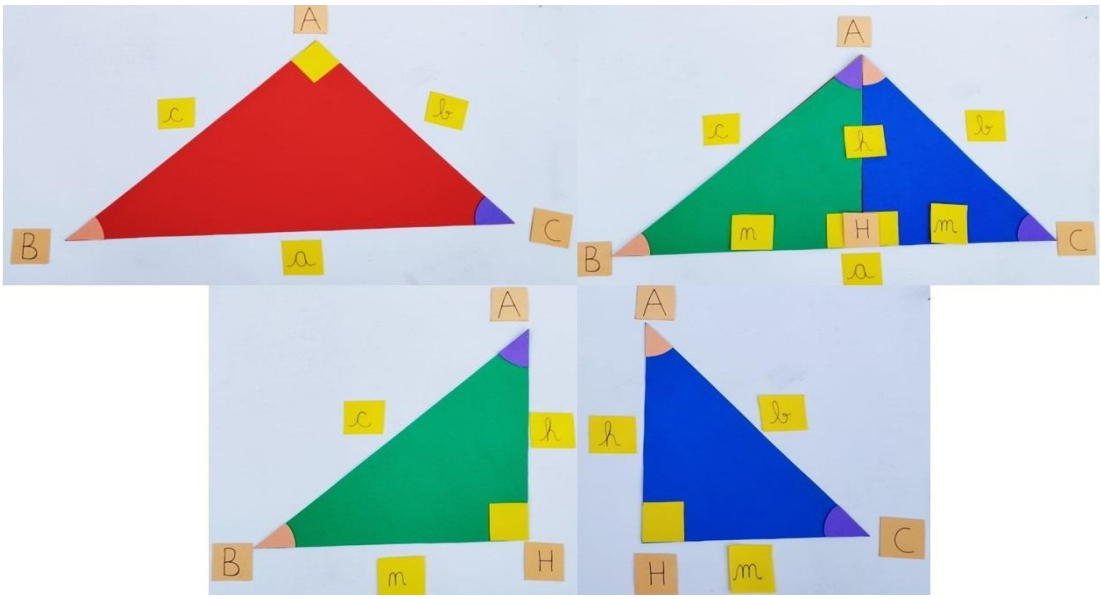


Fonte: Acervo do autor.

Estes três triângulos são semelhantes, pois seus ângulos são iguais e seus lados são proporcionais.

Agora o professor irá proceder a relacionar os lados do triângulo retângulo. Lembrando que precisa relacionar os lados de formam que os ângulos correspondentes fiquem opostos ao mesmo ângulo conforme a figura 12.

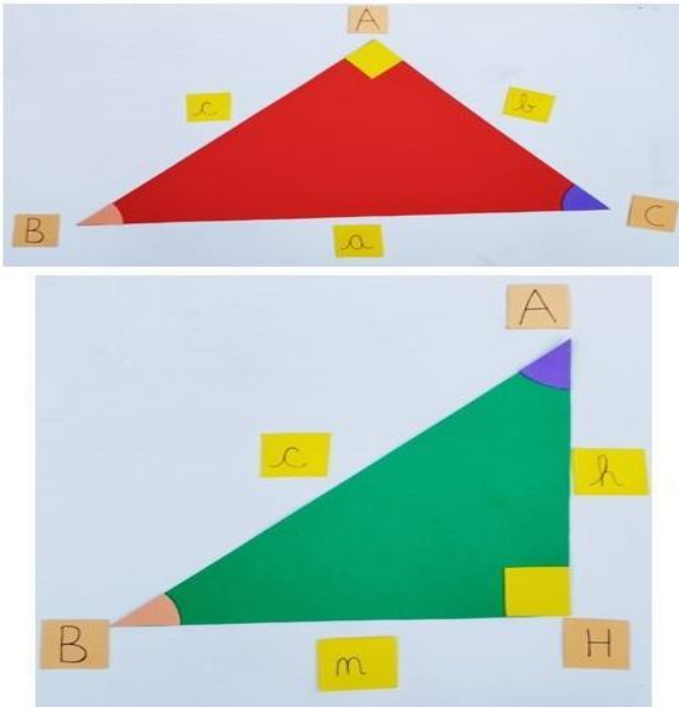
Figura 12 – Triângulos semelhantes



Fonte: autor do projeto (2025)

Logo, temos as seguintes relações métricas no triângulo retângulo:

Figura - 13 - Triângulos retângulos ABC e ABH



Fonte – Acervo do autor

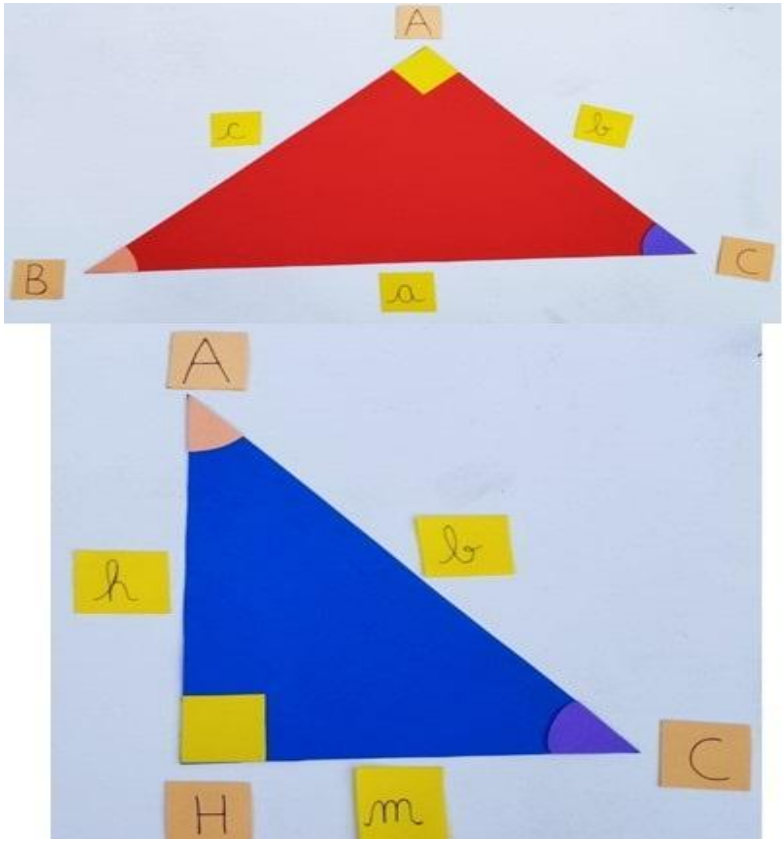
$\frac{b}{h} = \frac{c}{n} = \frac{a}{c}$ relação entre o triângulo ABC e o triângulo ABH

Quadro 6 - Relação entre os triângulos ABC e ABH

$\frac{b}{h} = \frac{c}{n} = hc = bn$
$\frac{b}{h} = \frac{a}{c} = ha = bc$
$\frac{c}{n} = \frac{a}{c} = na = c^2$

Fonte – Autor do projeto (20025)

Figura 14 - Triângulos retângulos ABC e ACH



Fonte - Acervo do autor.

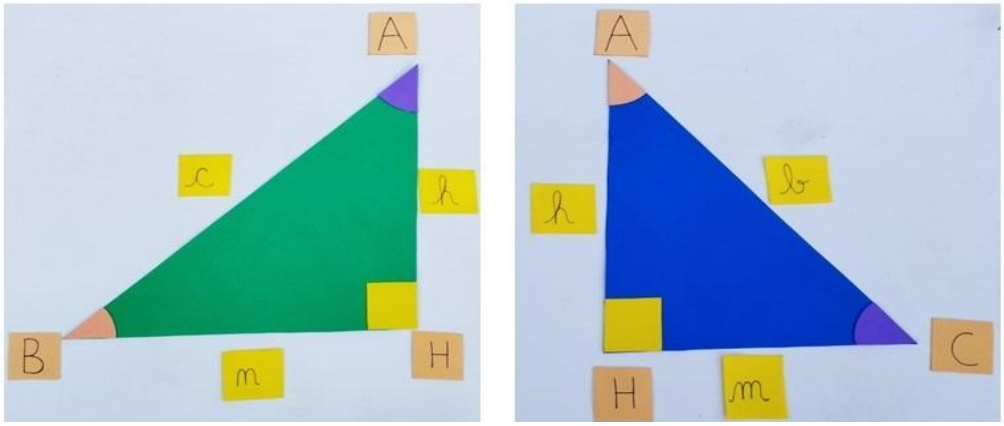
$\frac{b}{m} = \frac{c}{h} = \frac{a}{b}$ relação entre o triângulo retângulo ABC e o triângulo retângulo ACH

Quadro 7 - Relação entre os triângulos retângulos ABC e ACH

$\frac{b}{m} = \frac{c}{h} = mc = bh$
$\frac{b}{m} = \frac{a}{b} = b^2 = am$
$\frac{c}{h} = \frac{a}{b} = ha = cb$

Fonte – Autor do projeto (2025).

Figura 15 - Triângulos retângulos ABH e ACH



Fonte – acervo do autor.

$\frac{c}{b} = \frac{n}{h} = \frac{h}{m}$ relação entre o triângulo retângulo ABH e o triângulo retângulo ACH

Quadro 8 – Relação entre os triângulos retângulos ABH e ACH

$\frac{c}{b} = \frac{n}{h} = ch = bn$
$\frac{c}{b} = \frac{h}{m} = cm = bh$
$\frac{n}{h} = \frac{h}{m} = nm = h^2$

Fonte – Autor do projeto (2025)

Na próxima etapa o professor fará a explicação aos alunos de que as linhas que estão em uma mesma cor são iguais, portanto, considerar se á apenas uma vez e assim é possível construir 6 relações. Precisa-se apresentar algumas relações que estão faltando. Como é um triângulo retângulo não se pode esquecer do teorema de Pitágoras, $c^2 + b^2 = a^2$ e ainda temos a relação $a = m + n$.

Assim, conforme o quadro 9 temos as seguintes relações no triângulo retângulo.

Quadro 9 - Relações no triângulo retângulo.

$hc = bn$
$ha = bc$
$na = c^2$
$mc = bh$
$b^2 = am$
$nm = h^2$
$a = m + n$
$c^2 + b^2 = a^2$

Fonte – Autor do Projeto (2025)

Na sequência da aula o professor irá explicar o Teorema de Pitágoras a partir das relações métricas. Para isto basta somar as seguintes relações, conforme descrito abaixo:

$c^2 + b^2 = am + an$

$c^2 + b^2 = a(m + n)$

Sabendo que;

$a = m + n$

logo;

$c^2 + b^2 = a \times a$

$c^2 + b^2 = a^2$

Ao final da aula, o professor deverá perguntar se existe alguma dúvida sobre o tema. Caso tenha deve garantir que o estudante não tenha dúvidas, para que na aula subsequente se inicie a resolução da lista de exercícios de fixação.

3ª etapa- Atividade de fixação do conhecimento (aula 3)

Inicialmente o professor realizará a acolhida da turma com a indicação de que ocupem seus devidos lugares. Na continuidade, explicará à turma que será aplicado uma atividade individual (ver apêndice B), com o objetivo de fixar o conhecimento dos alunos sobre as relações métricas no triângulo retângulo.

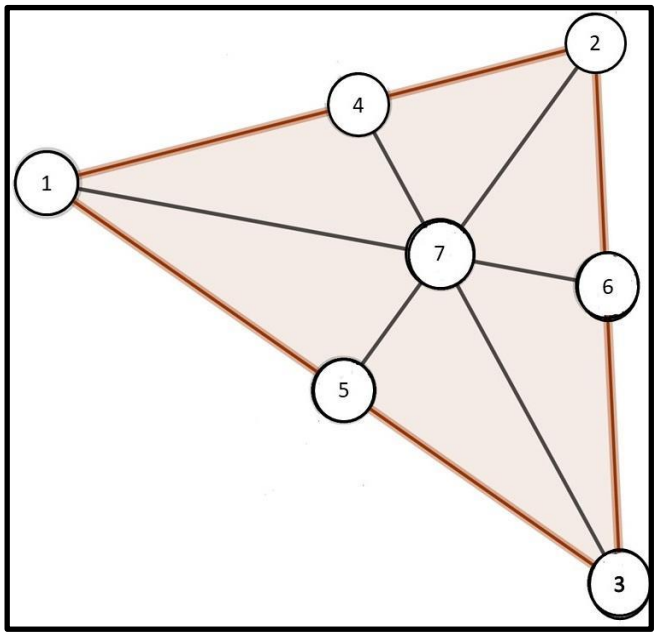
Ao aplicar a atividade de fixação do conhecimento, é fundamental que o professor crie um ambiente acolhedor que incentive os estudantes a expressarem suas ideias e abordagens. Enquanto os alunos fazem as atividades, o professor deverá manter-se de prontidão, percorrendo pelas filas e respondendo as dúvidas em voz alta para que todos possam escutar e sanar dúvidas correspondentes.

Ao final da aula, o professor deve fazer a correção da atividade no quadro com a participação dos alunos para esclarecimento das dúvidas remanescentes, para que na aula subsequente se inicie a construção do tabuleiro.

4ª etapa- Construção do tabuleiro (aula 4)

Inicialmente o professor realizará a acolhida da turma com a indicação de que ocupem seus devidos lugares. Na continuidade, explicará à turma que nesta aula será realizada a construção do tabuleiro para realização jogos matemáticos, o tabuleiro será construído com base na figura 16;

Figura 16 – jogo de tabuleiro



Fonte: Ferrarezi (2004) adaptado pelo autor

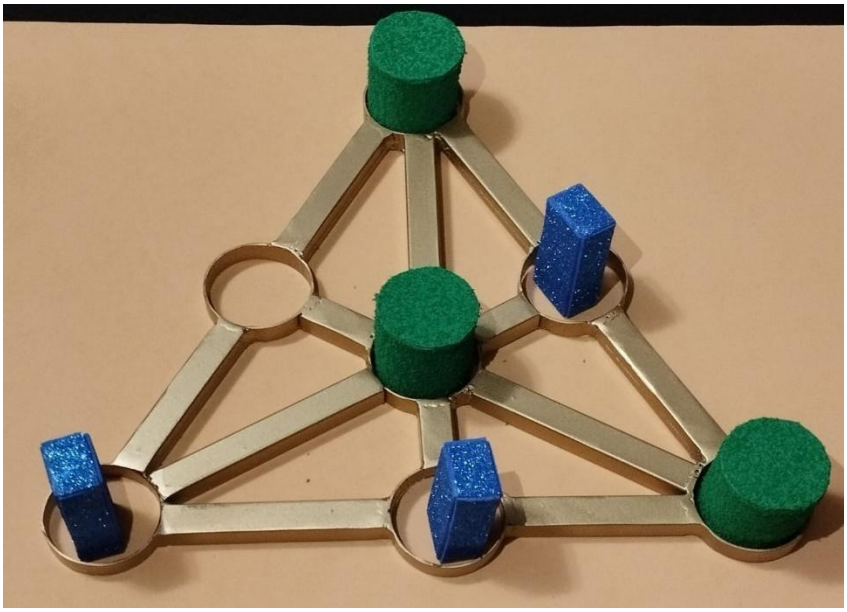
A construção do tabuleiro será realizada pelos alunos conforme a figura 7. Para a construção do tabuleiro basta os alunos desenharem um triângulo em uma cartolina utilizando lápis ou caneta e uma régua e em seguida traçar as bissetrizes[1]em relação aos ângulos do triângulo, e nos pontos de interseção utilizar o compasso para fazer uma pequena circunferência com centro na interseção.

Durante a confecção do tabuleiro é fundamental que o professor crie um ambiente acolhedor que incentive os estudantes a expressarem suas ideias e abordagens. Enquanto os alunos fazem o tabuleiro, o professor deverá manter-se de prontidão, percorrendo pelas filas e respondendo as dúvidas em voz alta para que todos possam escutar e sanar dúvidas correspondentes.

A inclusão de alunos com baixa visão em atividades pedagógicas é essencial para promover um ambiente educacional acessível. Nesse sentido, além do tabuleiro confeccionado pelos próprios alunos, o professor irá desenvolver um tabuleiro adequado aos alunos com baixa visão, utilizando sucata de aço carbono conforme a figura 16. O objetivo dessa abordagem é possibilitar a participação de estudantes com baixa visão no jogo, e ainda reforça a importância de práticas pedagógicas inclusivas que valorizam a diversidade. Além disso, o uso de materiais reaproveitados, como a sucata, contribui para a conscientização ambiental e para a criatividade.

[1] **Bissetriz** de um triângulo é um segmento com extremidades num vértice e no lado oposto e que divide o ângulo desse vértice em dois ângulos congruentes.

Figura 16 – jogo de tabuleiro construído com sucata



Fonte: Acervo do autor.

Ao final da aula, o professor deve confirmar se todos conseguiram realizar a construção do tabuleiro, para que na aula subsequente se iniciar o jogo de tabuleiro.

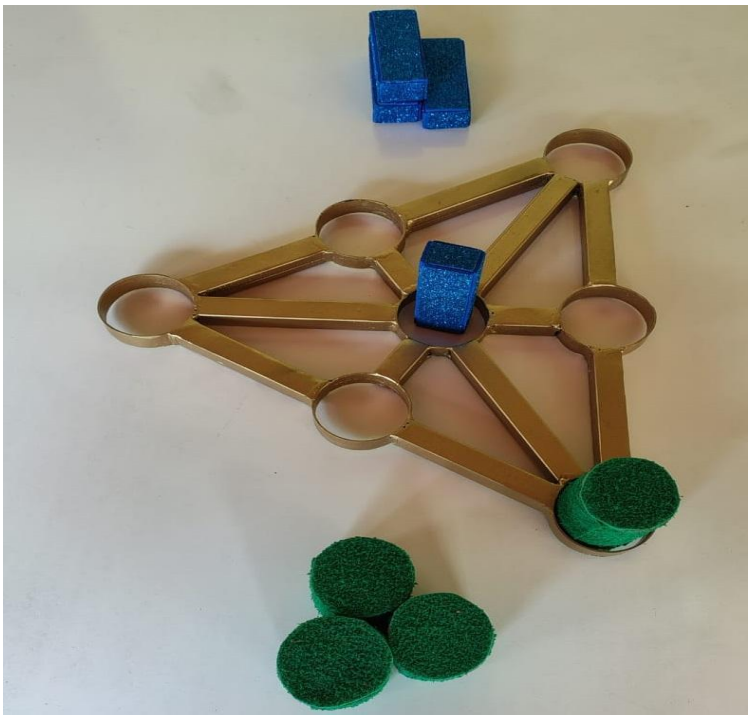
5ª etapa- jogo de tabuleiro (aula 5)

Inicialmente, o professor realizará a acolhida da turma com a indicação de que ocupem seus devidos lugares. Na continuidade, explicará à turma que nesta aula será realizado o jogo de tabuleiro.

Em seguida, o professor irá explicar aos alunos para formarem duplas para participarem do jogo de tabuleiro. Na sequência, o professor irá distribuir a lista de atividades (ver Apêndice C). Essa lista de atividades contém 4 questões sobre relações métricas no triângulo retângulo e o teorema de Pitágoras, organizada de forma sequencial. O objetivo desta atividade é desenvolver nos alunos as habilidades de calcular as medidas dos lados de um triângulo retângulo e, resolver problemas, utilizando as relações métricas no triângulo retângulo envolvendo a hipotenusa, a altura, os catetos e suas projeções, além de desenvolver a habilidade de usar o teorema de Pitágoras para resolver problemas.

Na sequência, as duplas iniciaram o jogo seguindo as regras do manual (ver apêndice D), tendo 7 minutos para resolver a primeira questão da lista e assim mover uma peça no tabuleiro conforme a figura 17. As peças poderão ser movidas para qualquer célula vazia a critério do aluno.

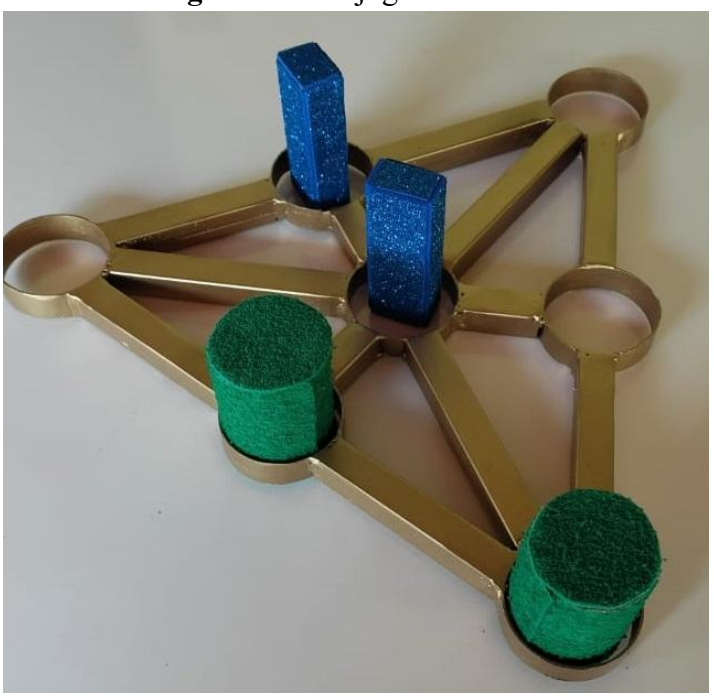
Figura 17- 1º jogada



Fonte – Acervo do autor.

Na sequência os alunos irão resolver a questão 2, tendo 7 minutos para resolver a questão, e em seguida mover mais uma peça no tabuleiro conforme a figura 18, uma vez que o aluno tem a opção de mover a pedra para qualquer uma das células vazias.

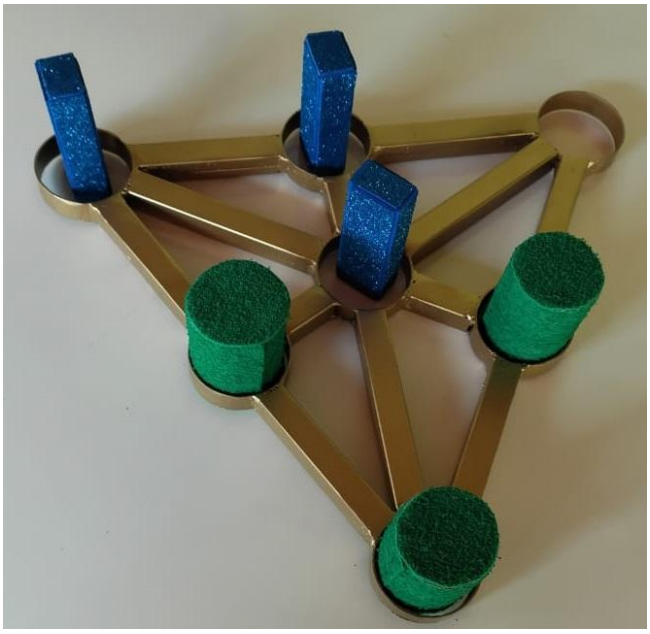
Figura 18 – 2º jogada



Fonte – Acervo do autor

Na sequência, os alunos irão resolver a questão 3, tendo 7 minutos para resolver a questão, e em seguida mover a terceira peça no tabuleiro conforme a figura 19, uma vez que o aluno tem a opção de mover a pedra para qualquer uma das células vazias.

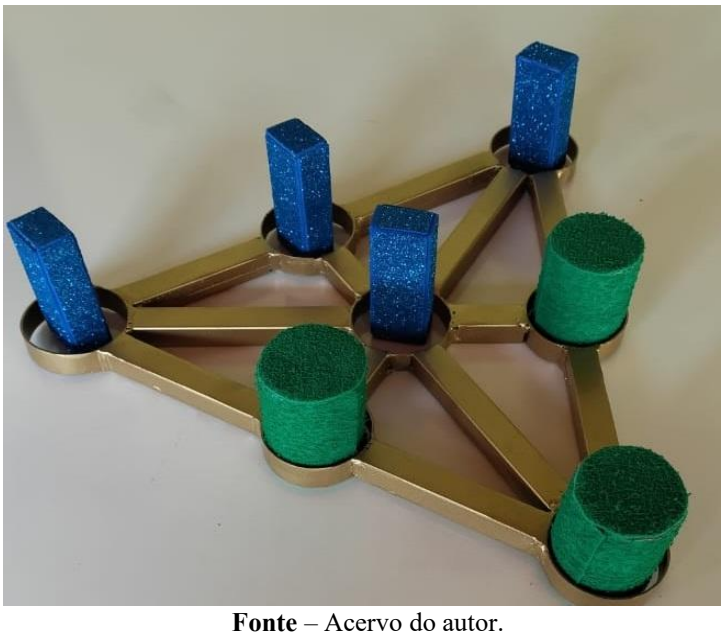
Figura 19 – 3º jogada



Fonte – Acervo do autor.

Na sequência os alunos irão resolver a questão 4, tendo 7 minutos para resolver a questão, e em seguida mover a quarta peça no tabuleiro conforme a figura 20, uma vez que o aluno tem a opção de mover a pedra para qualquer uma das células vazias.

Figura 20 – 4º jogada



Fonte – Acervo do autor.

Os alunos utilizarão para realizar o jogo, o tabuleiro confeccionado em cartolina. Já o tabuleiro confeccionado em metal pode ser utilizado pelos alunos com baixa visão permitindo que os mesmos tenham acessibilidade para participar do jogo.

A utilização de tabuleiros confeccionados em ambos materiais demonstra uma prática pedagógica inclusiva e adaptativa. O tabuleiro de cartolina oferece uma solução simples e prática para a realização de jogos em sala de aula, atendendo às demandas gerais dos alunos. Por outro lado, o tabuleiro construído em metal, é projetado para alunos com baixa visão, com o objetivo de facilitar o reconhecimento da versão tátil e visual, ampliando a capacidade de participar do jogo, garantindo que todos os alunos possam participar do jogo.

Tal abordagem promove não apenas a sistematização do aprendizado, mas também o engajamento do aluno, promovendo o desenvolvimento de habilidades críticas e a fixação do conteúdo e o raciocínio lógico.

Ao aplicar o jogo para ampliar o conhecimento, é fundamental que o professor crie um ambiente acolhedor que incentive os estudantes a expressarem suas ideias e estratégias. Enquanto os alunos desenvolvem o jogo, o professor deverá acompanhar as jogadas confirmando cada resultado obtido, percorrendo pelas filas e respondendo as dúvidas em voz alta para que todos possam escutar e sanar dúvidas correspondentes ao jogo.

Ao final da aula, o professor poderá promover uma dinâmica de recompensa para engajar os alunos, de forma a recompensá-los pelos esforços, e fazer o encerramento da atividade proposta.

Avaliação

O professor utilizará uma abordagem de avaliação que contemple diversos aspectos do processo de ensino-aprendizagem, valorizando tanto o desempenho individual quanto o coletivo dos alunos. Durante as atividades realizadas em aula, os estudantes serão avaliados com base nos seguintes critérios:

- ✓ Aula 1; será avaliado nível de conhecimento dos alunos sobre semelhança de triângulos e a participação na aula;
- ✓ Aula 2; será avaliado o interesse dos alunos em aprender novos conteúdos.
- ✓ Aula 3; será avaliado capacidade de resolver as atividades propostas e o envolvimento nas tarefas.
- ✓ Aula 4; será avaliado capacidade de resolver as atividades propostas e envolvimento nas tarefas.
- ✓ Aula 5; será avaliado a colaboração com os colegas, trabalho em grupo e a capacidade de resolver as atividades propostas.

Esse método permite uma análise do progresso dos estudantes, considerando tanto suas atitudes e habilidades interpessoais quanto seu domínio de conteúdo.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Versão final. Brasília: MEC, 2017.

FERRAREZI, Luciana Aparecida. A importância do jogo no resgate do ensino de geometria. **Anais do VIII ENEM–UFPE, Recife**, p. 3, 2004. Disponível em: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/02/CC17860562839.pdf. Disponivel em: https://scholar.google.com/scholar?hl=pt-BR&as_sdt=0%2C5&q=A+import%C3%A2ncia+do+jogo+no+resgate+do+ensino+de+geometria&btnG=. Acesso em: 24 out. 2024.

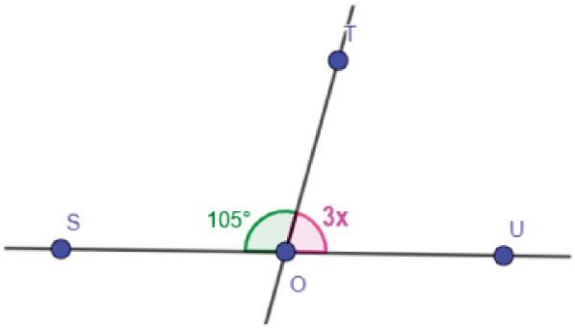
NUNES, M. Y.; LOPES, L. A. O uso de jogos matemáticos no processo de ensino e aprendizagem na educação de jovens e adultos: um estudo exploratório. **CONTRIBUCIONES A LAS CIÊNCIAS SOCIALES**, *[S. l.]*, v. 16, n. 7, p. 6839–6848, 2023. DOI: 10.55905/revconv.16n.7-156. Disponível em: https://ojs.revistacontribuciones.com/ojs/index.php/clcs/article/view/1299. Acesso em: 24 out. 2024.

OLIVEIRA, José Luiz de Jesus Egues de. Et al. Construção educativa de geometria e a utilização de materiais concretos como processo de aprendizagem. Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento. Ano 05, Ed. 10, Vol. 10, pp. 46- 61. outubro de 2020. ISSN: 2448-0959, Link de acesso: https://www.nucleodoconhecimento.com.br/educacao/construcao-educativa. Acesso em 27/11/2024

SILVA, Iolanda Possidonio; BARBOSA, Edelweis José Tavares. A Teoria Antropológica do Didático como uma ferramenta metodológica para o estudo das relações métricas no triângulo retângulo. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, Belém, v. 18, n. 41, p. 142-158, dez. 2022. ISSN 2317-5125. Disponível em: <https://periodicos.ufpa.br/index.php/revistaamazonia/article/view/13370>. Acesso em: 19 nov. 2024.

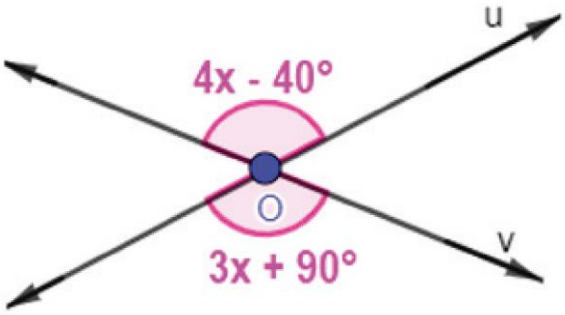
APÊNDICE A - atividade diagnóstica

1) Observe a imagem a seguir. Assinale a alternativa que corresponde, respectivamente,
a nomenclatura do ângulo de medida *3x* e ao valor da incógnita *x*.



(A) SÔT, 25°
B) SÔT, 35°
(C) TÔU, 25°
(D) TÔU, 35°

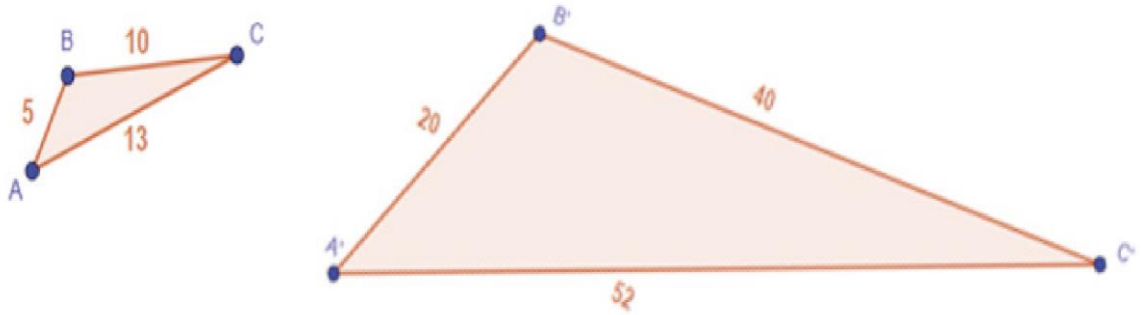
2) Observe a imagem a seguir.



Qual a relação entre os ângulos ilustrados na imagem e qual o valor do ângulo de medida *3x + 90°*?
(A) Congruentes e aproximadamente 7,14°.
(B) Congruentes e aproximadamente 18,57°.
(C) Opostos pelo vértice e 130°.
(D) Adjacentes e 130°.

3) Dada a proporção $\frac{2x+8}{21} = \frac{x}{9}$. O valor da incógnita x corresponde a:
(A) 2,7.
(B) 6.
(C) 8.
(D) 2

4) Observe os triângulos semelhantes a seguir:



A razão de semelhança é dada por:

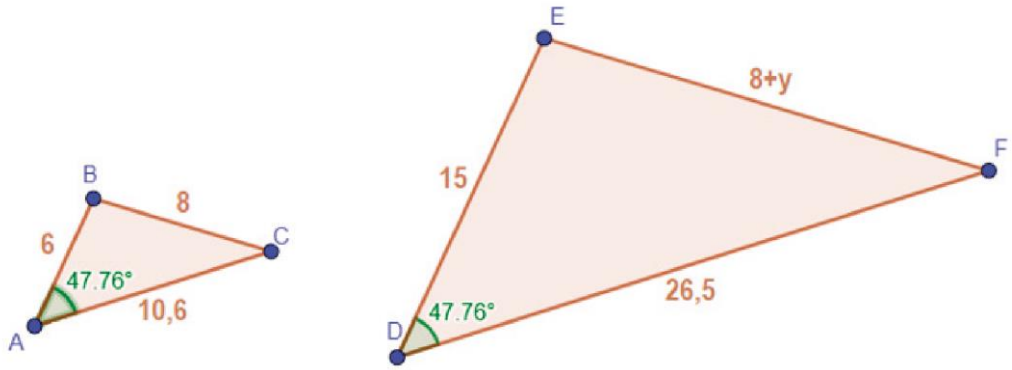
(A) 2.

(B) 4.

(C) 5,2.

(D) 8.

5) Os triângulos a seguir são semelhantes.



Qual o caso de semelhança e medida de EF?

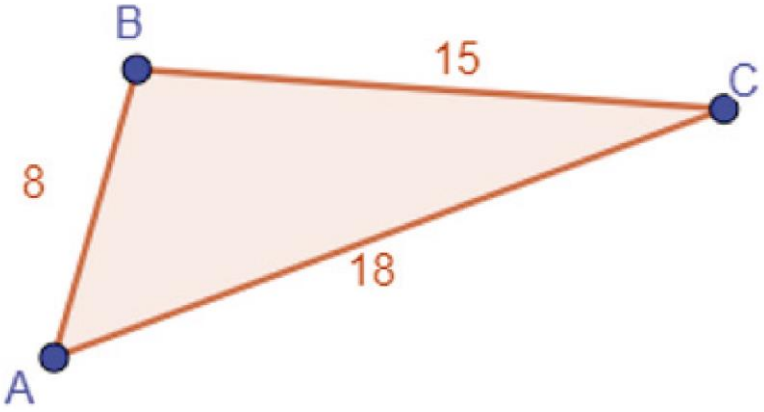
(A) Lado-ângulo-Lado e 12.

(B) Lado-ângulo-Lado e 20.

(C) Lado-Lado-Lado e 11,25.

(D) Lado-Lado-Lado e 20.

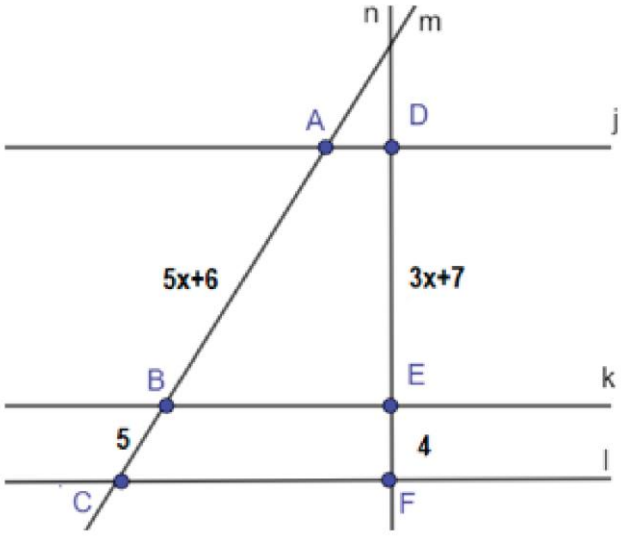
6) Observe a imagem a seguir.



Sabendo que o $\Delta A'B'C'$ é três vezes e meia maior que o ΔABC, a medida de seu perímetro é:

(A)11,71.
(B) 41.
(C) 143,5.
(D) 2160.

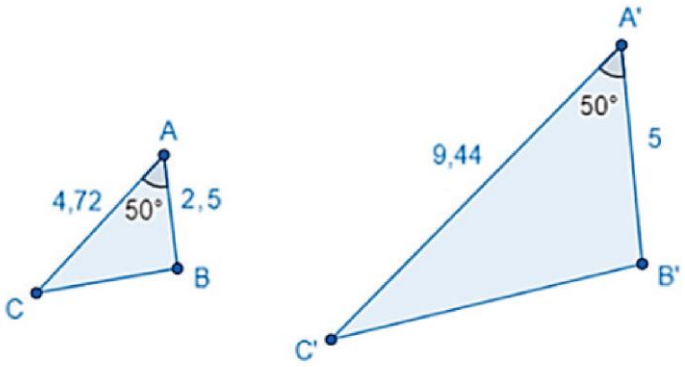
7) Dados os segmentos formados pelas intersecções entre retas paralelas cortadas por transversais, como ilustra a imagem a seguir.



A medida do segmento AC é igual a:

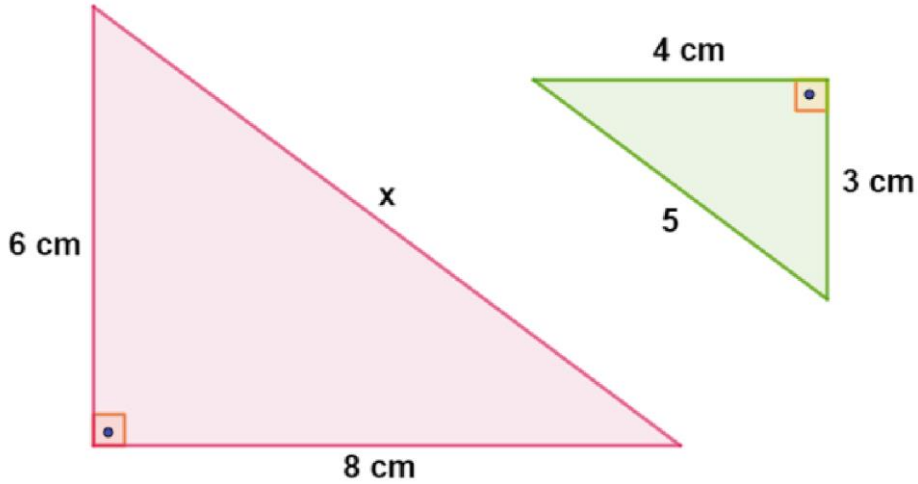
(A) 7.
(B) 13,6.
(C) 17.
(D) 22.

8) Considere os triângulos semelhantes apresentados na figura a seguir, em que as medidas dos lados estão em centímetros.



a) Identifique o caso de semelhança.
b) Calcule o valor da razão de semelhança k.

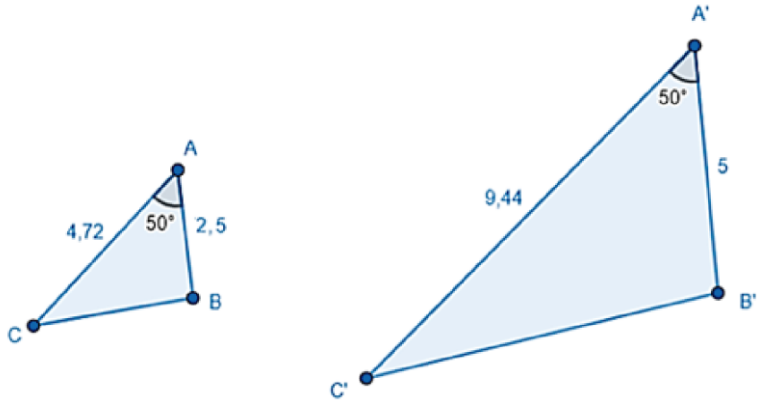
9) Considere os triângulos a seguir.



Agora, responda:

a) É possível afirmar que estes triângulos são semelhantes por algum caso de semelhança de triângulos? Qual?
b) Calcule o valor de *x*.
c) Calcule as razões entre as medidas dos perímetros e das áreas do triângulo menor pelo maior, usando as relações com a razão de semelhança *k*.

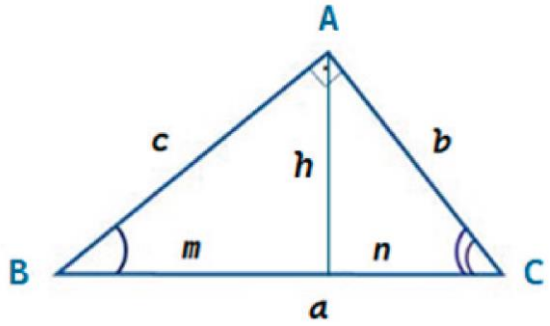
10) Considere os triângulos semelhantes apresentados na figura a seguir, em que as medidas dos lados estão em centímetros.



Sabendo que o triângulo ΔABC possui perímetro de medida 11,22 cm e área 5 cm², calcule a medida do perímetro e da área do $\Delta A'B'C'$.

APÊNDICE B- lista de atividades de fixação

1) Identifique os elementos do triângulo retângulo representado a seguir.



Relacione a coluna à esquerda, elementos do triângulo, com sua correspondente nomenclatura, coluna a direita.

(I) *a* ( ) Projeção do cateto maior

(II) *b* ( ) Altura relativa a hipotenusa

(III) *c* ( ) Cateto menor

(IV) *m* ( ) Projeção do cateto menor

(V) *n* ( ) Cateto maior

(VI) *h* ( ) Hipotenusa

Preencha as lacunas e assinale a alternativa que corresponde a sequência correta:

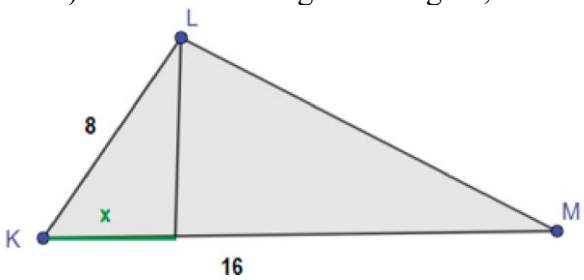
(A) III,I,V,II,IV,VI

(B) III,VI,V,II,IV,I

(C) IV,VI,II,V,III,I

(D) IV,I,II,V,III,VI

2) Observe o triângulo retângulo, no vértice L, a seguir.



Qual é a medida da projeção do cateto menor de medida *x*?

(A) 0,5

(B) 2

(C) 4

(D) 24

3) Em um triângulo retângulo, um dos catetos mede 90 metros e o outro cateto é trinta metros menor que a medida da hipotenusa. A medida da hipotenusa correspondente é igual a

(A) 60.

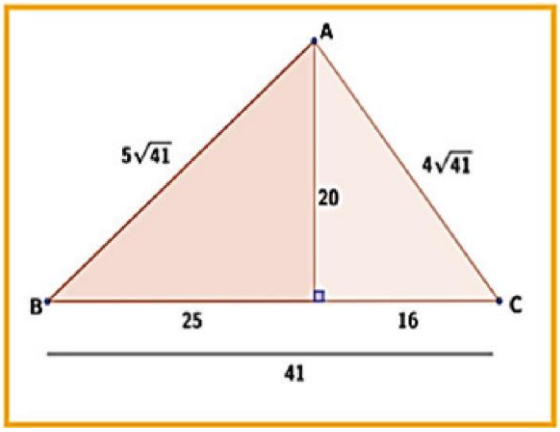
(B) 120.

(C) 150.

(D) 300.

Utilizando as medidas do triângulo retângulo a seguir, valide cada uma das relações métricas apresentadas no quadro a seguir.

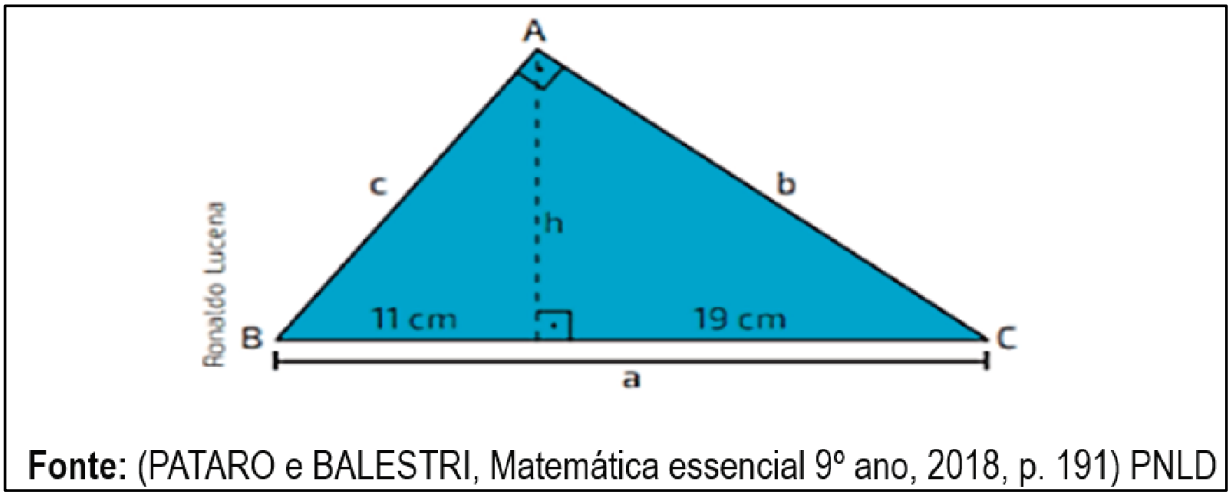
	Relações métricas
(I)	$a \cdot h = b \cdot c$
(II)	$b^2 = a \cdot n$
(III)	$c^2 = a \cdot m$
(IV)	$h^2 = m \cdot n$
(V)	$a = m + n$
(VI)	$a^2 = b^2 + c^2$



4) A medida da altura relativa à hipotenusa de um triângulo retângulo é 12 cm e uma das projeções mede 9 cm. Calcule a medida dos catetos desse triângulo retângulo.

5) Calcule as medidas das projeções de um triângulo retângulo cuja hipotenusa mede 13 cm e um dos catetos mede 5 cm.

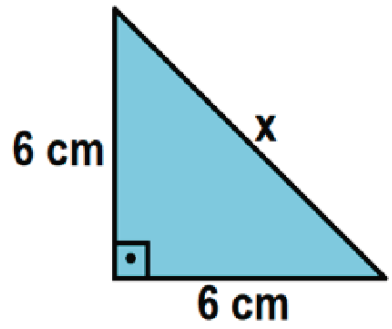
6) Utilizando as relações métricas, determine os valores de *a*, *b*, *c* e *h* no triângulo retângulo a seguir.



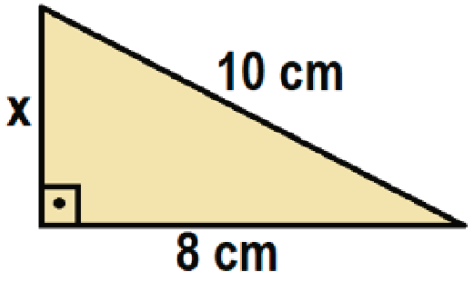
Fonte: (PATARO e BALESTRI, Matemática essencial 9º ano, 2018, p. 191) PNLD

7) Usando o teorema de Pitágoras, calcule o valor de *x* em cada triângulo retângulo a seguir.

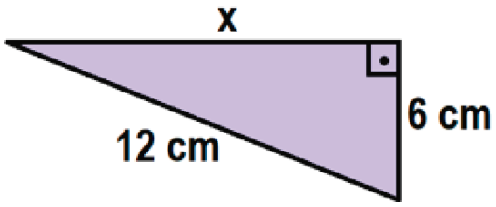
a)



b)



c)



8) A distância entre os muros laterais de um lote retangular é exatamente 12 metros. Considere que a diagonal desse lote mede 20 metros. Qual é a medida do portão até o muro do fundo?

(A) 10 metros
(B) 12 metros
(C) 14 metros
(D) 16 metros

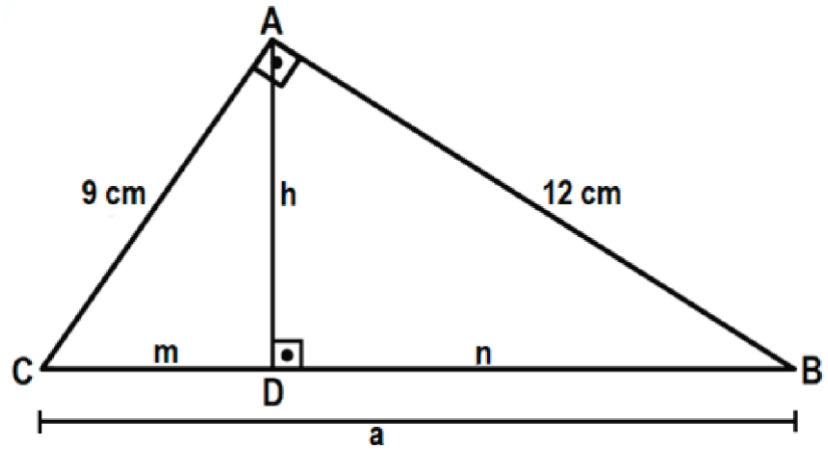
9) Considere um triângulo equilátero cujo lado mede 20 centímetros.

a) Calcule a medida da altura desse triângulo.

b) Calcule a medida da área da região delimitada por esse triângulo.

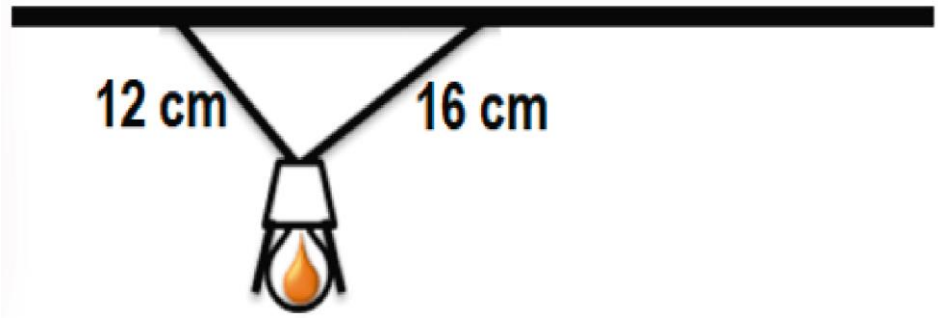
APÊNDICE C- lista de atividades de fixação

1) Considere o triângulo retângulo a seguir.



Calcule as medidas da altura relativa à hipotenusa *(h)*, das projeções dos catetos *(m* e *n)* e da hipotenusa *(a)*.

2) O lampião representado na figura a seguir está suspenso por duas cordas perpendiculares entre si presas ao teto.



A distância do lampião ao teto, em centímetros, é igual a.

3) **(IFG 2020- adaptada)** O desmatamento tem sido uma problemática crescente no Brasil. Supondo que, ao efetuar o desmatamento de uma determinada área, um madeireiro se depara com uma árvore que já se encontra quebrada; parte do tronco da árvore que se manteve fixa ao solo mede 3 m e forma com este um ângulo de 90º; a ponta da parte quebrada que toca o solo encontra-se a 4 m de distância da base da árvore. Qual era a altura da árvore antes de se quebrar?

4) Dois prédios construídos num mesmo plano a 12 metros de distância um do outro medem 17m e 22m de altura. Deseja-se construir uma passarela a fim de unir seus topos. Qual será o menor comprimento possível desta passarela?

5) Qual o perímetro de um quadrado cuja diagonal mede 2 cm?

6) Considere um triângulo equilátero cujo lado mede 20 centímetros.

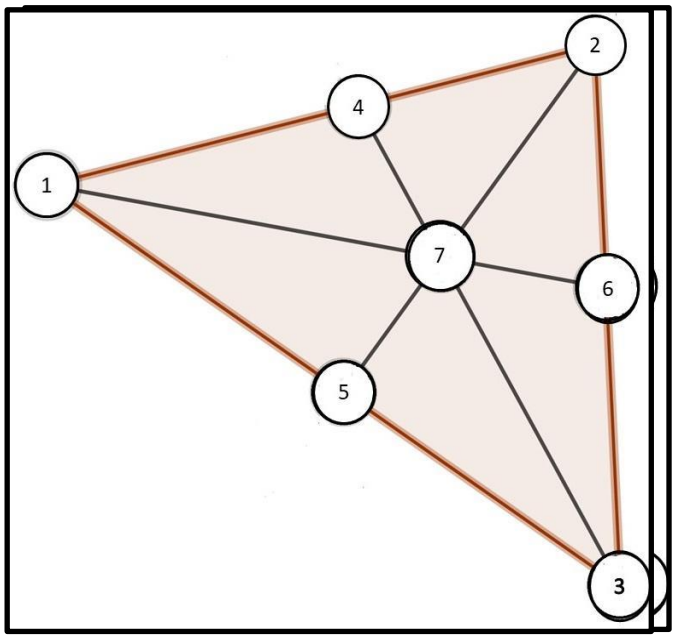
a) Calcule a medida da altura desse triângulo.
b) Calcule a medida da área da região delimitada por esse triângulo.

APÊNDICE D- manual do jogo de tabuleiro

Jogo de tabuleiro

Este jogo utiliza um tabuleiro para dois jogadores, e tem como objetivo alinhar 3 células com suas marcas em linha reta. Cada jogador escolhe suas marcas ou fichas e jogam alternadamente numa célula qualquer.

Jogo de Tabuleiro



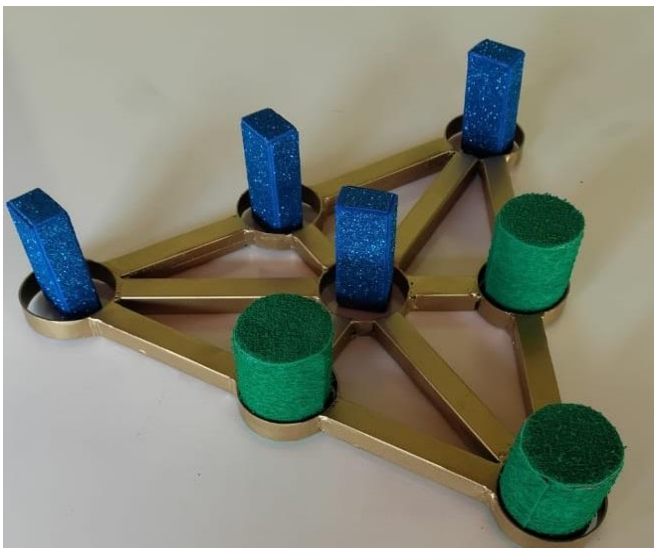
Fonte: Ferrarezi (2004) adaptado pelo autor

Seu funcionamento é semelhante ao Jogo da Velha tradicional onde os dois jogadores escolhem suas marcas e jogam alternadamente. Vence quem alinhar três células de acordo com as linhas do tabuleiro.

Objetivo:

Alinhar 3 células com suas marcas (fichas) em linha reta no tabuleiro antes de seu adversário.

Tabuleiro.



Fonte: Acervo do autor

Como Jogar:

1. Os jogadores respondem, individualmente, a uma lista de atividades. Ambas as respostas devem respeitar a ordem sequencial da lista.
2. A lista de atividades é a mesma para ambos os jogadores.

Regras do jogo:

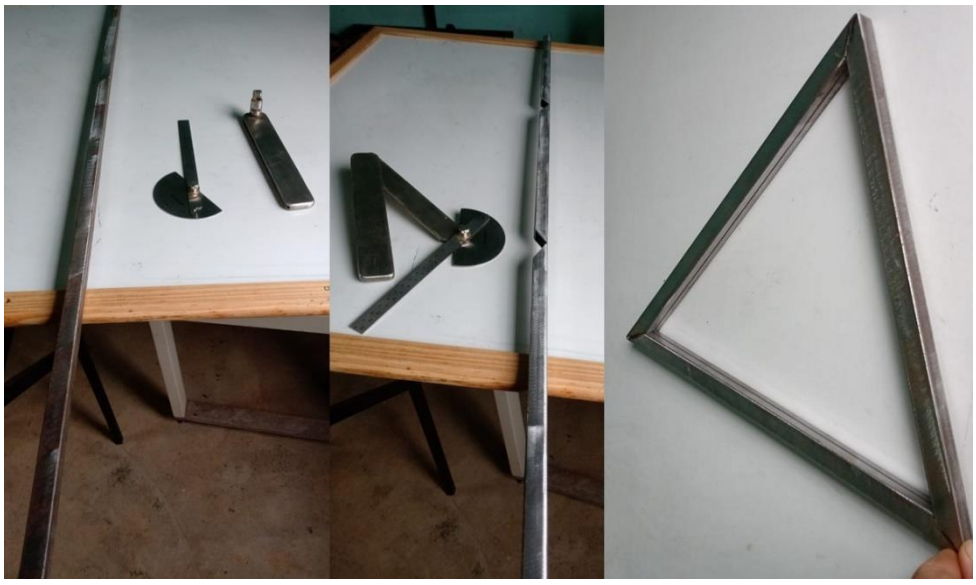
1. A cada questão respondida move-se uma ficha no tabuleiro.
2. O jogador que responder primeiro, move primeiro uma ficha no tabuleiro.
3. Caso ambos respondam ao mesmo tempo, nenhum jogador move a ficha no tabuleiro, e ambos passam para a próxima questão da lista.
4. Os jogadores se alternam nas respostas e na movimentação das fichas, conforme as regras acima.
5. Caso os jogadores respondam simultaneamente e em sequência a seis questões da lista, o jogo termina empatado.

Condição de Vitória:

1. Um jogador vence ao alinhar 3 fichas em linha reta no tabuleiro.
2. Caso todas as células sejam preenchidas sem que nenhum jogador consiga alinhar 3 fichas no tabuleiro, o jogo também termina empatado.

APÊNDICE E- Construção do tabuleiro em metalão

O jogo de tabuleiro foi confeccionado em metalão, conforme a figura a seguir.



A construção do tabuleiro se deu a partir de uma barra de metalão de 90 cm. A cada 30 cm foi realizado um corte de 60º (sessenta graus) para formar o triângulo equilátero conforme a imagem anterior.

Depois de fazer o triângulo equilátero o próximo passo para a construção do jogo é a construção das células e bissetrizes do triângulo conforme a figura a seguir;

Unidade Temática: Probabilidade e Estatística

A incerteza e a interpretação de dados permeiam situações cotidianas, científicas e tecnológicas, exigindo que todos desenvolvam habilidades para coletar, organizar, analisar e tomar decisões com base em informações. Esta seção reúne Sequências Didáticas que integram contextos reais e ferramentas tecnológicas – como programação visual e robótica educacional – para tornar conceitos estatísticos e probabilísticos tangíveis e significativos. As propostas incentivam a investigação prática, o pensamento crítico e a aplicação dos conhecimentos em problemas autênticos, preparando os estudantes para lidar com dados de forma consciente e fundamentada.

SEQUÊNCIA DIDÁTICA: MÉDIA ARITMÉTICA UTILIZANDO O SCRATCH COMO RECURSO DE APRENDIZAGEM

Oyama Rodrigues da Silva, Crhistiane da Fonseca Souza

Introduz o conceito de média aritmética por meio da programação visual no Scratch, permitindo que os alunos criem suas próprias calculadoras de média e resolvam problemas contextualizados. Destinada a estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental, na unidade de Probabilidade e Estatística, a sequência promove a integração entre pensamento computacional e estatístico, desenvolvendo raciocínio lógico, criatividade e a aplicação prática da matemática em um ambiente digital interativo.

ROBÓTICA EDUCACIONAL LIVRE APLICADA À ANÁLISE TÉRMICA DO USO DE AR-CONDICIONADO

Nélio Neves Lima, Crhistiane da Fonseca Souza

Utiliza robótica com Arduino e sensores LM35 para coletar dados de temperatura e analisar a eficiência térmica do ar-condicionado em diferentes cenários. Trabalha conceitos de estatística descritiva (média, mediana, desvio padrão) e proporcionalidade. Destina-se a estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental, integrando pensamento computacional, investigação prática e análise crítica de dados reais.

Sequência Didática: Média Aritmética Utilizando O *Scrach* Como Recurso De Aprendizagem

Oyama Rodrigues da Silva
Orientadora: Profa. Dra. Crhistiane da Fonseca Souza

Estrutura curricular

Etapa de ensino/Ano ou Série

Ensino Fundamental /7 Ano

Área

Matemática

Unidade Temática (BNCC)

Estatística e probabilidade
"Unidade temática é um conjunto de conteúdo de uma mesma temática que aparece em praticamente todos os componentes curriculares da Base Nacional Comum Curricular (BNCC)" (BNCC, 2017).

Objetos de Conhecimento (BNCC)

Em medidas de Tendência Central**:** Média aritmética – Apresentação do conteúdo e resolução de problemas simulados do cotidiano.

Uso de ambientes simples de programação – *Scratch*: servirá como veículo de transmissão de conhecimento e contato com estruturas básicas de programação.

"Os objetos de conhecimento na BNCC são os conteúdos que serão abordados ao longo de cada componente curricular, e que servem para o desenvolvimento de habilidades" (BNCC, 2017).

Habilidades (BNCC)

(EF07MA35-C) Compreender, em contextos significativos, o significado de média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados estatísticos. (BNCC, 2017).

(EM13MAT405) utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática (BNCC, 2017).

Objetivos/Expectativas de Aprendizagem

Ensinar o conteúdo de média aritmética utilizando o *Scratch* como recurso didático.

O aluno terá contato com uma linguagem de programação onde aprenderá o conteúdo matemático de forma diferente e criativa, e ainda poderá aplicar os recursos apresentados dessa linguagem para criar programas para resolver problemas.

Referencial teórico

Segundo Cardoso (2024) "A sequência didática é uma abordagem pedagógica fundamental no campo da Educação", pois representa um conjunto estruturado de atividades cuidadosamente planejadas, interligadas e desenvolvidas de forma sequencial". Estas sequências se iniciam com a etapa de saber o que os alunos já conhecem sobre o assunto a ser tratado, uma fase de diagnóstico, para posteriormente seguir para fase de planejamento, execução da sequência didática, avaliação formativa e por fim, a etapa de síntese e reflexão (Santos Amorin, 2021; Cardoso, 2024).

A sequência didática revelou ser importante no ensino da matemática segundo os estudos de Souza et. al., (2024), no sentido de organização e planejamento do ensino; progressão e continuidade do aprendizado; flexibilidade e adaptação às necessidades dos alunos; e integração teoria e prática. "Aponta ainda que a sequências didáticas emerge como uma abordagem pedagógica poderosa e multifacetada, especialmente relevante para o ensino de matemática" (Souza et. al.,,2024).

Em relação a abordagem adotada nesta sequência didática, destaca-se a estatística com o recorte numa medida de tendência central, a média aritmética. Pois segundo Lopes (2008, p. 63), "o desenvolvimento do pensamento probabilístico e estatístico, sem dúvida, pode efetivar as potencialidades formativas da disciplina de Matemática". Assim, em consonância com a terceira etapa de uma sequência didática será ministrada uma atividade prática envolvendo um projeto de construção de um programa de computador (*Scratch*) em que se calcule as médias de determinados problemas apresentados, pois nesta etapa é que se utiliza da aplicação do conhecimento, para articular a teoria e a prática, por meio de projetos ou simulações (Cardoso, 2024).

A linguagem de programação Scratch, foi inspirada na linguagem LOGO, porém com uma interface gráfica mais fácil, o projeto teve início em 2003 e a partir de 2007, foi lançado o site. O *Scratch* é um *software* gratuito e está disponível tanto *on-line* quanto *off-line*. Ele foi desenvolvido pelo grupo *Lifelong Kindergarten* no *Media Lab* do *Massachusetts Institute of Technology* (MIT), liderados por Mitchel Resnick. (Souza; Costa, 2018).

No Brasil o *Scratch* vem por meio da Rede Brasileira de Aprendizagem Criativa numa parceria que em colaboração com a *Scratch Foundation* e o Grupo *Lifelong Kindergarten* do *MIT Media Lab* tem como objetivo promover e apoiar iniciativas que utilizam o Scratch como ferramenta de aprendizagem. A proposta é explorar o *Scratch* em contextos de aprendizagem criativa, incentivando o desenvolvimento de habilidades essenciais para o século XXI, como o pensamento crítico, a resolução de problemas e a criatividade. A atuação da Rede Brasileira de Aprendizagem Criativa foca especialmente em redes públicas, com o intuito de garantir que crianças e jovens de diferentes realidades

sociais tenham acesso a ferramentas de expressão criativa por meio da programação (SCRATH BRASIL, 2024).

A Rede Brasileira de Aprendizagem Criativa é uma comunidade formada por educadores, artistas, pesquisadores, empreendedores, alunos e outros interessados em criar ambientes educacionais mais criativos e práticos em escolas, universidades e espaços de aprendizagem não-formais no Brasil. Criada em 2015 em parceria com a Fundação *Lemann* e o *Lifelong Kindergarten Group* do *MIT Media Lab*, a rede já reúne milhares de participantes em todo o país. Para se envolver, basta participar do fórum, grupos de trabalho ou outras iniciativas da rede. O objetivo é promover a aprendizagem criativa e colaborar para transformar a educação no Brasil (RBAC, 2024).

Nesse contexto, o Scratch se torna um meio poderoso para que esses estudantes possam se expressar de forma pessoal e única, além de aprender a pensar de maneira inovadora e criativa. Ao promover essas oportunidades de aprendizagem, buscamos empoderar os jovens para que possam desenvolver suas próprias ideias, ampliar suas possibilidades e atuar de forma criativa no mundo digital (SCRATH BRASIL, 2024).

Duração das atividades

As atividades terão duração de 5 aulas de 50 minutos

- Apresentação e aplicação de conteúdo
- Visualização do *Scratch*
- Resolução de problemas
- Avaliação e fechamento

Conhecimentos prévios trabalhados pelo professor com aluno

O aluno do 7º ano do Ensino Fundamental, em teoria tem o conhecimento prévio para este trabalho, como operações básicas de matemática. No entanto, as atividades desenvolvidas serão monitoradas pelo professor, para que se encaixe dentro do planejamento realizado, tanto no conteúdo de média aritmética quanto na construção da atividade utilizando o *Scrath* realizada pelo aluno. O que realmente é necessário é a estrutura de computador com internet para a realização da atividade.

Sequência Didática

Para o início da atividade o professor já deve previamente fazer a apresentação no conteúdo no ambiente *Scratch* para a familiarização dos alunos para a continuidade do trabalho, sob o endereço (https://scratch.mit.edu/projects/1133694683).

Então, esta apresentação será enviada por link, como o programa permite, de preferência por e-mail, já que este é necessário para que o aluno crie uma conta no *Scratch.* Isto é importante, pois permite que o professor inicie a realização do "diagnóstico" da turma, com o intuito de garantir as condições mínimas necessárias para a realização desta atividade por todos os alunos.

Os alunos devem ter condições como: computador (monitor, teclado, mouse e CPU) conectado à internet, de preferência individualizado; ter uma conta de *e-mail* ativo e aderir ao *Scratch* quando se conectar a página principal (https://scratch.mit.edu/) como na Figura 1.

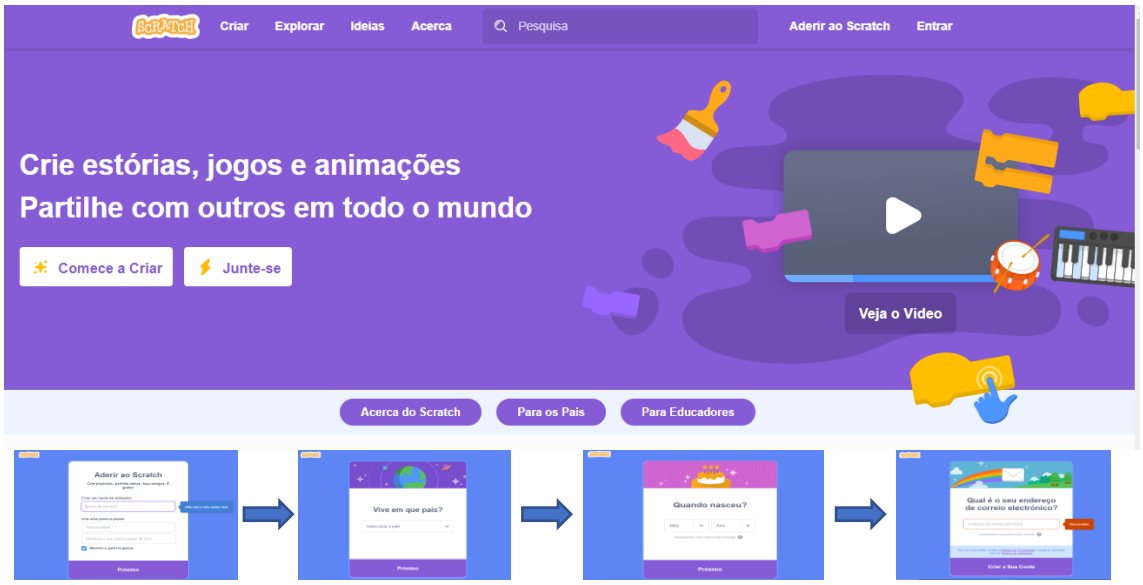


Figura 1. Página inicial do *Scratch* na internet e a sequência das telas de cadastro para criar uma conta.

A Sequência didática foi desenvolvida por aula (50 minutos) e organizados quanto aos seus objetivos (Cardoso, 2024), estas informações estão descritas nas colunas de objetivo da aula, ação do professor, ação do aluno e material utilizado, conforme o Quadro 1. É fato, que o professor deve auxiliar em qualquer dúvida que eventualmente possa surgir, ajudar a criar contas de e-mail, ajudar no cadastro da conta *Scratch*, selecionar o idioma correto, ou qualquer alteração nessa dinâmica do programa. O aluno deve prestar atenção nas informações fornecidas, assistir a aula *on-line*, cadastrar no ambiente *Scratch* (conforme orientação) e eventuais dúvidas questionar o professor.

Quadro 1. Descrição da primeira aula da sequência didática: Apresentação

Aula 1/ Apresentação e aplicação do conteúdo			
Objetivo da aula	**Ação do professor**	**Ação do aluno**	**Material utilizado**
Fazer a apresentação de toda a atividade de forma global Fazer o diagnóstico da turma para nivelar e preparar os alunos no ambiente *Scratch*	Se apresentar, apresentar a dinâmica da aula e da atividade Enviar o link da aula onde o aluno vai assistir Verificar as condições básicas que os alunos necessitam para entrar no *Scratch*, como: possuir conta de e-mail e posteriormente fazer uma conta no *Scratch*	Prestar bastante atenção na aula Acessar o link fornecido e assistir a aula realizada pelo professor Realizar o que for solicitado pelo professor e ter uma conta no ambiente *Scratch*	Projetor para a apresentação da aula Computador disponível para cada aluno ou dupla de alunos, conforme o professor solicitar

Na segunda aula, o professor vai reforçar a atividade a ser realizada. Explicar como funciona as ferramentas de programação e apresentar uma aula em projetor para que os alunos se familiarizem com o ambiente de programação, segundo o *SCRATCH*: Guia Prático para aplicação na Educação Básica (Souza; Costa, 2018). Os alunos vão assistir esta apresentação, tirar dúvidas. Esta aula apresenta as características do programa, os comandos em bloco mais utilizados, a lógica desse tipo de programação a forma com que se transforma a fórmula para uma linguagem em que o computador entenda e consiga executar corretamente a função determinada.

Ainda nesta aula, será apresentado um modelo como no exemplo (https://scratch.mit.edu/projects/1133862394) de uma calculadora de média aritmética com duas variáveis desenvolvida previamente e com todos os códigos disponíveis para que sirva de modelo para os alunos (Quadro 2). Já no ambiente *Scratch*, após clicar em "Criar" seguirá para a tela onde desenvolverá o seu programa (Figura 2)

Quadro 2. Descrição da segunda aula da sequência didática: programação e exemplos

Aula 2/ Visualização do *Scratch*			
Objetivo da aula	**Ação do professor**	**Ação do aluno**	**Material utilizado**
Proporcionar ao aluno uma visão completa do ambiente de programação com o exemplo dado pelo professor	Revisar o projeto a ser desenvolvido Apresentar as ferramentas do *Scratch* Exemplificar com sua programação, para servir de modelos para os alunos	Iniciar o planejamento de um projeto de uma calculadora de média aritmética Tirar dúvidas com o professor à medida que se desenvolve o programa	Projetor para a apresentação da aula Computador disponível para cada aluno ou dupla de alunos, conforme o professor solicitar

Nesta etapa o professor dever permitir que os alunos explorem o programa, e que resolvam desenvolver coisas criativas, não tolher por ser uma tecnologia digital. Nesta tela inicial vai existir o ator no campo principal e os comandos em bloco classificado segundo sua ação; do lado esquerdo de quem olha para tela, encontram-se os blocos de programação (Figura 2). Após o início da parte em que o professor apresenta e explica os códigos para que se desenvolva uma calculadora de média aritmética simples, os alunos passam a fazer em cada computador afim de a execução ser perfeita.

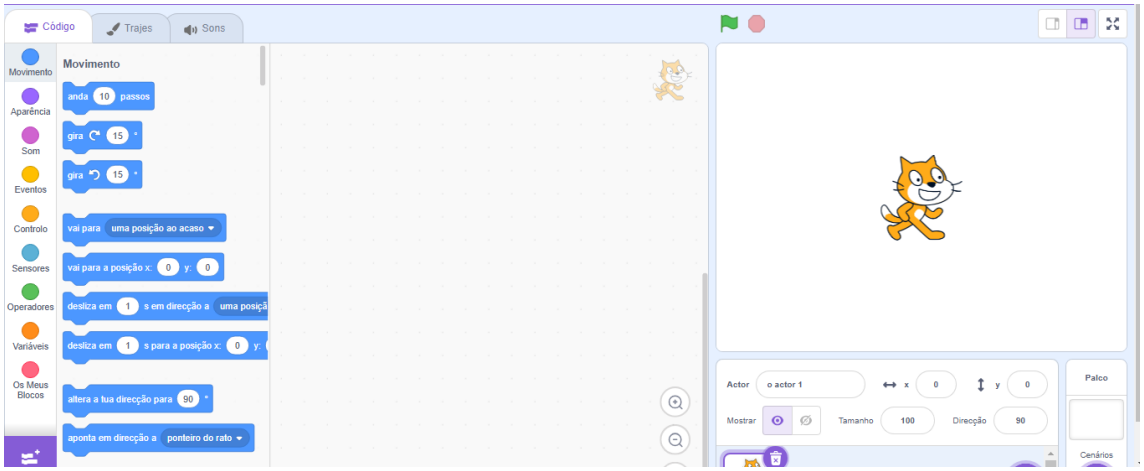


Figura 2. Tela de início do Scratch

O professor vai paulatinamente, nesta terceira etapa (Quadro 3) executando e explicando a atividade, permitindo com que o aluno realize ações que os familiarizem cada vez mais com o ambiente de programação. Sem desviar-se do foco que são os blocos na sequência e na lógica correta (Figura 3), afim de ter a calculadora testada

eficientemente, porém algumas variações podem ser permitidas, desde que se mantenha a eficiência do programa.

Na Figura 3 observa-se que inicia-se com o bloco de eventos, escolhido quando clicar na bandeirinha verde, que é onde iniciará cada cálculo. Foram declaradas as variáveis previamente, em criar variáveis, nota 1, nota 2 e média, isso permitiu que no bloco de alterar cada variável, possa-se zerar os campos de resposta. Em azul aparece o bloco dos sensores, onde que aparece digitado “Digite a nota 1”, será onde o ator (o gatinho, espécie de apresentador) interagirá com o usuário por meio de um balão, este por sua vez digitará no campo que aparece na tela, são ações idênticas para a nota 2. E a partir deste ponto o programinha calcula a média e a torna visível tanto no campo da variável quanto no balão do ator, isto é possível por utilizar um operador lógico que faz com que se somam as notas e as dividem por 2, e atribui este valor a variável média. E para iniciar outro cálculo basta novamente clicar na bandeirinha verde.

Figura 3. Código do programa da calculadora de média aritmética

Este código é relativamente simples e permite que o aluno visualize o que está sendo proposto. A plataforma *Scratch* permite inúmeras modificações para aprimoramentos ou mesmo outra forma de calcular esta média. Neste caso foi proposto um cálculo simples entre dois números, sem o cuidado de limitar a digitação de letras ou qualquer outro caractere, se isso acontecer atribui-se zero a resposta da média. A complexidade dos códigos depende da experiência e dedicação de cada indivíduo, pois os travamentos e apresentação demandam tempo de estudo e testes para que se concretizem. A utilização de rotinas e condicionais pode ser realizada, desde que todos entendam o funcionamento de cada estrutura.

Quadro 3. Descrição da terceira aula da sequência didática: realização da atividade pelos alunos

Aula 3/ Programa: média aritmética			
Objetivo da aula	**Ação do professor**	**Ação do aluno**	**Material utilizado**
Proporcionar ao aluno as condições necessárias para que realize a programação da calculadora de média no ambiente *Scratch*	Demonstrar passo a passo todos os códigos e a lógica de apresentação destes, afim de que os alunos assimilem e consigam desenvolver em seu ambiente de criação	Criar o seu próprio programa, com suas escolhas, a partir das diretrizes fornecidas pelo professor, o intuito é que o aluno desenvolva o programa do ambiente *Scratch*	Projetor para a apresentação da aula Computador disponível para cada aluno ou dupla de alunos, conforme o professor solicitar

Na aula 4 (Quadro 4) o professor apresenta problemas para os alunos que podem ser resolvidos na calculadora desenvolvida, no entanto, pela limitação de cálculo os discentes vão perceber que necessitam de uma melhor estrutura de programa para realizar os cálculos do problema 2 e 3 (Figura 4) sendo assim, deverão a partir do que foi ensinado e demonstrado nas aulas anteriores, um novo projeto para desenvolver um programa que consiga, de forma lógica e correta a resolução destes problemas. Esta atividade será realizada em sala de aula e pode ser até desenvolvida em duplas ou pequenos grupos, para que a interação seja um ponto favorável a novas ideias de resolução de problemas.

O desafio lançado pelo professor irá estimular a capacidade de resolver problemas utilizando a programação, estimulando o raciocínio lógico e a interação entre os alunos. Os resultados esperados para este programa é que alguns alunos irão reproduzir as rotinas demonstradas na Figura 3, e assim chegar a um resultado. Outros podem realizar dois programas para responder os exercícios 2 e 3, respectivamente, também chegando a um resultado. Outro caso seria a criação de um novo programa que conseguisse resolver os dois problemas ao mesmo tempo, uma complexidade maior na programação. Quanto a dificuldade, espera-se que os alunos cheguem a resultados, pose existir alguns que tenham maiores dificuldades, mas estão sob monitoria do professor.

Exercício 1

Calcule a média aritmética de João que obteve nota no primeiro semestre de 7,0 e nota no segundo semestre de 9,4.

Exercício 2

Para uma turma ganhar um passeio em uma cidade histórica precisa que a média dos alunos na disciplina de matemática seja maior que 7,0. Existem nesta turma 10 alunos, utilizando a calculadora de médias, qual é a real média já que as notas são

6,4	9,3	8,0	4,4	7,1	8,4	6,3	5,7	9,0	7,0

Exercício 3

Em uma fábrica de grampos de alumínio foram instaladas três máquinas para teste, onde que a menos eficiente será descartada. Todas operam em iguais condições, no entanto cada operador trabalha em tempos diferentes. Descartando a manutenção e o custo de operação, foram feitos testes e os resultados estão descritos:

Maquina 1	Quantidade de grampos	Tempo em horas
1	2324	3,5
2	8630	6
3	4573	3

Qual a máquina menos eficiente na quantidade produzida de grampos por hora?

Figura 4. Exercícios que o professor insere como base para um novo projeto desenvolvidos pelos alunos

Quadro 4. Descrição da quarta aula da sequência didática: Resolução de problemas

Aula 4/ Resolução de problemas			
Objetivo da aula	**Ação do professor**	**Ação do aluno**	**Material utilizado**
Proporcionar o desenvolvimento de um programa que ajude a resolver as situações problema apresentadas	Apresentar os problemas para os alunos, Estimular a construção de um programa que ajude a resolver os problemas apresentados	Criar um programa, eficiente para resolver os problemas apresentados pelo professor no ambiente *Scratch*	Projetor para a apresentação da aula Computador disponível para cada aluno ou dupla de alunos, conforme o professor solicitar

A última etapa desta sequência é a de avaliação e fechamento Quadro 5. Esta avaliação será feita pelo professor a partir da construção dos programas, e os resultados que os alunos chegaram. Outra avaliação é sobre o aprendizado da matemática em si, pois acredita-se que ao realizar as operações com os operadores lógicos, o aluno apreende com mais facilidade o conteúdo ministrado, neste caso a média aritmética. O professor, neta

etapa, irá corrigir os programas que ainda não tiveram um resultado satisfatório e propor um código que consiga resolver os problemas. O objetivo será alcançado com a participação dos alunos no quesito de trabalhar com o ambiente de programação para resolver problemas.

Quadro 5. Descrição da Quinta aula da sequência didática: Avaliação e fechamento

Aula 5/ Avaliação e fechamento			
Objetivo da aula	**Ação do professor**	**Ação do aluno**	**Material utilizado**
Avaliar o aluno nesta atividade por meio da observação do trabalho executado Fechar o trabalho	Testar os programas envolvendo os alunos em eventuais correções Encerrar as atividades já pensando em melhorias em situações futuras	Corrigir com o professor o programa se necessário Comparar ideias diferentes para resolução do mesmo problema Avaliar a atividade	Projetor para a apresentação da aula Computador disponível para cada aluno ou dupla de alunos, conforme o professor solicitar

Além da avaliação do professor para com o aluno é de suma importância que o aluno avalie a atividade em diversos quesitos, para que o professor reflita no que pode ser melhorado em trabalhos futuros. Avaliação do professor para com a atividade é também importante, para identificar as dificuldades encontradas e realizar ações corretivas e ao mesmo tempo, identificar pontos de melhoria da atividade.

Esta sequência didática está configurada como o início de um trabalho e atividades que consiga trabalhar o conteúdo de matemática, no caso estatística juntamente com a programação. Dessa forma acredita-se que existirá um desenvolvimento contínuo com a maior familiarização do ambiente *Scratch*. Espera-se um interesse grande dos alunos em programação e a facilitação da assimilação do conteúdo da matemática.

Considerações finais

A sequência didática é uma ferramenta apresentada torna-se um instrumento para a construção do conhecimento de forma organizada para que o professor e aluno tenham formas de interagir e ter uma aprendizagem significativa, tanto na área da matemática como na área da programação.

Este trabalho não tem pretensão de travar a criatividade do aluno, pelo contrário estimula a criação e desenvolvimento cada vez mais complexo à medida que este estudante evolui no conhecimento da matemática e da programação. Muitas

alternativas apontam para resolução de um problema e esta capacidade de resolver problema faz com que o aluno desenvolva capacidades que vão além do exigido pelos currículos escolares

Referências

BNCC - Base Nacional Comum Curricular. Ministério da Educação. 2017. Disponível em: https://www.gov.br/mec/pt-br/escola-em-tempo-integral/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal.pdf. Acesso em 6 de novembro de 2024.

CARDOSO, M. B. **Sequências didáticas: orientações para iniciantes na pesquisa em educação matemática.** 1 ed, Quipá Editora, Iguatu, 2024. disponível em: https://educapes.capes.gov.br/bitstream/capes/742078/2/SEQUENCIAS%20DIDATICAS.pdf/. Acesso em 25 de janeiro de 2024.

LOPES, C. E. **O ensino da Estatística e da Probabilidade na Educação Básica e a Formação dos Professores.** Cad. Cedes, vol. 28, n. 74, Campinas, 2008, 57–73. Disponível em: www.researchgate.net/profile/Celi_Lopes/publication/262707302_The_teaching_of_statistics_and_probability_at_elementary_schools_and_teacher_education/links/53f34be3cf2da8797446016.pdf . Acesso em: 15 de outubro de 2024.

RBAC, disponível em: https://aprendizagemcriativa.org/. Acesso em 6 de novembro de 2024.

SANTOS AMORIM, Sebastiana Geny dos. Sequência Didática: Uma Prática De Ensino-aprendizagem**.** In: **Revista Sala de Recursos**, v.1.n.1, p. 27 – 36, jan. – abril. 2021. Disponível em:<http://www.saladerecursos.com.br>.Acesso em 25 de janeiro de 2024

SCRATH BRASIL, disponível em: https://scratchbrasil.org.br/sobre/ , acesso em 6 de novembro de 2024.

SOUZA, M, F,; COSTA C.S. SCATCH: **Guia Prático para aplicação na Educação Básica**. 1. ed. Editora Imperial: Rio de Janeiro, 2018. disponível em: https://educapes.capes.gov.br/bitstream/capes/566023/2/Produto%20-%20Michel%20de%20Souza%202019.pdf, acesso em 6 de novembro de 2024.

SOUZA, M. F.; COSTA, C. S. **SCRATCH**: Guia Prático para aplicação na Educação Básica. 1 ed. - Rio de Janeiro: Imperial, 2018. Disponível em: https://educapes.capes.gov.br/bitstream/capes/566023/2/Produto%20-%20Michel%20de%20Souza%202019.pdf. Acesso em 25 de janeiro de 2024

SOUZA, R. F. N.; NASCIMENTO, D. E. B.; MOURA, F. J. N.; CASTRO, F. M. F. M. Sequência didática como estratégia pedagógica para aprendizagem nas aulas de matemática. Congresso Nacional de Educação 10. **CONEDU**, 2024. Disponívelem: https://editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2024/TRABALHO_COMPLETO_EV200_MD1_ID8669_TB7314_27102024193714.pdf . Acesso em 25 de janeiro de 2024

Robótica educacional livre aplicada à análise térmica do uso de ar-condicionado

Nélio Neves Lima
Orientadora: Profa. Dra. Crhistiane da Fonseca Souza

Estrutura curricular

Etapa de ensino/Ano ou Série

Ensino Fundamental/8º Ano

Área

Matemática

Unidade Temática (BNCC)

Probabilidade e Estatística

Objetos de Conhecimento (BNCC)

Organização dos dados de uma variável contínua em classes; Medidas de tendência central e de dispersão;

Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais

Habilidades (BNCC)

(EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano. (Brasil, 2018, p.311).

(EF08MA25) Obter os valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana) com a compreensão de seus significados e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude. (Brasil, 2018, p.315).

Objetivos/Expectativas de Aprendizagem

Objetivo Geral

Analisar a variação proporcional e as características estatísticas (média, mediana e desvio padrão) da temperatura em uma sala de aula após o acionamento do ar-condicionado, comparando os cenários com portas e janelas fechadas e abertas.

Objetivo Específico

Coletar dados de temperatura a intervalos regulares de 10 segundos após o acionamento do ar-condicionado em ambos os cenários (portas e janelas abertas e fechadas) com o

auxílio de uma plataforma Arduino, dois sensores de temperatura (LM35) e um computador.

Calcular a variação proporcional entre as temperaturas (interna e externa) para cada intervalo de tempo.

Calcular a média, mediana e desvio padrão da variação proporcional ao longo do tempo em cada cenário.

Comparar a eficiência do ar-condicionado nos dois cenários, utilizando tanto a variação proporcional quanto às medidas estatísticas (média, mediana, desvio padrão) para analisar a taxa de queda de temperatura e a consistência das medições.

Construir gráficos que mostram a variação proporcional da temperatura ao longo do tempo nos dois cenários.

Interpretar os resultados obtidos nos gráficos e nas análises estatísticas, identificando qual cenário proporciona uma maior queda de temperatura de forma proporcional e qual cenário apresenta maior consistência (menor desvio padrão).

Expectativas de Aprendizagem

Nesta sequência didática, espera-se que os alunos do 8º ano do Ensino Fundamental desenvolvam competências como a capacidade de obter os valores de medidas de tendência central – média, moda e mediana – a partir dos dados coletados durante a atividade prática. Espera-se que os alunos sejam capazes de interpretar os dados coletados.

Além disso, espera-se que a sequência didática possibilite que os alunos relacionem as medidas de tendência central à dispersão dos dados. A compreensão prática das diferenças entre as medidas permitirá que os alunos analisem os resultados de maneira crítica, observando padrões e a consistência das temperaturas em diferentes contextos.

Por fim, espera-se que os alunos sejam incentivados a desenvolver pensamento crítico e analítico, explorando como diferentes cenários impactam os dados observados, refletindo sobre a importância do consumo consciente de recursos naturais e o uso eficiente os aparelhos de ar-condicionado.

Duração das atividades

4 aulas de 50 minutos cada, para uma turma com até 20 alunos - Esta é uma sugestão, já que a duração pode variar em turmas distintas.

Conhecimentos prévios trabalhados pelo professor com aluno

O que são: média, mediana e desvio padrão; leitura e interpretação de dados simples em tabelas; proporção e conceitos de medição de temperatura.

Introdução

A robótica, quando integrada ao currículo dos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, revela-se uma área de conhecimento multidisciplinar (César; Bonilla, 2007). Essa afirmação justifica-se pela necessidade de mobilizar diversas habilidades e conhecimentos, como o Pensamento Computacional (PC), a microeletrônica, a Engenharia Mecânica, a Física e a Matemática (César; Bonilla, 2007). Conforme Wing (2006), o PC vai além da programação, englobando a capacidade de decompor problemas complexos, identificar padrões e automatizar processos.

Ao analisar o papel da tecnologia na educação, Papert (1994) chama a atenção para um paradoxo: a busca por soluções tecnológicas para os desafios da aprendizagem pode, ironicamente, limitar a autonomia do professor. A verdadeira inovação pedagógica exige que os educadores se apropriem dos recursos tecnológicos, utilizando-as para ampliar suas possibilidades de ação e promover aprendizagens diversas. Essa análise de Papert fundamenta-se na teoria construtivista de Piaget, que postula que o conhecimento não é passivamente recebido, mas ativamente construído pelo indivíduo. Essa construção ocorre por meio da interação contínua entre o sujeito e o seu ambiente, sendo nesse processo dinâmico que as aprendizagens se desenvolvem (Freitas, 2001). Dessa forma, a integração de tecnologias digitais em espaços de aprendizagem, permite que os alunos participem ativamente do processo de aprendizagem, conectando conteúdos escolares com práticas concretas, o que estimula o pensamento crítico, a criatividade e o trabalho colaborativo, tornando o aprendizado mais alinhado às realidades do estudante. (César; Bonilla, 2007).

Conforme ressaltado por Souza (2021), pensamento matemático desempenha um papel fundamental no desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos no contexto da Robótica Educacional, pois promove uma visão integrada do conhecimento, conectando a teoria à prática de forma concreta. Essa interdisciplinaridade contribui para o desenvolvimento de habilidades essenciais como pensamento crítico, resolução de problemas, criatividade e trabalho em equipe. No entanto, Souza (2021) também destaca um dos principais desafios enfrentados na implementação dessa abordagem: a escolha de problemas adequados é crucial para o sucesso do processo de ensino e aprendizagem. Esses problemas devem ser desafiadores, mas ao mesmo tempo acessíveis aos estudantes.

Esses aspectos destacam como a integração de tecnologias, especialmente no contexto da Robótica Educacional, podem transformar o ambiente escolar em um espaço de aprendizagem mais dinâmico e colaborativo. Ao longo deste trabalho, serão explorados como esses princípios podem ser aplicados para promover aprendizagens significativas, conectando teoria e prática.

Sequência Didática

De acordo com Zabala (1998), a sequência didática é uma série ordenada e articulada de atividades que formam as unidades didáticas, organizadas de maneira a promover a aprendizagem progressiva dos alunos. Ou seja, a sequência didática visa orientar o

ensino em etapas, possibilitando uma estrutura clara para o desenvolvimento do conteúdo e a prática educativa. Essas atividades podem variar em sua natureza (expositivas, práticas, investigativas) e são ordenadas para facilitar o entendimento e o envolvimento dos alunos ao longo do processo de ensino-aprendizagem.

Desta forma, observa-se que a sequência didática é importante porque fornece uma estrutura planejada e sistemática para o ensino, garantindo que os objetivos educacionais sejam atingidos de forma progressiva e coerente. Além disso, permite que o professor organize o conteúdo de maneira que os alunos possam construir conhecimento gradativamente, a partir de suas experiências e conhecimentos prévios. Segundo Zabala (1998), a sequência didática é fundamental para que o ensino atenda às diferentes necessidades dos alunos, promovendo uma aprendizagem significativa, pois organiza o processo de ensino de acordo com os tipos de conteúdo a serem abordados (conceituais, procedimentais e atitudinais).

Uma sequência didática deve incluir alguns elementos essenciais para atingir seus objetivos de aprendizagem. Baseado em Zabala (1998, p. 55), a sequência didática proposta para este trabalho tem como elementos:

- **Atividades de motivação**: Estímulos iniciais que engajem os alunos, geralmente relacionados a situações problemáticas ou desafiadoras que despertam a curiosidade e o interesse pelo conteúdo a ser explorado.
- **Exploração de hipóteses ou soluções**: Nesta etapa, os alunos são incentivados a propor soluções ou hipóteses para os problemas apresentados, fomentando a discussão e a participação ativa na construção do conhecimento.
- **Apresentação de novas informações**: O conteúdo central é introduzido ou consolidado nesta fase, seja por meio de explicações, demonstrações ou pesquisa. O professor direciona o processo de aprendizado, ajustando as explicações às necessidades dos alunos.
- **Generalização e aplicação**: Os conceitos discutidos são generalizados e aplicados a diferentes contextos, permitindo que os alunos estabeleçam conexões entre o novo conhecimento e suas experiências anteriores, além de praticarem a aplicação do que foi aprendido.
- **Avaliação**: Tanto o processo quanto os resultados da aprendizagem são avaliados, seja formativa (ao longo do processo, para ajustes e *feedback*) ou somativa (no final, para verificar o que foi aprendido). A avaliação deve contemplar os diferentes tipos de conteúdo abordados na sequência (conceituais, procedimentais e atitudinais).

A sequência didática apresentada neste trabalho foi proposta para a turma de 8º ano do Ensino Fundamental e tem como proposta analisar a variação proporcional e as características estatísticas da temperatura de uma sala de aula após o acionamento do ar-condicionado, comparando cenários com portas e janelas abertas e fechadas. O conteúdo abrange conceitos de Estatística e Proporcionalidade, utilizando recursos

como média, mediana e desvio padrão para análise e comparação dos resultados obtidos. Esta proposta fundamenta-se no registro de dados práticos e na aplicação de métodos matemáticos para a interpretação e representação dessas informações. A motivação parte de uma situação cotidiana e próxima ao contexto dos alunos – a variação de temperatura em uma sala de aula – buscando uma aprendizagem a partir do tangível e do cotidiano. A justificativa para sua aplicação está na necessidade de integrar conceitos matemáticos fundamentais ao cotidiano dos alunos, promovendo o desenvolvimento de habilidades analíticas, pensamento crítico e uma compreensão prática da Estatística.

A sequência didática proposta alinha-se diretamente aos principais componentes descritos por Zabala (1998), promovendo uma aprendizagem progressiva e significativa. O estímulo inicial ocorre com a exploração de uma situação prática e real, despertando o interesse dos alunos e incentivando-os a levantar previsões e discutir os fatores que influenciam a variação da temperatura. Assim, os estudantes são desafiados a propor hipóteses, exercitando o pensamento crítico e participando ativamente da construção do conhecimento.

Na etapa de apresentação de novas informações, os alunos serão expostos a conceitos matemáticos e estatísticos fundamentais para a análise, como média, mediana, desvio padrão e proporcionalidade, com uma abordagem prática embasada em dados reais. A fase de generalização e aplicação permitirá que os conceitos sejam transferidos para diferentes contextos, estabelecendo conexões entre o novo conhecimento e as experiências anteriores dos alunos. A avaliação, contínua e diversificada, incluirá observações, discussões e análise dos gráficos e cálculos desenvolvidos pelos alunos, assegurando tanto a compreensão dos conteúdos quanto o desenvolvimento de competências essenciais.

Estratégias de ensino e recursos educacionais

A estratégia educacional escolhida é baseada no construcionismo, que segundo Papert (1994), promove um ensino engajador e significativo, pois os alunos se envolvem na construção de algum dispositivo ou elemento que apresenta maior apelo, como jogos, simulações ou dispositivos robóticos. Ele também reforça que o Pensamento Computacional não se limita à programação, mas inclui habilidades como abstração, decomposição e resolução de problemas, todas essenciais para diversas estratégias de ensino, em especial as baseadas em projetos.

Para esta estratégia, os alunos serão apresentados a um problema real, que no caso é a análise da eficiência do ar-condicionado em diferentes cenários. Serão então, orientados a explorar os conceitos matemáticos para a análise proposta, que no caso são: média, mediana e desvio padrão. Os autores Azevedo e Maltempi (2020), afirmam que esse tipo de estratégia permite que o aluno construa seu aprendizado por meio da investigação e da aplicação prática, rompendo com o modelo tradicional de ensino expositivo.

Descrição da Sequência de Atividades

1ª Aula – Introdução ao Problema e Motivação

Objetivo:

1. Apresentar o contexto e motivar os alunos para a atividade prática, conforme mostrado nos *slides* do Apêndice A.
2. Realizar uma avaliação diagnóstica, mostrada no Apêndice B, para detectar as dificuldades dos alunos com relação ao cálculo de média, mediana, moda e desvio padrão.

Discussão inicial (20 minutos):

Introduzir o problema da variação de temperatura em uma sala de aula e sua relação com portas e janelas abertas ou fechadas. Essa etapa será feita utilizando a apresentação mostrada no Apêndice A.

No primeiro *slide*, conforme mostra a Figura 1, é feita a pergunta: Em uma sala com aparelho de ar-condicionado ligado, você já percebeu como a temperatura muda quando abrimos ou fechamos as janelas e portas?

Figura 01 - Primeiro *Slide.*

Fonte: o próprio autor.

Possibilidades de respostas:

1° - Caso o aluno não tenha percebido:

Neste caso, explicar o conceito usando exemplos familiares aos alunos:

- Mostrar placas comuns em locais públicos com o aviso "Mantenha a porta fechada".
- Comparar com a geladeira de casa, destacando que, para manter a temperatura interna baixa, é essencial evitar a troca de ar com o ambiente externo.

- Perguntar à turma: Por que manter portas e janelas fechadas ajuda o ar-condicionado a funcionar melhor e gastar menos energia?

2° - Caso o aluno tenha percebido corretamente:

Verificar se a percepção está alinhada com o conceito correto:

- Quando portas e janelas estão abertas, o ar-condicionado perde eficiência, e a temperatura média interna é mais alta do que com portas e janelas fechadas.
- Incentivar o aluno a compartilhar exemplos reais onde observou essa situação. Caso mencionem a sala de aula, estimular a turma a debater como isso ocorre e o impacto no conforto térmico.

3° - Caso o aluno perceba incorretamente:

Explicar por que a temperatura interna pode aumentar quando portas e janelas estão abertas.

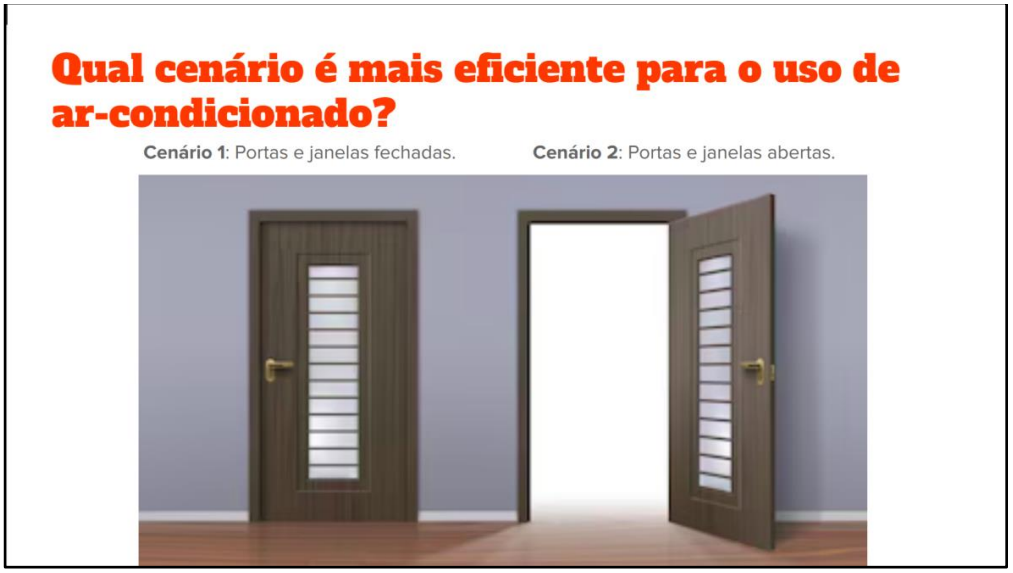
- Usar exemplos simples: "O ar frio tende a se mover para o ambiente mais quente, enquanto o ar quente flui para o mais frio."
- Mostrar o vídeo, apresentado na Figura 02, com a experiência com as garrafas PET e destacar a circulação do ar entre regiões frias e quentes, usando a fumaça como ilustrador da corrente de ar.

Figura 02 - Deslocamento do ar.

Fonte: Canal do Youtube Manual do Mundo, disponível em https://www.youtube.com/shorts/nKUjAKkAnkU.

No segundo *slide*, conforme mostra a Figura 3, são mostrados dois cenários, um com a porta fechada e outro com a porta aberta.

Figura 3 - Segundo *slide*.



Fonte: o próprio autor.

1° - Caso o aluno responda que o Cenário 1 (portas e janelas abertas) é mais eficiente:

Explicar o conceito de eficiência térmica, destacando que, com portas e janelas abertas, o ar frio gerado pelo ar-condicionado escapa para o ambiente externo, enquanto o ar quente entra na sala, tornando o sistema ineficiente.

Outra possibilidade é relacionar o funcionamento do aparelho de ar-condicionado com o de uma geladeira, que mantém os alimentos frios porque permanece fechada.

2° - Caso o aluno responda que ambos os cenários são igualmente eficientes:

Explicar que a troca de calor entre o ambiente interno e externo ocorre de forma mais intensa quando portas e janelas estão abertas, aumentando o consumo de energia.

3° - Caso o aluno responda "não sei":

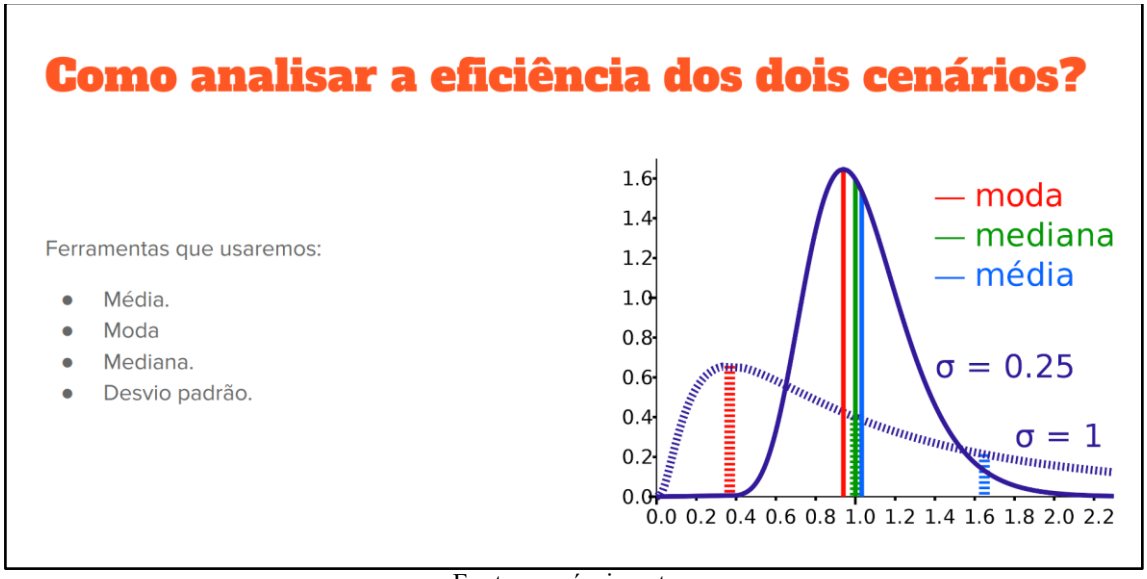
Usar a oportunidade para revisar os conceitos de eficiência térmica. Explicar a função do ar-condicionado de resfriar o ar interno e como portas e janelas abertas prejudicam seu funcionamento.

4° - Caso o aluno responda que o Cenário 2 (portas e janelas fechadas) é mais eficiente:

Parabenizar o aluno e reforçar que, ao manter portas e janelas fechadas, o ambiente se torna mais eficiente para o ar-condicionado, pois minimiza a troca de calor com o exterior.

No terceiro *slide*, mostrado na Figura 4, é importante introduzir os conceitos de média, moda, mediana e desvio padrão de forma acessível, considerando que o nível de compreensão da turma ainda é desconhecido. Caso os alunos já demonstrem familiaridade, revisar brevemente os conceitos: média é a soma dos valores dividida pelo número de observações; mediana é o valor central de um conjunto ordenado; moda é o valor mais frequente; e desvio padrão mede a variação dos dados em relação à média. Relacionar esses conceitos ao objetivo da aula, destacando que eles serão utilizados para analisar e comparar os dois cenários apresentados.

Figura 4 - Terceiro *slide.*



Fonte: o próprio autor.

Se os alunos mostrarem confusão ou dificuldade, oferecer exemplos simples, como calcular a média de 20°C, 25°C e 30°C (soma 75 dividida por 3, resultando em 25°C), identificar a mediana como o valor central de 10, 20 e 30 (mediana é 20), ou apontar a moda como o valor mais frequente em 25°C, 25°C e 30°C (moda é 25°C). Para desvio padrão, explicar de maneira breve que ele mede o quanto os dados variam em relação à média. Perguntar se os exemplos fazem sentido e esclarecer dúvidas sem aprofundar nos cálculos.

Se a turma demonstrar total desconhecimento, apresentar os conceitos de forma introdutória e conectá-los à prática: explicar que eles ajudam a interpretar dados, como as temperaturas que serão medidas na atividade prática, e que os detalhes serão trabalhados durante a aula. Finalizar reforçando que o objetivo inicial não é dominar tudo de imediato, mas entender como esses recursos ajudam a comparar os dois cenários. Isso garante uma abordagem leve e motivadora antes da avaliação diagnóstica, que será aplicada ao final da aula, para determinar os conhecimentos prévios da turma.

Avaliação diagnóstica (30 minutos):

Após a apresentação dos *slides*, aplica-se a avaliação diagnóstica, disponível no Apêndice B, nos últimos 30 minutos da aula. Composta por 12 questões que exploram os conceitos de média, mediana, moda e desvio padrão (três questões para cada tema), a avaliação tem o objetivo de identificar o nível de compreensão da turma. A análise dos resultados orientará as próximas etapas, ajustando o ensino conforme as necessidades identificadas.

A interpretação dos resultados deve considerar padrões de desempenho observados na turma, como:

1. Domínio dos conceitos: Se a maioria dos alunos demonstrar compreensão sólida dos temas avaliados, o professor pode avançar para as próximas atividades, como a construção do projeto, sem necessidade de revisão extensiva.

2. Dificuldades pontuais: Caso sejam identificados temas específicos com maior número de erros ou dúvidas, o professor deve priorizar a revisão desses conceitos.
3. Dificuldades generalizadas: Se houver uma compreensão limitada da maioria dos conceitos avaliados, o professor deve retomar os fundamentos de maneira clara e estruturada, com exemplos simples e exercícios introdutórios, garantindo que os alunos consolidem os conceitos básicos antes de avançar para atividades mais complexas.

Os resultados da avaliação diagnóstica devem direcionar o planejamento das próximas aulas, permitindo que o professor ajuste a abordagem pedagógica conforme as necessidades da turma. A flexibilidade é essencial para garantir que todos os alunos avancem de maneira sólida e progressiva, reforçando os conceitos necessários antes de introduzir novos desafios. Assim, promove-se uma aprendizagem significativa, adaptada às necessidades específicas da turma.

2ª Aula - Construção do Equipamento de Medição (Arduino e Sensores)

Objetivo:

Familiarizar os alunos com os equipamentos e preparar o sistema para coleta de dados, garantindo que compreendam a função de cada componente e as etapas do processo.

Introdução e Apresentação do Arduino e sensor LM35 (10 minutos):

A apresentação, com todos os elementos descritos, está disponível no Apêndice C. A descrição das atividades desenvolvidas é mostrada a seguir:

- Apresentar o Arduino como uma placa microcontrolada utilizada para automatizar processos, como medir temperatura ou controlar dispositivos.
- Mostrar um Arduino físico, indicando as principais partes, como a alimentação, pinos digitais, pinos analógicos e conexão USB (*Universal Serial Bus*) Barramento Serial Universal. Permitir que os alunos manipulem o Arduino.
- Explicar o LM35, que é um sensor analógico que mede a temperatura com precisão, sem a necessidade de calibração.
- Mostrar o sensor e destacar seus três terminais de alimentação, marcados na placa como 5 V, GND (*Ground*) e saída de dados.
- Relacionar com a prática: "Esses sensores serão usados para medir a temperatura interna e externa da sala."
- Apresentação do código para o Arduino.

Preparação dos Componentes (10 minutos):

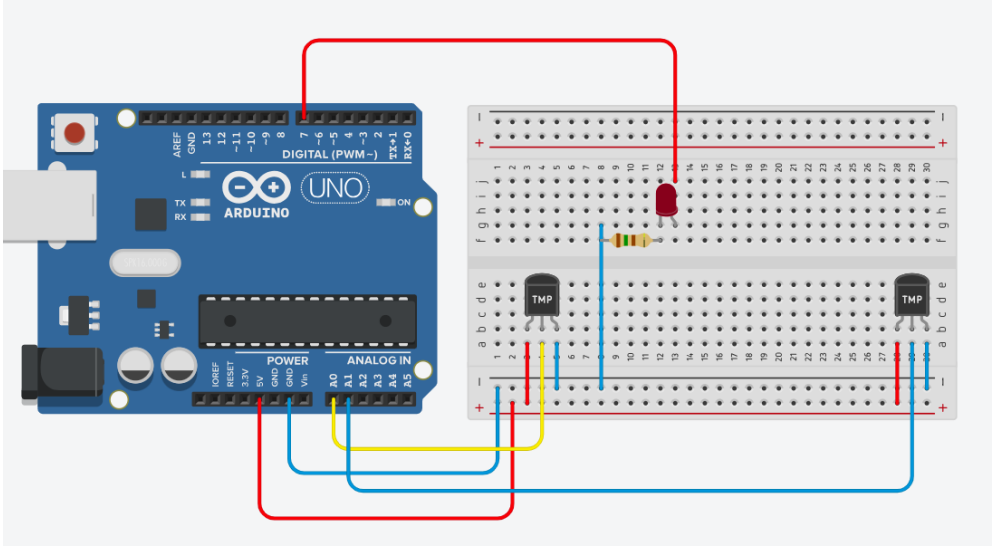
Neste momento, todos os elementos devem ser apresentados para os alunos. Os elementos são:

- 1 placa Arduino Uno.
- 2 sensores LM35.
- 1 cabo USB.
- *Jumpers* e *protoboard*.
- Resistor de 160 Ω
- Led 5 mm.

Montagem do Equipamento (20 minutos):

O esquema de montagem é mostrado no Apêndice C e na Figura 5 a seguir, onde são apresentadas as conexões de todos os elementos, com o auxílio de um *protoboard*. A montagem deve ser realizada pelos alunos, divididos em grupos de até 10 integrantes por bancada, garantindo a participação de todos no processo. Como serão necessários dois equipamentos idênticos, a turma será organizada para que ambas as bancadas realizem a montagem simultaneamente, assegurando que os dispositivos estejam prontos para a coleta de dados.

Figura 5 - Montagem do equipamento.



Fonte: o próprio autor.

Perguntas previstas e soluções

Dúvida: E se o sensor não estiver funcionando?

- Resposta: Verifique as conexões. O sensor pode não funcionar se os pinos estiverem invertidos.

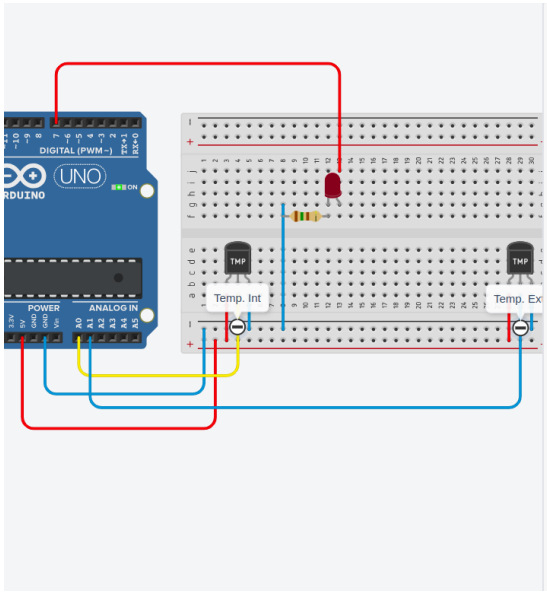
Dúvida: Como confirmar que todas as conexões estão corretas?

- Resposta: Vamos verificar a comunicação no próximo passo, mas o importante agora é garantir que os pinos 5 V, GND e saída estejam nos lugares corretos.

Configuração do Código (10 minutos):

O código a ser executado no Arduino é apresentado na Figura 6 a seguir, assim como no Apêndice C.

Figura 6 – Código.




```
// C++ code
//
// Declaração das variáveis
int TempInt = 0; // Temperatura interna
int TempExt = 0; // Temperatura externa
float Rel = 0;   // Razão entre TempInt e TempExt

void setup() {
  // Configuração dos pinos e inicialização do Monitor Serial
  pinMode(A1, INPUT);   // Pino do sensor de temperatura externa
  pinMode(A0, INPUT);   // Pino do sensor de temperatura interna
  pinMode(7, OUTPUT);   // LED para indicar se TempInt < TempExt
  Serial.begin(9600);   // Inicia a comunicação Serial a 9600 bps
}

void loop() {
  // Leitura dos sensores e conversão direta para graus Celsius
  TempExt = analogRead(A1) * 0.48828125; // Conversão do valor analógico para temperatur
  TempInt = analogRead(A0) * 0.48828125; // Conversão do valor analógico para temperatur

  // Exibição das temperaturas no Monitor Serial
  Serial.print("Temp. Ext: ");
  Serial.print(TempExt);
  Serial.print(" °C");
  Serial.print("     /     ");
  Serial.print("Temp. Int: ");
  Serial.print(TempInt);
  Serial.print(" °C");
  Serial.print("     /     ");

  // Cálculo da razão entre TempInt e TempExt
  if (TempExt != 0) { // Evita divisão por zero
    Rel = (float(TempInt) / float(TempExt));
  }
  Serial.print("Rel: ");
  Serial.println(Rel);

  // Controle do LED baseado na comparação entre TempInt e TempExt
  if (TempInt < TempExt) {
    digitalWrite(7, HIGH); // Liga o LED se TempInt for menor que TempExt
  } else {
    digitalWrite(7, LOW);  // Desliga o LED caso contrário
  }

  // Aguarda 10 segundos antes da próxima leitura
  delay(10000); // 10.000 milissegundos = 10 segundos
}
```

Fonte: o próprio autor.

Explicar as linhas do código de forma simples, destacando:

- A leitura dos pinos analógicos.
- A conversão dos valores para Celsius.
- O envio dos dados para o computador pela porta serial.

Transferência do código

Mostrar como conectar o Arduino ao computador com o cabo USB.

Ensinar como carregar o código no Arduino pelo *software* IDE (*Integrated Development Environment*), que é o Ambiente de Desenvolvimento Integrado.

Testes iniciais

Orientar os alunos a abrirem o monitor serial no IDE e verificarem se as temperaturas aparecem corretamente.

Perguntas previstas e soluções

Dúvida: E se o monitor serial não mostrar nada?

- Resposta: Certifique-se de que o Arduino está conectado ao computador e que a porta correta foi selecionada no IDE.

Finalizar a aula revisando os passos realizados e destacando que o equipamento está pronto para coletar dados. Explicar que, na próxima aula, será feita a coleta e análise dos dados de temperatura nos dois cenários (portas e janelas abertas e fechadas). Perguntar se todos os alunos entenderam os passos e verificar se há dúvidas pendentes.

3ª Aula - Registro de Dados e Análise Estatística

Objetivo:

Realizar medições simultâneas em duas salas diferentes e analisar os dados a partir da razão entre as temperaturas interna e externa, utilizando as medidas de tendência central (média, mediana) e o desvio padrão para avaliar a eficiência dos aparelhos de ar-condicionado em diferentes cenários.

Introdução à Atividade (10 minutos):

A aula começa explicando que os dados de temperatura serão coletados em duas salas diferentes, uma ao lado da outra, de forma simultânea. Destaca-se a importância dessa abordagem para comparar os cenários de portas e janelas abertas e fechadas em condições semelhantes. Ambas as salas devem ter aproximadamente a mesma quantidade de alunos para manter a consistência das medições.

A coleta será conduzida utilizando dois *kits* compostos por Arduino, sensores LM35 e computador. Em cada sala, um grupo de alunos supervisionará o processo de aquisição dos dados. Ressalta-se que os dados serão registrados automaticamente pelo Arduino a cada 10 segundos durante 15 minutos. A razão entre a temperatura interna e externa será calculada para permitir uma análise mais precisa, independentemente da diferença inicial de temperatura entre as salas.

Caso não seja possível realizar o registro simultânea, explicar a alternativa: o registro pode ser feito primeiro em uma sala durante 15 minutos, enquanto a outra sala permanece com o ar-condicionado desligado. Após essa etapa, realiza-se o registro na segunda sala por mais 15 minutos. Contudo, neste caso, o professor deve assegurar que as condições sejam retomadas antes de iniciar a segunda coleta.

Registro de Dados Simultânea (15 minutos):

Os dados de temperatura interna e externa serão registrados simultaneamente em ambas as salas. O monitor serial do Arduino IDE exibirá os valores das medições, que devem ser registrados automaticamente ou manualmente pelos alunos em tabelas.

Os dados coletados pelo Monitor Serial são:

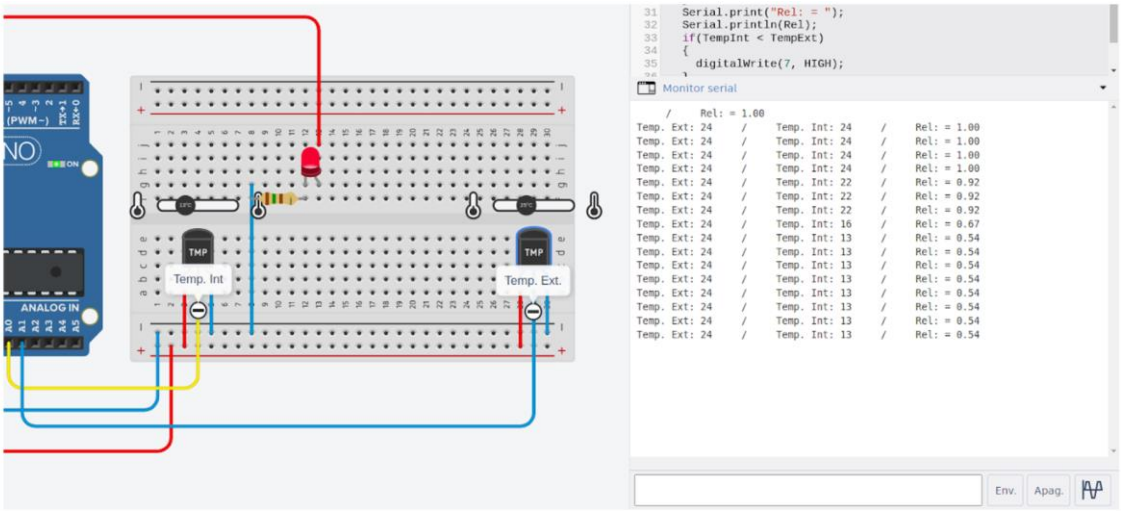
- **Temp. Ext**: Temperatura externa da sala (coletada pelo sensor externo).
- **Temp. Int**: Temperatura interna da sala (coletada pelo sensor interno).
- **Rel.**: Razão entre temperatura interna e externa.

Onde Rel. é calculado conforme mostra a eq. 01:

$$\text{Rel} = \frac{\text{Temp. Int}}{\text{Temp Ext}} \qquad \text{eq. 01}$$

A Figura 7 mostra como os dados são apresentados no monitor serial do Arduino.

Figura 7 - Exemplo de coleta de dados.



Fonte: o próprio autor.

Os alunos devem monitorar os dados para garantir que sejam coletados corretamente. Caso algum problema ocorra, como valores inconsistentes ou ausência de leitura, orienta-se a verificar as conexões do Arduino e reiniciar o monitor serial.

Organização e Análise Inicial dos Dados (25 minutos):

Após o registro, os alunos o rganizam os dados em tabelas. A análise deve ser realizada utilizando a razão entre as temperaturas interna e externa.

Um exemplo simplificado de dados registrados pelos alunos é mostrado na Tabela 01, representando uma parte dos valores coletados para o Cenário 1, com portas e janelas e fechadas.

Tabela 01 - Cenário 1 (Portas e Janelas Fechadas).

Temp. Ext	24 °C	24 °C	24 °C	24 °C	24 °C
Temp. Int	24 °C	24 °C	21 °C	21 °C	20 °C
Rel.	1,00	1,00	0,88	0,88	0,83

A Tabela 02 apresenta os valores coletados para o Cenário 02 (portas e janelas abertas).

Tabela 02 - Cenário 2 (Portas e Janelas Abertas).

Temp. Ext	24 °C	24 °C	24 °C	24 °C	24 °C
Temp. Int	24 °C	24 °C	23 °C	22 °C	22 °C
Rel.	1,00	1,00	0,96	0,92	0,92

Os alunos devem calcular as medidas de tendência central (média, mediana) e o desvio padrão para a coluna de razões.

Cálculos Estatísticos para o Cenário 1:

1. Cálculo da Média:

$$\text{Média} = \frac{1{,}00+1{,}00+0{,}88+0{,}88+0{,}83}{5} = 0{,}918$$

2. Cálculo da Mediana:

- Organizar os valores em ordem crescente: 0,83 - 0,88 - 0,88 - 1,00 - 1,00.
- O valor central é: Mediana = 0,88.

3. Cálculo do Desvio Padrão:

- Subtraia a média de cada valor:
  - $1{,}00 - 0{,}918 = \ \ 0{,}082$
  - $1{,}00 - 0{,}918 = \ \ 0{,}082$
  - $0{,}88 - 0{,}918 = -0{,}038$
  - $0{,}88 - 0{,}918 = -0{,}038$
  - $0{,}83 - 0{,}918 = -0{,}088$
- Eleve ao quadrado:
  - $0{,}082^2 \ \ = 0{,}006724$
  - $0{,}082^2 \ \ = 0{,}006724$
  - $(-0{,}038)^2 = 0{,}001444$
  - $(-0{,}038)^2 = 0{,}001444$
  - $(-0{,}088)^2 = 0{,}007744$
- Some os valores:

  $0{,}006724 + 0{,}006724 + 0{,}001444 + 0{,}001444 + 0{,}007744 = 0{,}02408$
- Divida pelo número de medições e tire a raiz quadrada:

  $$\text{Desvio Padrão} = \sqrt{\frac{0{,}02408}{5}} \simeq 0{,}0694$$

Cálculos Estatísticos para o Cenário 2:

1. Cálculo da Média:

$$\text{Média} = \frac{1{,}00+1{,}00+0{,}96+0{,}92+0{,}92}{5} = 0{,}96$$

2. Cálculo da Mediana:

- Organize os valores em ordem crescente: 0,92 - 0,92 - 0,96 - 1,00 - 1,00.
- O valor central é: Mediana = 0,96.

3. Cálculo do Desvio Padrão:

- Subtraia a média de cada valor:
  - $1{,}00 - 0{,}96 = \ 0{,}04$
  - $1{,}00 - 0{,}96 = \ 0{,}04$
  - $0{,}96 - 0{,}96 = \ 0{,}00$
  - $0{,}92 - 0{,}96 = -0{,}04$
  - $0{,}92 - 0{,}96 = -0{,}04$
- Eleve ao quadrado:
  - $0{,}04^2 = 0{,}0016$
  - $0{,}04^2 = 0{,}0016$
  - $0{,}00^2 = 0{,}0000$
  - $(-0{,}04)^2 = 0{,}0016$
  - $(-0{,}04)^2 = 0{,}0016$
- Some os valores:
  - $0{,}0016 + 0{,}0016 + 0{,}0000 + 0{,}0016 + 0{,}0016 = 0{,}0064$
- Divida pelo número de medições e tire a raiz quadrada:
  - Desvio Padrão = $\sqrt{\frac{0{,}0064}{5}} \approx 0{,}0358$

Reflexão sobre os resultados obtidos:

Com os cálculos realizados, observa-se que o Cenário 1 (portas e janelas fechadas) apresenta um desvio padrão maior do que o Cenário 2 (portas e janelas abertas). Esse desvio padrão maior indica que a temperatura interna no Cenário 1 variou mais em relação à média ao longo do tempo. No entanto, essa maior variação reflete uma maior eficiência do ar-condicionado neste cenário, pois a temperatura interna conseguiu diminuir significativamente em comparação com a temperatura externa. Isso ocorre devido à menor troca de calor com o ambiente externo quando portas e janelas estão fechadas, permitindo que o ar-condicionado resfrie o ambiente de forma mais eficiente.

No Cenário 2, o desvio padrão menor indica que as razões entre a temperatura interna e externa foram mais estáveis ao longo do tempo. Essa estabilidade, no entanto, não reflete eficiência, mas sim uma limitação do sistema em reduzir a temperatura interna, já que a troca de calor com o ambiente externo foi maior devido às portas e janelas abertas. Ou seja, o ar-condicionado teve menos impacto sobre a temperatura interna nesse cenário, resultando em variações menores.

A média calculada para ambos os cenários indica o valor médio da razão entre as temperaturas interna e externa durante o período de coleta. No Cenário 1, a média de 0,918 mostra que a temperatura interna foi cerca de 91,8% da temperatura externa, demonstrando que o ambiente foi resfriado de forma mais significativa. Já no Cenário 2,

a média de 0,96 revela que a temperatura interna foi aproximadamente 96% da externa, indicando que o ambiente manteve uma temperatura mais próxima da externa, refletindo uma menor capacidade de resfriamento nesse caso.

A mediana, por sua vez, complementa a análise ao indicar o valor central das razões. No Cenário 1, a mediana de 0,88, ligeiramente menor que a média, indica que a maioria das medições refletiu uma maior eficiência, mas os valores mais altos (próximos de 1,00) puxaram a média para cima. No Cenário 2, a mediana de 0,96 coincide com a média, sugerindo uma distribuição mais uniforme das razões, o que reflete a menor eficiência do Cenário 2.

Dessa forma, o desvio padrão maior no Cenário 1 não é um problema, mas um indicativo de que a temperatura interna conseguiu diminuir de maneira mais significativa. Isso reforça a importância de manter portas e janelas fechadas para maximizar a eficiência do ar-condicionado. Por outro lado, o Cenário 2, com menor desvio padrão, reflete uma dificuldade do sistema em alterar significativamente a temperatura interna, devido à constante troca de calor com o ambiente externo. Essa análise demonstra como as medidas estatísticas, quando interpretadas corretamente, podem oferecer análises mais claras sobre a eficiência térmica nos dois cenários.

Perguntas previstas e soluções

Dúvida: Por que estamos medindo a razão e não apenas as temperaturas interna e externa?

- Resposta: A razão entre as temperaturas interna e externa é uma abordagem estatística e física que elimina a influência das temperaturas iniciais diferentes entre as salas. Isso ocorre porque a razão normaliza os dados, transformando-os em uma grandeza adimensional (sem unidades), o que permite uma comparação direta e justa entre ambientes com condições iniciais distintas.

Dúvida: O que significa um desvio padrão maior ou menor?

- Resposta: O desvio padrão maior indica que os valores variaram mais em relação à média, enquanto um desvio padrão menor mostra que os valores foram mais próximos da média. Isso ajuda a entender a consistência das medições.

Dúvida: Por que a temperatura interna no Cenário 1 diminuiu mais do que no Cenário 2?

- Resposta: No Cenário 1, as portas e janelas estavam fechadas, reduzindo a troca de calor com o ambiente externo. Isso permitiu que o ar-condicionado resfriasse o ambiente de forma mais significativa.

Dúvida: Como interpretar os resultados para dizer qual cenário é melhor?

- Resposta: O cenário com menor razão média entre as temperaturas interna e externa indica que o ambiente foi resfriado de forma mais significativa. Além disso, um desvio padrão maior no Cenário 1 reflete que a temperatura interna conseguiu diminuir mais ao longo do tempo, indicando maior impacto do ar-

condicionado. Já no Cenário 2, um desvio padrão menor reflete pouca variação, mas isso aconteceu porque o resfriamento foi menos eficiente devido às portas e janelas abertas.

Dúvida: Por que os sensores podem mostrar pequenas diferenças nos valores coletados?

- Resposta: Pequenas diferenças são normais e podem ser causadas por variações no ambiente ou pela precisão dos sensores. Isso não compromete a análise, pois trabalhamos com médias e desvio padrão para interpretar os dados.

Dúvida: Por que estudar essas coisas é importante?

- Resposta: Aprender como analisar dados nos ajuda a resolver problemas práticos e tomar decisões informadas. Além disso, essas habilidades podem ser aplicadas em diferentes áreas, como engenharia, economia e ciência ambiental.

4ª Aula - Interpretação dos Resultados e Reflexão

Nesta aula os alunos irão visualizar os dados obtidos na aula anterior, construindo um gráfico da razão entre a temperatura externa e interna. O professor pode optar por construir o gráfico com o auxílio de um papel milimetrado, que pode ser adquirido em papelarias, ou construir o gráfico com o auxílio de uma planilha eletrônica. Serão descritas as duas opções, no entanto, devido ao tempo limitado de uma aula (50 minutos), o professor deve optar por apenas uma das opções. Caso ele deseje utilizar as duas opções, a sugestão é utilizar uma quinta aula, onde deve também ser aplicada a avaliação diagnóstica final.

Objetivo:

- Conectar os resultados obtidos na coleta de dados à prática, promovendo o pensamento crítico por meio da análise gráfica e interpretação das medidas estatísticas.
- Aplicar uma avaliação diagnóstica final, para verificar se houve uma melhora na média da turma com relação à primeira avaliação diagnóstica.

Introdução à Visualização dos Dados (5 minutos):

A aula deve iniciar com uma revisão de todas as etapas. Um pequeno debate com os alunos sobre os dados obtidos e explicar que nesta última aula os dados serão representados por meio de um gráfico.

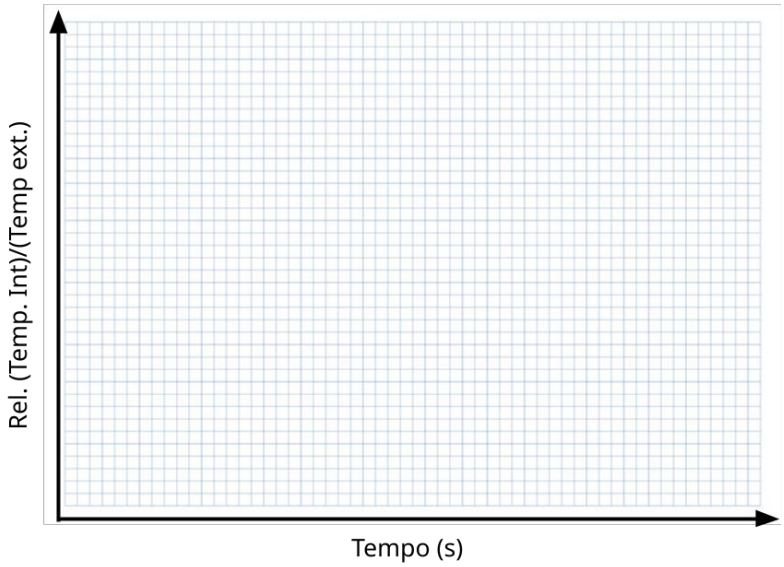
Explicar aos alunos a importância de representar os dados coletados de forma visual, utilizando gráficos. Destaca-se que os gráficos ajudam a identificar tendências, comparar os cenários (portas e janelas abertas e fechadas) e compreender a eficiência do ar-condicionado em cada caso. Reforçar que a variável a ser representada será a razão entre as temperaturas interna e externa (Rel.), que já foi calculada em etapas anteriores.

Construção dos Gráficos (25 minutos):

Opção 1 – Papel Milimetrado:

1. Distribuir papel milimetrado e pedir aos alunos que tracem os eixos X (tempo, em segundos) e Y (razão Rel.), conforme mostra a Figura 8.

Figura 8 - Indicação do Papel milimetrado.



Fonte: o próprio autor.

2. Explicar que o eixo X deve ser dividido em intervalos de 10 segundos, representando os momentos de coleta de dados. O eixo Y deve ser escalonado para acomodar os valores de Rel, obtidos durante a coleta de dados. Por exemplo, entre 0,80 e 1,00.
3. Os alunos marcam os pontos correspondentes a cada medição, para os dois cenários:
    - Cenário 1 (portas e janelas fechadas) pode ser representado por uma linha sólida.
    - Cenário 2 (portas e janelas abertas) pode ser representado por uma linha pontilhada.
4. Pedir para os alunos usarem cores diferentes para cada cenário.
5. Orientar os alunos que analisem visualmente os gráficos, identificando qual cenário apresentou maior variação (maior declive ou maior dispersão).

Opção 2 – Planilha Eletrônica:

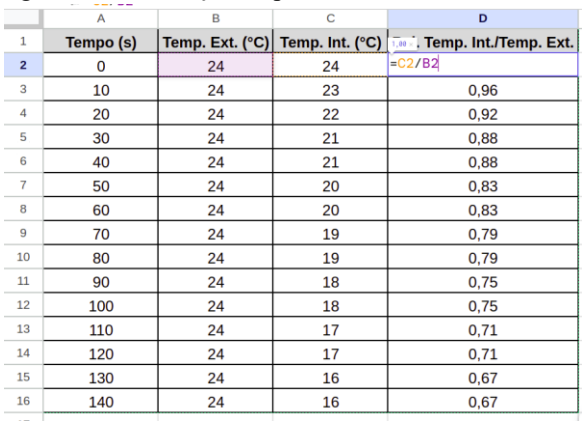
Instruir os alunos a abrir uma nova planilha no *Google* Planilhas e inserir os dados coletados nos Cenários 1 e 2. Utilize o seguinte formato em uma aba:

- **Coluna A:** Tempo (em segundos).
- **Coluna B:** Temperatura Externa (Temp. Ext.) no Cenário 1.
- **Coluna C:** Temperatura Interna (Temp. Int.) no Cenário 1.

- **Coluna D:** Razão (Rel.) no Cenário 1, calculada como Temp. Int./Temp. Ext..

Em outra aba, repita o mesmo procedimento e insira os dados do Cenário 2. A Figura 9 apresenta um exemplo da forma como deve ficar a planilha do Cenário 01.

Figura 9 - Formatação da planilha eletrônica.



	A	B	C	D
1	Tempo (s)	Temp. Ext. (°C)	Temp. Int. (°C)	Temp. Int./Temp. Ext.
2	0	24	24	=C2/B2
3	10	24	23	0,96
4	20	24	22	0,92
5	30	24	21	0,88
6	40	24	21	0,88
7	50	24	20	0,83
8	60	24	20	0,83
9	70	24	19	0,79
10	80	24	19	0,79
11	90	24	18	0,75
12	100	24	18	0,75
13	110	24	17	0,71
14	120	24	17	0,71
15	130	24	16	0,67
16	140	24	16	0,67

Fonte: o próprio autor.

Oriente os alunos a calcular automaticamente a razão usando fórmulas:

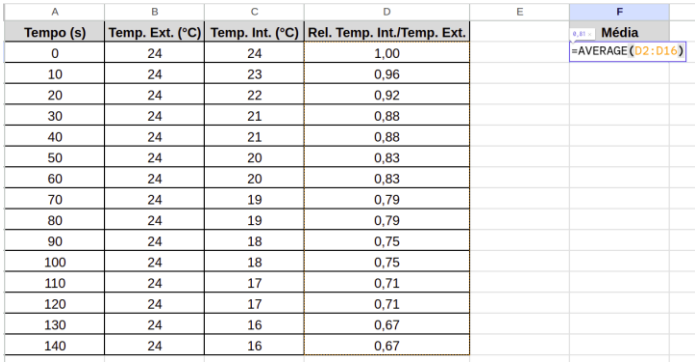
1. Conforme pode ser observado na Figura 9, clique na célula **D2** e insira a fórmula: `=C2/B2`.
2. Arraste a fórmula de D2 para as células abaixo (por exemplo, clicando e arrastando o canto inferior direito da célula D2). Isso preencherá automaticamente as células da coluna D com as fórmulas correspondentes, ajustando as referências para cada linha (por exemplo, `=C3/B3`, `=C4/B4`, etc.).
3. Repetir o processo para a coluna G (usando os valores de Temp. Int. e Temp. Ext. do Cenário 2).

Cálculo de Média, Mediana e Desvio Padrão

Todos os passos a seguir serão descritos para o Cenário 1 (portas e janelas fechadas), e podem ser executados da mesma forma na aba do Cenário 2.

Para o cálculo da Média, escolha uma célula vazia (por exemplo, a célula F2), e insira a fórmula `=AVERAGE(D2:D16)`, conforme mostra a Figura 10.

Figura 10 - Cálculo da Média.

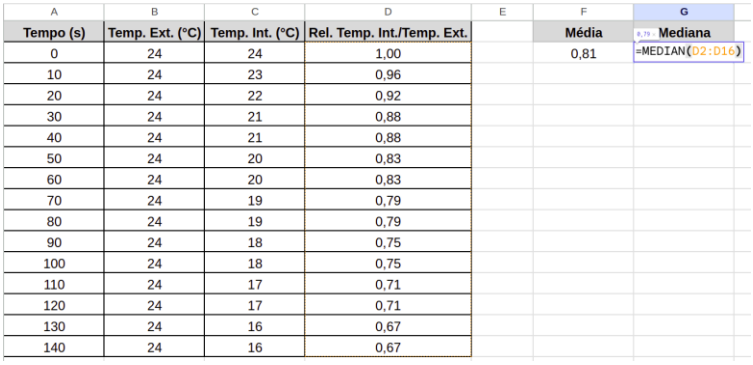


	A	B	C	D	E	F
1	Tempo (s)	Temp. Ext. (°C)	Temp. Int. (°C)	Rel. Temp. Int./Temp. Ext.		Média
2	0	24	24	1,00		=AVERAGE(D2:D16)
3	10	24	23	0,96		
4	20	24	22	0,92		
5	30	24	21	0,88		
6	40	24	21	0,88		
7	50	24	20	0,83		
8	60	24	20	0,83		
9	70	24	19	0,79		
10	80	24	19	0,79		
11	90	24	18	0,75		
12	100	24	18	0,75		
13	110	24	17	0,71		
14	120	24	17	0,71		
15	130	24	16	0,67		
16	140	24	16	0,67		

Fonte: o próprio autor.

Na célula G2, por exemplo, calcule a Mediana usando a fórmula =MEDIAN(D2:D16), conforme mostra a Figura 11.

Figura 11 - Cálculo da Mediana.

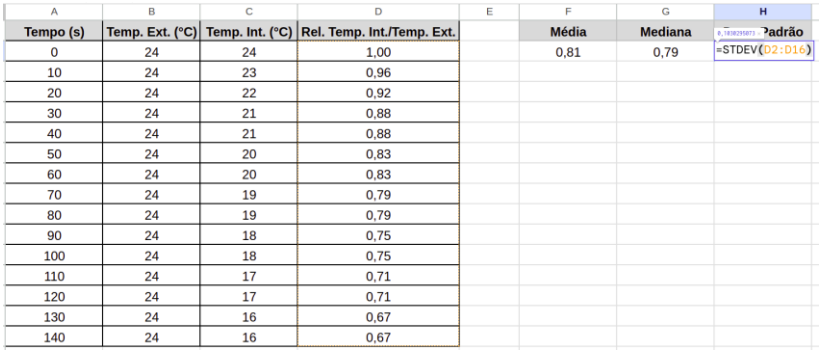


A	B	C	D	E	F	G
Tempo (s)	Temp. Ext. (°C)	Temp. Int. (°C)	Rel. Temp. Int./Temp. Ext.		Média	Mediana
0	24	24	1,00		0,81	=MEDIAN(D2:D16)
10	24	23	0,96			
20	24	22	0,92			
30	24	21	0,88			
40	24	21	0,88			
50	24	20	0,83			
60	24	20	0,83			
70	24	19	0,79			
80	24	19	0,79			
90	24	18	0,75			
100	24	18	0,75			
110	24	17	0,71			
120	24	17	0,71			
130	24	16	0,67			
140	24	16	0,67			

Fonte: o próprio autor.

Na célula H2, por exemplo, calcule o desvio padrão usando a fórmula =STDEV(D2:D16), conforme mostra a Figura 12.

Figura 12 - Desvio Padrão.



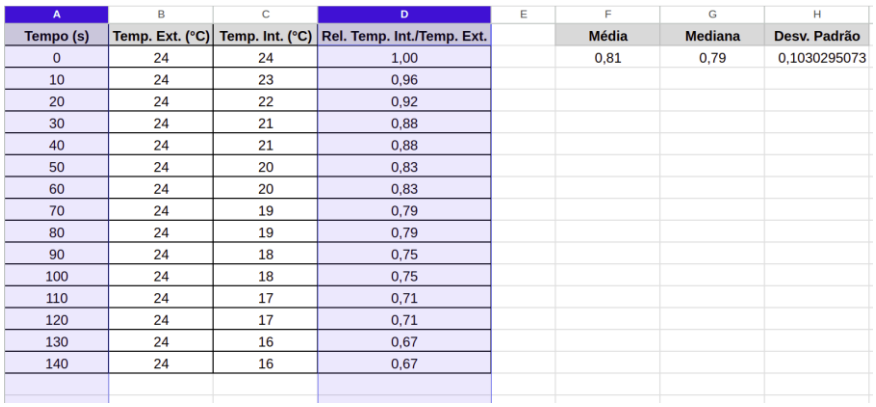
A	B	C	D	E	F	G	H
Tempo (s)	Temp. Ext. (°C)	Temp. Int. (°C)	Rel. Temp. Int./Temp. Ext.		Média	Mediana	Padrão
0	24	24	1,00		0,81	0,79	=STDEV(D2:D16)
10	24	23	0,96				
20	24	22	0,92				
30	24	21	0,88				
40	24	21	0,88				
50	24	20	0,83				
60	24	20	0,83				
70	24	19	0,79				
80	24	19	0,79				
90	24	18	0,75				
100	24	18	0,75				
110	24	17	0,71				
120	24	17	0,71				
130	24	16	0,67				
140	24	16	0,67				

Fonte: o próprio autor.

Construção dos Gráficos de Linha Comparativos

Para a construção do gráfico, selecione as colunas A e D, conforme mostra a Figura 13. Para isto, basta selecionar primeiro a coluna A. Mantenha pressionado o botão ctrl e selecione a coluna D.

Figura 13 - Colunas A, e D selecionadas.

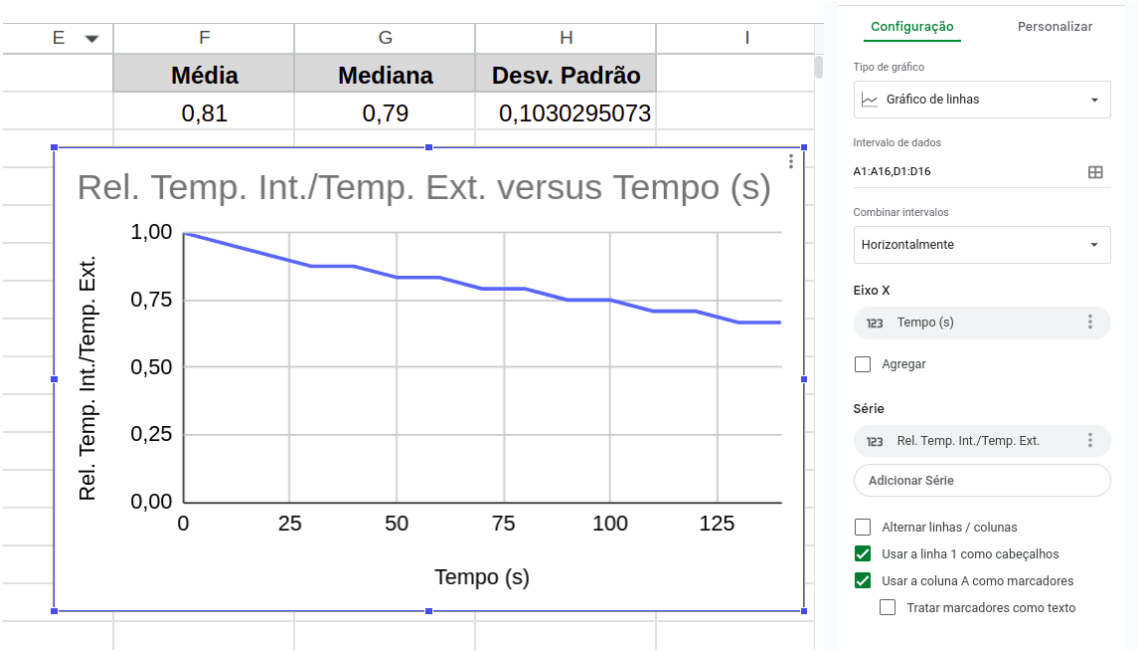


A	B	C	D	E	F	G	H
Tempo (s)	Temp. Ext. (°C)	Temp. Int. (°C)	Rel. Temp. Int./Temp. Ext.		Média	Mediana	Desv. Padrão
0	24	24	1,00		0,81	0,79	0,1030295073
10	24	23	0,96				
20	24	22	0,92				
30	24	21	0,88				
40	24	21	0,88				
50	24	20	0,83				
60	24	20	0,83				
70	24	19	0,79				
80	24	19	0,79				
90	24	18	0,75				
100	24	18	0,75				
110	24	17	0,71				
120	24	17	0,71				
130	24	16	0,67				
140	24	16	0,67				

Fonte: o próprio autor.

Na planilha do *Google*, vá ao menu superior e selecione a opção Inserir, depois clique em Gráfico. Na janela de configuração do gráfico, escolha o tipo Gráfico de Linha. Personalize o gráfico para torná-lo mais claro: insira o título que desejar. Configure o eixo X para representar o tempo (em segundos) e o eixo Y para mostrar os valores da razão (Rel.), conforme mostra a Figura 14.

Figura 14 - Configuração do gráfico.



Fonte: o próprio autor.

O mesmo procedimento pode ser executado para construir o gráfico do Cenário 2.

Perguntas previstas e soluções

Dúvida: Como posso usar esse conhecimento fora da sala de aula?

- Resposta: Você pode usar esse conhecimento melhorando a forma de utilizar aparelhos, pensando não apenas na usabilidade, mas também na eficiência. Por exemplo, ao usar um ar-condicionado na sua casa, no trabalho ou em qualquer outro lugar, você pode aplicar o conceito de eficiência térmica, sabendo que manter portas e janelas fechadas ajuda a reduzir o consumo de energia e economizar na conta de energia elétrica. Além disso, o uso de gráficos e estatísticas, como média e desvio padrão, pode ser útil para interpretar dados em diversas situações, como monitorar a temperatura de um ambiente para conservar alimentos ou analisar o desempenho de eletrodomésticos em termos de consumo e eficiência.

Dúvida: Como essa aula poderia me ajudar no ENEM?

- Resposta: Essa aula ajuda no ENEM porque aborda temas comuns em questões de Matemática, como interpretação de gráficos, cálculo de média, mediana e desvio padrão. Esses conceitos aparecem frequentemente em provas que pedem para analisar dados de tabelas ou gráficos e interpretar tendências. Além disso, o uso de proporções, como a razão entre temperaturas interna e externa, é um

exemplo prático de como aplicar a Matemática em situações do cotidiano, algo que o ENEM valoriza. O aprendizado aqui também desenvolve habilidades importantes, como análise crítica e resolução de problemas, que são cobradas na prova.

Dúvida: Como essa aula pode me ajudar a conquistar uma vaga no mercado de trabalho?

- Resposta: Essa aula ajuda a desenvolver habilidades práticas e analíticas que são valorizadas no mercado de trabalho, como a capacidade de interpretar dados, construir gráficos e calcular indicadores estatísticos. Muitas profissões exigem o uso de recursos para analisar informações e tomar decisões baseadas em evidências, e o que você está aprendendo aqui é aplicável em áreas como engenharia, tecnologia, gestão de recursos, controle de qualidade e até mesmo em administração. Além disso, aprender a usar planilhas eletrônicas, como o *Google* Planilhas, é um diferencial importante, já que o domínio de recursos tecnológicos é essencial em muitas carreiras.

Avaliação Diagnóstica Final (20 minutos)

Neste momento da aula, os alunos realizarão a avaliação diagnóstica final, que tem como objetivo verificar o progresso em relação à avaliação diagnóstica inicial. A atividade abordará os conceitos de média, mediana, moda e desvio padrão, permitindo uma análise comparativa dos avanços obtidos ao longo das aulas. A avaliação pode ser visualizada no Apêndice D, e os resultados contribuirão para identificar os progressos individuais e coletivos, reforçando o papel da sequência didática no desenvolvimento das habilidades estatísticas trabalhadas.

Avaliação ao Longo das Quatro Aulas

A avaliação dos alunos será realizada de forma contínua e integrada ao longo das quatro aulas, com o objetivo de acompanhar o desenvolvimento das competências propostas e a compreensão dos conteúdos trabalhados. Essa abordagem permite que a avaliação vá além de um momento pontual, englobando observações, análises de produções dos alunos e a reflexão crítica dos resultados obtidos.

Durante a primeira aula, a avaliação terá caráter diagnóstico, focando na identificação dos conhecimentos prévios dos alunos sobre os conceitos de média, mediana, moda e desvio padrão. Isso será feito por meio de uma avaliação diagnóstica composta por questões objetivas, permitindo ao professor identificar o nível de familiaridade dos alunos com os conceitos estatísticos e suas principais dificuldades. Esse diagnóstico será fundamental para ajustar as explicações e as atividades das aulas subsequentes, garantindo que todos os alunos avancem de forma consistente.

Na segunda aula, a avaliação se concentrará na participação dos alunos durante a montagem do equipamento de medição, utilizando o Arduino e os sensores LM35. Serão observadas a capacidade de seguir instruções técnicas, o entendimento básico do

funcionamento do Arduino e a interação entre os grupos de trabalho. Além disso, o professor deverá acompanhar a habilidade dos alunos em resolver problemas práticos, como identificar e corrigir erros de montagem ou falhas na comunicação entre o Arduino e o computador. A atenção aos detalhes na montagem e o engajamento com a atividade prática também serão critérios avaliativos importantes.

Na terceira aula, a avaliação se baseará na coleta e organização dos dados de temperatura em dois cenários: portas e janelas abertas e fechadas. O professor avaliará a precisão dos alunos ao registrar os dados coletados, o uso correto das fórmulas para calcular a razão entre temperaturas interna e externa, e a aplicação das medidas estatísticas (média, mediana e desvio padrão). Será analisada a habilidade dos alunos em interpretar os cálculos e relacioná-los aos cenários estudados. A participação ativa na coleta simultânea de dados e a colaboração em equipe serão aspectos avaliados, bem como a capacidade de lidar com possíveis dificuldades técnicas durante a coleta.

Na quarta aula, a avaliação será mais voltada para a interpretação dos resultados e a reflexão crítica. Durante a construção dos gráficos, seja no papel milimetrado ou na planilha eletrônica, será observada a capacidade dos alunos em representar os dados de maneira clara e organizada, além de interpretar as tendências apresentadas nos gráficos. O professor acompanhará a análise feita pelos alunos sobre os cenários estudados, verificando se eles conseguem identificar e explicar, com base nos dados e nos gráficos, o impacto do uso do ar-condicionado em diferentes condições. A discussão em grupo sobre a eficiência do resfriamento e as implicações práticas do estudo será um momento importante para avaliar a habilidade dos alunos em argumentar com base em evidências.

Por fim, a avaliação diagnóstica final, aplicada ao término da quarta aula e descrita no Apêndice D, teve como objetivo comparar os resultados com a avaliação inicial, verificando o progresso no aprendizado dos conceitos trabalhados ao longo da sequência didática. Essa avaliação consistiu em 12 questões objetivas, abordando média, mediana, moda e desvio padrão. Os resultados da avaliação diagnóstica final, em conjunto com as observações realizadas ao longo das aulas, possibilitam uma visão completa do avanço dos alunos e fornecem subsídios para futuras intervenções pedagógicas, garantindo que os objetivos de aprendizagem sejam plenamente alcançados

Considerações Finais

A sequência didática desenvolvida neste trabalho teve como objetivo proporcionar uma experiência de aprendizagem significativa para alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, conectando conceitos de Estatística e Proporcionalidade com a aplicação prática de recursos tecnológicos, como o Arduino e sensores de temperatura. Essa abordagem permite que os alunos coletem, analisem e interpretem dados reais, promovendo a compreensão de medidas de tendência central (média, mediana) e de dispersão (desvio padrão), enquanto exploram situações cotidianas relacionadas à eficiência térmica de aparelhos de ar-condicionado.

A sequência didática desenvolvida incluiu atividades planejadas para promover motivação, exploração de hipóteses, apresentação de novas informações, generalização e aplicação, além de avaliação contínua. Essas etapas foram integradas ao planejamento com o objetivo de desenvolver as competências dos alunos. O estímulo inicial foi proporcionado pela apresentação de um problema prático e próximo da realidade dos estudantes: como o funcionamento do ar-condicionado é afetado por portas e janelas abertas ou fechadas. Essa etapa teve como objetivo despertar a curiosidade e o engajamento, incentivando a formulação de hipóteses e discussões em sala de aula.

Na fase de apresentação de novas informações, os alunos são incentivados a analisar conceitos estatísticos e tecnológicos de forma prática. A coleta de dados com o Arduino e os sensores LM35 possibilita a aplicação direta dos conhecimentos matemáticos em um contexto real, auxiliando a compreensão e a retenção do conteúdo. A generalização é promovida por meio da análise comparativa entre os cenários avaliados, destacando como diferentes condições afetam a eficiência térmica e incentivando reflexões sobre consumo consciente de energia.

A avaliação, tanto formativa quanto diagnóstica, é fundamental para monitorar o progresso dos alunos ao longo da sequência. As atividades práticas, os cálculos estatísticos e a construção de gráficos servem como instrumentos avaliativos que permitem identificar avanços individuais e coletivos, bem como ajustar a abordagem pedagógica conforme necessário.

Por fim, esta sequência didática exemplifica como a integração de tecnologia e métodos ativos de ensino podem tornar a aprendizagem mais dinâmica e relevante. Além de consolidar os conteúdos curriculares de Matemática, os alunos desenvolvem habilidades essenciais, como pensamento crítico, resolução de problemas, trabalho em equipe e interpretação de dados. Essa abordagem interdisciplinar, aliada à prática reflexiva, não apenas prepara os alunos para desafios acadêmicos e profissionais, mas também promove uma visão mais consciente e responsável sobre o uso de recursos naturais, conectando a teoria à prática de forma significativa e duradoura.

Referências

AZEVEDO, Greiton T. de; MALTEMPI, Marcus V.. Processo de Aprendizagem de Matemática à luz das Metodologias Ativas e do Pensamento Computacional. Ciência & Educação (Bauru), v. 26, p. e20061, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

CÉSAR, Danilo R.; BONILLA, Maria H. S.. Robótica livre: implementação de um ambiente dinâmico de robótica pedagógica com soluções tecnológicas livres no Cet CEFET em Itabirito-Minas Gerais–Brasil. In: Anais do Workshop de Informática na Escola. 2007. p. 240-247.

FREITAS, Wilmar F.. Utilização de Tecnologia de Groupware no Desenvolvimento de Recursos Humanos: Uma análise comparativa entre dinâmicas disjuntas no ambiente de trabalho da Prefeitura de Belo Horizonte. Dissertação de Mestrado, Escola de Governo da Fundação João Pinheiro, 2001.

PAPERT, Seymour. A Máquina das Crianças: repensando a escola na era da informática. Artes Médicas. Porto Alegre. 1994.

SOUZA, Crhistiane. da F.. Estudo de Aula de matemática com robótica educacional na formação inicial do professor de matemática. 2021. 449f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2021.

WING, Jeannette. M. Computational Thinking. Communications of the ACM, vol. 49, no. 3, pp. 33-35. 2006. DOI: 10.1145/1118178.11182151.

ZABALA, Antoni. A Prática Educativa: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

Apêndice A

Eficiência do aparelho de ar-condicionado em diferentes cenários

Prof. Nélio Neves Lima

Você já percebeu como a temperatura muda quando abrimos ou fechamos as janelas?

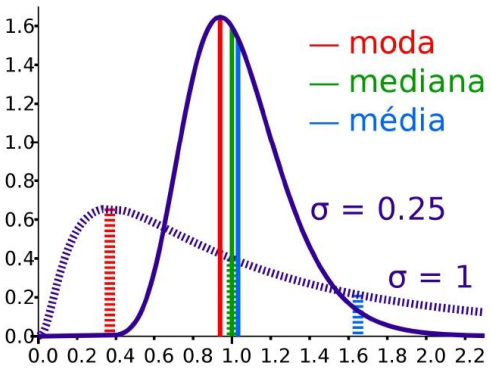
Qual cenário é mais eficiente para o uso de ar-condicionado?

Cenário 1: Portas e janelas fechadas. **Cenário 2**: Portas e janelas abertas.

Como analisar a eficiência dos dois cenários?

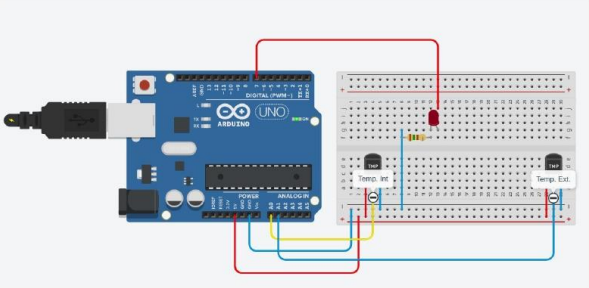
Ferramentas que usaremos:

- Média.
- Moda
- Mediana.
- Desvio padrão.



Como faremos as medições?

- Um Arduino.
- Dois sensores de temperatura (interno e externo).
- Um computador para registrar os dados.

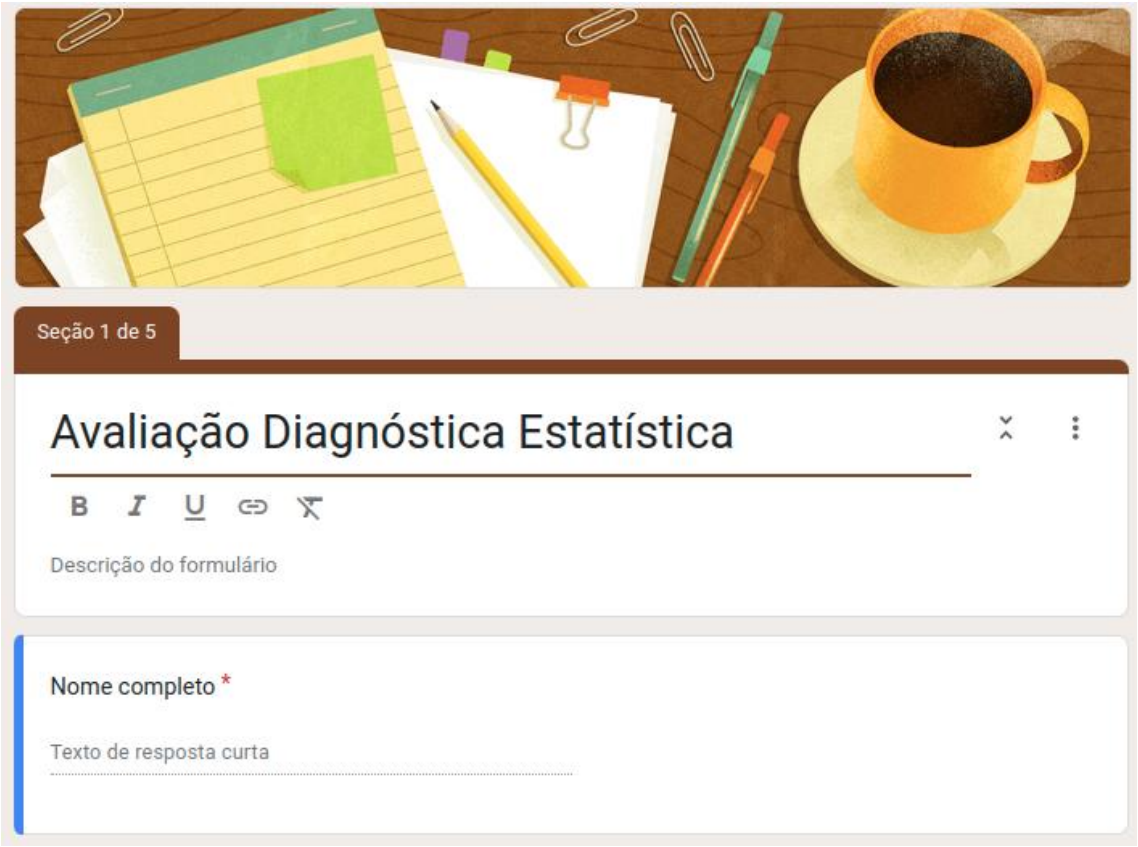


Mas antes....

https://encurtador.com.br/ntXn2

Avaliação Diagnóstica

Apêndice B


Seção 1 de 5
Avaliação Diagnóstica Estatística
Descrição do formulário
Nome completo *
Texto de resposta curta

Seção 2 de 5

Tema: Média

Descrição (opcional)

1) A média das temperaturas 24°C, 26°C e 28°C é: *

- 26°C
- 25°C
- 27°C
- Não sei calcular o que se pede.

2) Qual a média dos seguintes valores: 10, 20, 30, 40? *

- 20
- 25
- 30
- Qual a média dos seguintes valores: 10, 20, 30, 40?

3) João mediu as temperaturas de três dias consecutivos e obteve 22°C, 24°C e 26°C. Qual é a média? *

- 23°C
- 24°C
- 25°C
- Não sei calcular o que se pede.

Seção 3 de 5

Tema: Mediana

Descrição (opcional)

4) Qual é a mediana dos valores: 15, 20, 25, 30, 35? *

- ○ 20
- ○ 25
- ○ 30
- ○ Não sei calcular o que se pede.

5) Para os dados 16, 18, 12, 14, 20, qual é a mediana? *

- ○ 16
- ○ 17
- ○ 18
- ○ Não sei calcular o que se pede.

6) Se os valores são 40, 50, 60, 70, qual é a mediana? *

- ○ 50
- ○ 55
- ○ 60
- ○ Não sei calcular o que se pede.

Seção 4 de 5

Tema: Moda

Descrição (opcional)

7) Qual é a moda dos seguintes valores: 10, 12, 12, 14, 16? *

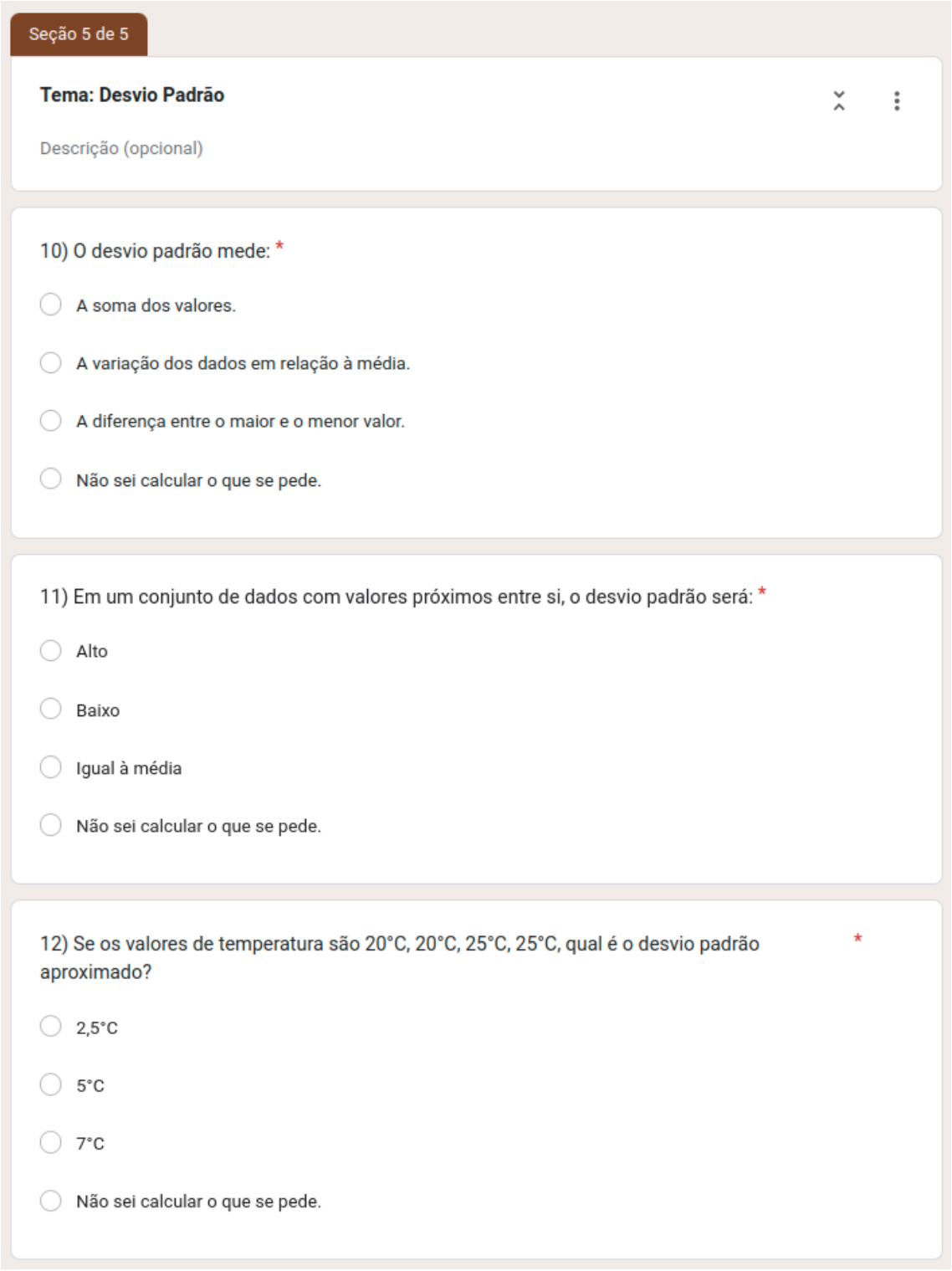
- ○ 10
- ○ 12
- ○ 14
- ○ Não sei calcular o que se pede.

8) Em um conjunto de dados, os números 8, 8, 10, 10, 12 aparecem. Qual é a moda? *

- ○ 8 e 10
- ○ 10
- ○ Não há moda
- ○ Não sei calcular o que se pede.

9) Qual é a moda dos valores: 22, 24, 26, 28? *

- ○ 22
- ○ Não há moda
- ○ 24
- ○ Não sei calcular o que se pede.



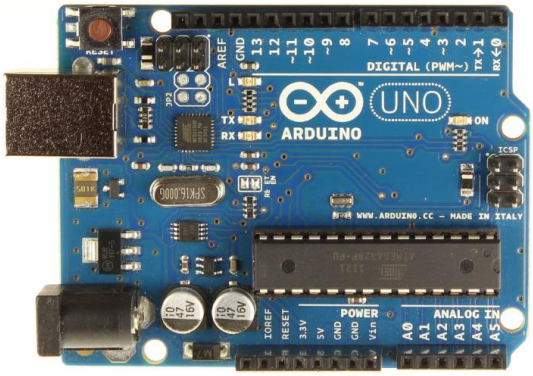
Gabarito: 1) 26°C, 2) 25, 3) 24 °C, 4) 25, 5) 16, 6) 55, 7) 12, 8) 8 e 10, 9) Não há moda, 10) A variação dos dados em relação à média, 11) Baixo, 12) 2,5 °C.

Apêndice C

Arduino e Sensor de Temperatura (LM35)

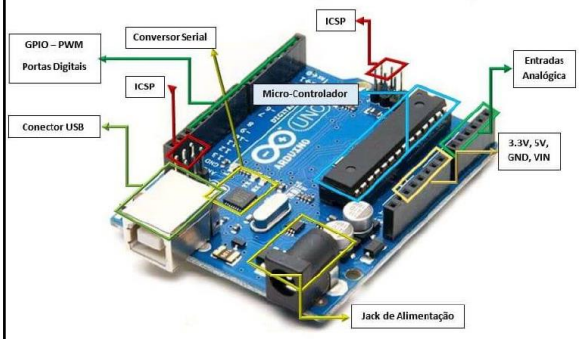
Prof. Nélio Neves Lima

O que é o Arduino?



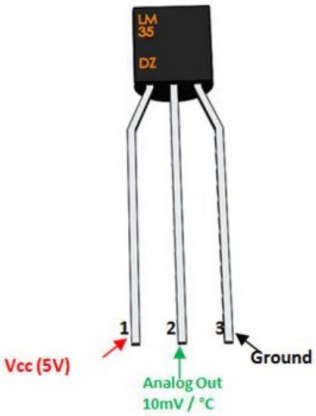
O Arduino é uma placa eletrônica programável que funciona como um pequeno computador. Ele é usado para controlar diferentes dispositivos, como sensores, motores e luzes, de forma automática. Com o Arduino, é possível criar projetos práticos e divertidos, como medir a temperatura de um ambiente, ligar uma lâmpada automaticamente ou até mesmo construir robôs. Ele é fácil de usar e ideal para quem está começando a aprender sobre tecnologia e programação.

Arduino - Especificações



GPIO – PWM / Portas Digitais: Usadas para enviar ou receber sinais digitais, como ligar ou desligar LEDs.
Conector USB: Permite conectar o Arduino ao computador para programação e alimentação.
Conversor Serial: Faz a comunicação entre o Arduino e o computador, permitindo troca de dados.
ICSP: Interface usada para programar o microcontrolador diretamente.
Microcontrolador: É o "cérebro" do Arduino, responsável por processar os comandos e executar as ações.
Entradas Analógicas: Usadas para ler sinais analógicos, como sensores que medem temperatura ou luz.
3.3V, 5V, GND, VIN: Fornecem energia para o funcionamento do Arduino e de outros componentes conectados.
Jack de Alimentação: Entrada para conectar uma fonte de energia externa, como uma bateria ou adaptador.

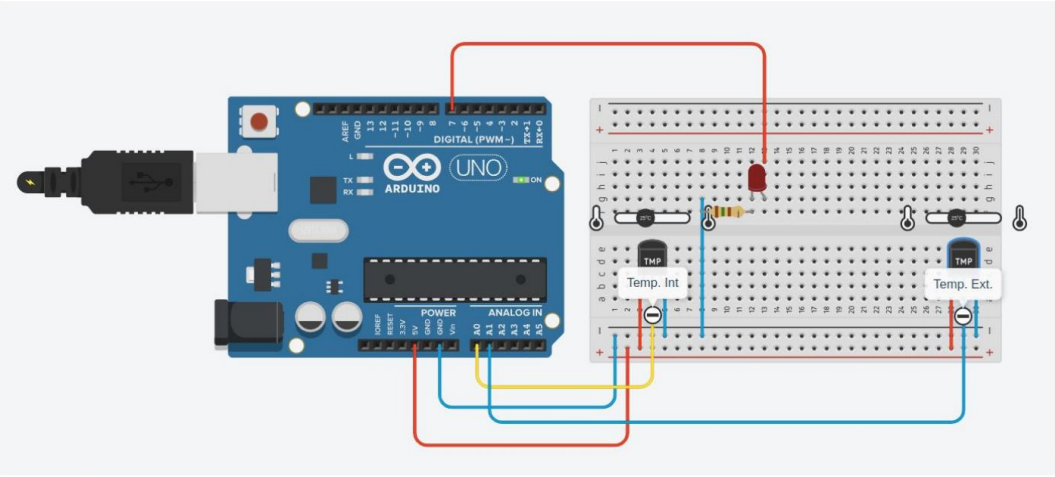
Sensor de Temperatura LM35



O LM35 é um sensor que mede a temperatura de forma precisa e converte o valor em um sinal analógico. Ele possui três terminais:

- **VCC (5V)**: Alimentação do sensor, conectada à fonte de energia do Arduino.
- **Analog Out**: Saída de dados, que fornece um sinal proporcional à temperatura em 10mV por grau Celsius.
- **Ground (GND)**: Terminal de aterramento, essencial para o funcionamento do circuito.

Montagem do Equipamento



Código

TCC_Mat

```
// Declaração das variáveis
int TempInt = 0; // Temperatura interna
int TempExt = 0; // Temperatura externa
float Rel = 0;   // Razão entre TempInt e TempExt

void setup() {
  // Configuração dos pinos e inicialização do Monitor Serial
  pinMode(A1, INPUT);   // Pino do sensor de temperatura externa
  pinMode(A0, INPUT);   // Pino do sensor de temperatura interna
  pinMode(7, OUTPUT);   // LED para indicar se TempInt < TempExt
  Serial.begin(9600);   // Inicia a comunicação Serial a 9600 bps
}

void loop() {
  // Leitura dos sensores e conversão direta para graus Celsius
  TempExt = analogRead(A1) * 0.48828125; // Conversão do valor analógico para temperatura (LM35)
  TempInt = analogRead(A0) * 0.48828125; // Conversão do valor analógico para temperatura (LM35)

  // Exibição das temperaturas no Monitor Serial
  Serial.print("Temp. Ext: ");
  Serial.print(TempExt);
  Serial.print(" °C");
  Serial.print("     /     ");
  Serial.print("Temp. Int: ");
  Serial.print(TempInt);
  Serial.print(" °C");
  Serial.print("     /     ");

  // Cálculo da razão entre TempInt e TempExt
  if (TempExt != 0) { // Evita divisão por zero
    Rel = (float(TempInt) / float(TempExt));
  }
  Serial.print("Rel: ");
  Serial.println(Rel);

  // Controle do LED baseado na comparação entre TempInt e TempExt
  if (TempInt < TempExt) {
    digitalWrite(7, HIGH); // Liga o LED se TempInt for menor que TempExt
  } else {
    digitalWrite(7, LOW);  // Desliga o LED caso contrário
  }

  // Aguarda 10 segundos antes da próxima leitura
  delay(10000); // 10.000 milissegundos = 10 segundos
}
```

Apêndice D

Avaliação Diagnóstica Estatística Final

* Indica uma pergunta obrigatória

Nome completo * 1 ponto

Sua resposta

Próxima Limpar formulário

Tema: Média

1. Os valores de temperatura registrados em uma sala foram: 20°C, 22°C, 24°C, 26°C e 28°C. Qual é a média dessas temperaturas? * 1 ponto

- ◯ 22°C
- ◯ 24°C
- ◯ 26°C
- ◯ Não sei calcular o que se pede.

2. Uma máquina registrou as seguintes razões: 0,80, 0,85, 0,90, 0,95 e 1,00. Qual é a média dessas razões? * 1 ponto

- ◯ 0,85
- ◯ 0,90
- ◯ 0,95
- ◯ Não sei calcular o que se pede.

3. Em um experimento, os seguintes valores de temperatura interna foram registrados: 25°C, 27°C, 29°C, 30°C e 31°C. Qual é a média dessas temperaturas? * 1 ponto

- ◯ 27°C
- ◯ 29°C
- ◯ 30°C
- ◯ Não sei calcular o que se pede.

Voltar Próxima Limpar formulário

Tema: Mediana

4. As temperaturas internas registradas foram: 21°C, 23°C, 24°C, 26°C e 28°C. Qual é a mediana? * 1 ponto

- ◯ 23
- ◯ 24
- ◯ 26
- ◯ Não sei calcular o que se pede.

5. Em um experimento, os valores coletados foram: 0,75, 0,80, 0,85, 0,90, 0,95. Qual é a mediana? * 1 ponto

- ◯ 0,85
- ◯ 0,875
- ◯ 0,9
- ◯ Não sei calcular o que se pede.

6. Os dados coletados em um experimento foram: 20°C, 21°C, 23°C, 24°C, 25°C. Qual é a mediana? * 1 ponto

- ◯ 23
- ◯ 23,5
- ◯ 24
- ◯ Não sei calcular o que se pede.

Voltar Próxima Limpar formulário

Tema: Moda

7. As temperaturas registradas em um ambiente foram: 22°C, 23°C, 23°C, 24°C e 25°C. Qual é a moda? * 1 ponto

- ◯ 22°C
- ◯ 23°C
- ◯ 24°C
- ◯ Não sei calcular o que se pede.

8. Em uma sequência de valores coletados, os dados foram: 0,90, 0,92, 0,92, 0,95, 0,98. Qual é a moda? * 1 ponto

- ◯ 0,92
- ◯ 0,95
- ◯ Não há moda
- ◯ Não sei calcular o que se pede.

9. Durante um experimento, as temperaturas registradas foram: 19°C, 20°C, 21°C, 22°C, 23°C. Qual é a moda? * 1 ponto

- ◯ 19°C
- ◯ 23°C
- ◯ Não há moda
- ◯ Não sei calcular o que se pede.

Voltar Próxima Limpar formulário

Tema: Desvio Padrão

10) Dois conjuntos de dados foram analisados: * 1 ponto

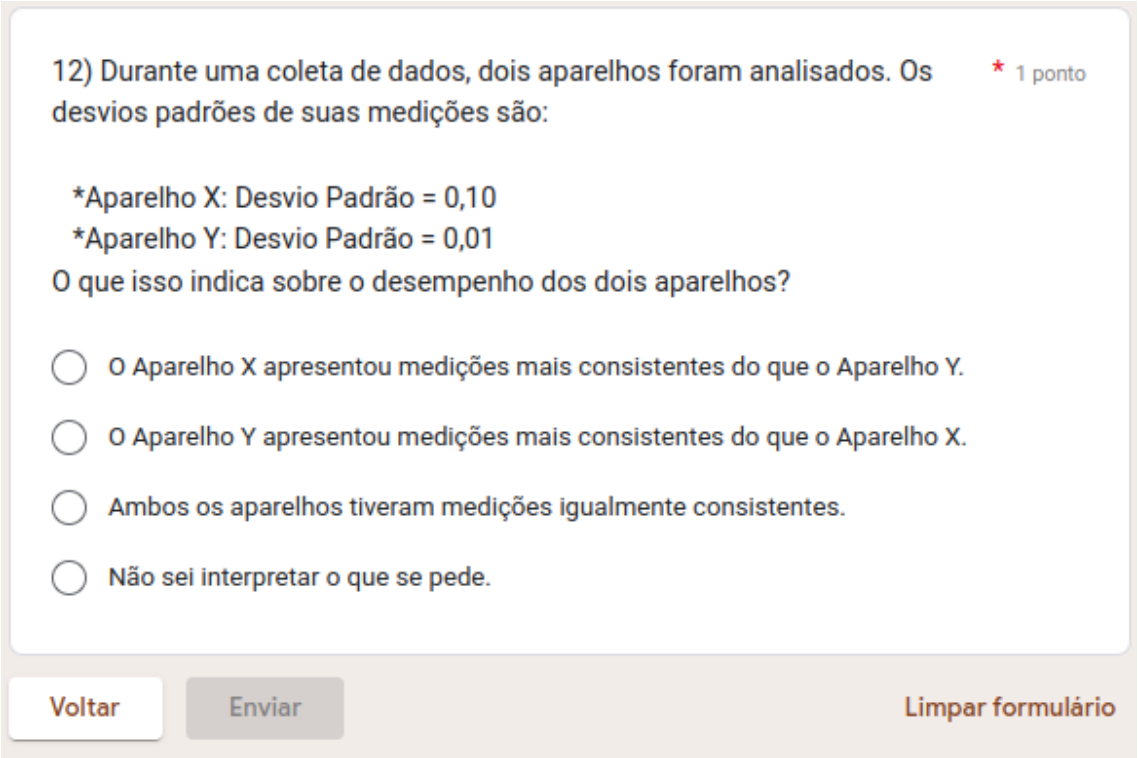
*Conjunto A: 10, 12, 14, 16, 18
*Conjunto B: 10, 11, 19, 20, 21
Sabendo que o desvio padrão do Conjunto A é menor do que o do Conjunto B, o que isso indica sobre os dois conjuntos?

- ◯ O Conjunto A tem valores mais próximos da média, enquanto o Conjunto B tem valores mais espalhados.
- ◯ O Conjunto B tem valores mais próximos da média, enquanto o Conjunto A tem valores mais espalhados.
- ◯ Ambos os conjuntos têm a mesma variação em relação à média.
- ◯ Não sei interpretar o que se pede.

11) Em um experimento, dois cenários foram comparados: * 1 ponto

*Cenário 1: Desvio Padrão = 0,05
*Cenário 2: Desvio Padrão = 0,20
Qual cenário apresenta dados mais consistentes e menos dispersos?

- ◯ Cenário 1, porque o desvio padrão menor indica que os valores estão mais próximos da média.
- ◯ Cenário 2, porque o desvio padrão maior indica maior estabilidade dos dados.
- ◯ Ambos os cenários têm a mesma consistência, já que a diferença entre os desvios padrões é pequena.
- ◯ Não sei interpretar o que se pede.



Gabarito: 1) 24°C; 2) 0,90; 3) 29 °C; 4) 24 °C; 5) 0,85; 6) 23 °C; 7) 23 °C; 8) 0,92; 9) Não há moda; 10) O Conjunto A tem valores mais próximos da média, enquanto o Conjunto B tem valores mais espalhados.; 11) Cenário 1, porque o desvio padrão menor indica que os valores estão mais próximos da média.; 12) O Aparelho Y apresentou medições mais consistentes do que o Aparelho X..

ETAPA: ENSINO MÉDIO

Unidade Temática: Números e Álgebra

As Sequências Didáticas reunidas nesta seção articulam os eixos de Números e Álgebra, enfatizando a modelagem matemática e a resolução de problemas contextualizados. Por meio de investigações, ferramentas tecnológicas e situações reais — como finanças pessoais, padrões e progressões —, busca-se desenvolver o pensamento analítico e a autonomia, preparando os estudantes para aplicações práticas e para a continuidade dos estudos.

PROGRESSÃO ARITMÉTICA POR MEIO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
Laura Cristina de Mendonça Oliveira, Thiago Porto de Almeida Freitas

> Aborda o ensino de Progressão Aritmética (PA) por meio da resolução de problemas, explorando padrões, dedução e aplicação das fórmulas do termo geral e da soma dos termos. Trabalha a identificação, classificação e modelagem de situações reais, como economia e planejamento. Destina-se a estudantes da 1ª série do Ensino Médio, promovendo raciocínio lógico e aplicação contextualizada.

APRENDENDO COM NÚMEROS POLIGONAIS: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE PROGRESSÕES ARITMÉTICAS
Samuel Hilário Rodrigues, Fernando Kennedy da Silva

> Utiliza números poligonais e padrões visuais para introduzir Progressões Aritméticas de forma investigativa e concreta, explorando termos gerais e soma dos termos por meio de materiais manipuláveis. Destina-se a estudantes da 1ª série do Ensino Médio, promovendo a visualização de padrões, o raciocínio abstrato e a construção ativa do conhecimento matemático.

MATEMÁTICA FINANCEIRA PARA A VIDA: PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA BASEADA EM SITUAÇÕES COTIDIANAS
Karine Soares, Jardel Vieira

> Aborda educação financeira prática, ensinando juros simples e compostos, elaboração de orçamento familiar com planilhas eletrônicas, análise crítica do cartão de crédito e simulação de consórcio e financiamento. Destina-se a estudantes da 3ª série do Ensino Médio, promovendo consumo consciente e planejamento financeiro por meio de atividades investigativas e tecnológicas.

A IMPORTÂNCIA DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS (EJA): ESTÍMULOS E ABORDAGENS
Francilio Francisco da Rocha, Jardel Vieira

> Aborda educação financeira prática por meio de atividades contextualizadas, como elaboração de orçamentos, cálculo de porcentagens, juros simples e compostos, e planejamento de reservas de emergência. Destina-se a estudantes da terceira etapa da EJA (1ª a 3ª série do Ensino Médio), promovendo autonomia financeira e consumo consciente com uso de planilhas e simulações.

Progressão Aritmética por meio de resolução de problemas

Laura Cristina de Mendonça Oliveira
Orientador: Prof. Dr. Thiago Porto de Almeida Freitas

Introdução

A matemática está presente no cotidiano das pessoas. Esta presença é manifestada por meio de variados formatos, dentre eles, nos processos de contagem e no encontrar padrões em sequências numéricas. Neste último caso, há sequências especiais conhecidas como progressões aritméticas, que vemos quando, por exemplo, da utilização de juros simples em operações financeiras e na análise de comportamento de crescimento populacional.

Segundo Iezzi (2004, p. 11), Progressão Aritmética (PA) e é uma sequência em que cada termo, a partir do segundo, é a soma do anterior com uma constante r, ou ainda, de maneira equivalente, conforme enunciado por Garcia e Souza (2016, p. 200), é toda sequência numérica em que, a partir do 2º termo, a diferença entre um termo qualquer e seu antecessor é igual a uma constante, chamada razão da progressão, indicada por r.

A presente sequência didática busca apresentar uma proposta de ensino sobre o conteúdo "Progressão Aritmética" no contexto do Ensino Médio com a resolução de problemas.

Para isto, a sequência está estruturada em quatro etapas, onde cada etapa possui duas aulas, com exceção da terceira etapa, que possui apenas uma.

Estrutura curricular

Etapa de ensino/Ano ou Série

Ensino Médio / 1ª série

Área

Matemática

Unidade Temática (BNCC)

Números e Álgebra

Objetos de Conhecimento (BNCC)

Progressão Aritmética

Habilidades (BNCC)

EM13MAT507: Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas (Brasil, 2018, p. 541).

GO-EMMAT507B[1]: Compreender as características da Progressão Aritmética (PA), identificando seus elementos e conceitos (termos, posições dos termos, quantidade de termos, termo geral, razão, lei de formação, soma dos termos, entre outros) para aplicar tais conceitos na resolução de problemas que se relacionem às sequências (Goiás. 2019, p. 113).

GO-EMMAT507C[1]: Analisar as propriedades inerentes a PA e suas aplicações, deduzindo suas fórmulas essenciais (termo geral, termo médio, soma dos primeiros termos, entre outras), para otimizar o uso de cada fórmula associada a uma situação problema (Goiás. 2019, p. 113).

GO-EMMAT507D[1]: Associar PA a funções afins de domínios discretos, empregando estratégias e recursos, como padrões, experimentações e diferentes tecnologias, para analisar as propriedades, deduzir fórmulas e/ou resolver problemas de diversos contextos (Goiás. 2019, p. 113).

GO-EMMAT507E[1]: Modelar problemas que envolvem padrões aritméticos associados a PA, investigando dados e informações apresentadas em textos de natureza socioeconômica, técnico-científicas etc. para solucionar questões cotidianas (Goiás. 2019, p. 113).

Objetivos/Expectativas de Aprendizagem

- Compreender as características da Progressão Aritmética, identificando seus elementos e conceitos;
- Analisar as propriedades inerentes da PA e suas aplicações, deduzindo suas fórmulas essenciais;
- Representar e interpretar graficamente uma PA.

Duração das atividades

7 horas-aulas

Conhecimentos prévios trabalhados pelo professor com aluno

1. Operações aritméticas elementares: adição, subtração, multiplicação e divisão com números reais.
2. Propriedade das operações aritméticas elementares: associativa, comutativa e distributiva;
3. Resolução de equação do primeiro grau;

[1] As habilidades GO-EMMAT507B, GO-EMMAT507C, GO-EMMAT507D, GO-EMMAT507E, estão descritas no Documento Curricular para Goiás. Etapa Ensino Médio. Disponível em: [https://www.educacao2.go.gov.br/files/documentos/PEDAGOGICO/Bimestralizacao%20Formacao%20Geral%20Basica%20DC%20GOEM.pdf]. Acesso em 27-01-2025.

Estratégias de ensino e recursos educacionais

As estratégias de ensino presentes nesta sequência didática são:

- O trabalho em grupo;
- E a resolução de problemas.

Estas estratégias estão consolidadas no ensino de matemática conforme a BNCC aponta:

> Para que esses propósitos se concretizem nessa área, os estudantes devem desenvolver habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas. Para tanto, eles devem mobilizar seu modo próprio de raciocinar, representar, comunicar, argumentar e, com base em discussões e avaliações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados. (Brasil, 2018, p. 528).

George Pólya, quem abriu um leque de vantagens para o estudo de resolução de problemas para esta sequência didática, onde o entendimento sobre a temática é feita de maneira que desenvolve uma metodologia estruturada, ele relata que:

> A resolução de problemas é uma habilidade prática como, digamos, o é a natação. Adquirimos qualquer habilitação por imitação e prática. Ao tentarmos nadar, imitamos o que os outros fazem com as mãos e os pés para manterem suas cabeças fora d'água e, afinal, aprendemos a nadar pela prática da natação. Ao tentarmos resolver problemas, temos de observar e imitar o que fazem outras pessoas quando resolvem os seus e, por fim, aprendemos a resolver problemas, resolvendo-os. (Pólya, p.4, 2006)

Nesta abordagem ele fala que as etapas são fundamentais para a resolução de problemas. Quais são as etapas para uma resolução de problemas? Segundo Pólya são elas:

- Compreender o problema;
- Construir um plano de ação;
- Executar o plano;
- Rever a resolução.

Na compreensão do problema, nem sempre os estudantes e até mesmo professores respeitam esta etapa. Apenas a leitura não faz com que a resolução seja positiva, pois ao compreender e interpretar o problema, vão ter acesso aos dados que o autor do problema quer passar, e na própria compreensão pode-se achar o desfecho do problema.

A construção de um plano de ação é caracterizada como a mais difícil, pois tem que encontrar as conexões entre os dados do problema e sua incógnita.

Quando o plano de ação é bem caracterizado a execução do plano fica mais fácil de se compreender, normalmente quando a execução do plano fica difícil é só por falta de técnica em resolução de problemas.

Na maioria das vezes não se faz uma revisão ao término de um problema, mas esta revisão é muito importante para que o estudante passe a ver onde e quando ele errou no seu desempenho com o problema.

No artigo de Lonardoni e Santos (2023), ressalta-se que a resolução de problemas é uma abordagem essencial para o ensino de progressões aritméticas, pois estimula a mobilização de conhecimentos prévios e o desenvolvimento de estratégias de resolução. Um exemplo de problema desafiador que pode ser proposto é o cálculo do número de

porcelanatos necessários para revestir uma parede de uma clínica médica, o que permite explorar conceitos como o termo geral de uma Progressão Aritmética. De acordo com as autoras, a metodologia proposta por Onuchic e Allevato (2011) enfatiza que a resolução de problemas não só incentiva a criatividade e o trabalho colaborativo, mas também encoraja os(as) estudantes a explorar diferentes caminhos para chegar à solução, valorizando a diversidade de pensamentos e estratégias. Essa abordagem, aplicada no contexto do Estágio Supervisionado, mostrou-se eficaz ao permitir que os(as) estudantes construíssem o conhecimento de forma ativa, partindo de situações-problema que os desafiavam a pensar e a refletir sobre os conceitos matemáticos envolvidos (Lonardoni; Santos, 2023, p. 3-4).

Nesta seção, as estratégias de ensino e recursos educacionais foram delineados com o objetivo de promover um aprendizado significativo e engajador. A resolução de problemas, aliada ao trabalho em grupo, foi destacada como uma abordagem eficaz para o ensino de progressões aritméticas, permitindo que os estudantes desenvolvessem habilidades de raciocínio lógico, criatividade e colaboração. A metodologia proposta por Polya, com suas etapas claras e estruturadas, oferece um caminho sólido para a compreensão e solução de problemas matemáticos, incentivando os alunos a explorar diferentes estratégias e a refletir sobre seus processos de pensamento. Além disso, a integração de contextos reais e a utilização de tecnologias ampliam as possibilidades de aplicação dos conceitos estudados, tornando o aprendizado mais dinâmico e conectado ao cotidiano. Dessa forma, espera-se que os estudantes não apenas dominem os conceitos matemáticos, mas também desenvolvam competências essenciais para enfrentar desafios tanto acadêmicos quanto práticos.

Descrição da Sequência de Atividades

1ª etapa – Explorando Padrões e Regularidades: Abordando a prática para Progressão Aritmética.

Aula 1 - Despertando a curiosidade para a Progressão Aritmética.

Ao entrar em sala de aula o(a) professor(a) acolherá os(as) estudantes. Deve-se criar um ambiente descontraído para a atividade. Na sequência, o(a) professor(a) apresentará dois problemas para a turma. Sugere-se a escrita no quadro enunciados dos problemas. Escreva no quadro e utilize estes problemas para trabalhar com os(as) estudantes.

Problema 1 - “Os(As) alunos(as) de uma academia estavam fazendo um funcional, e começaram fazendo 10 flexões no primeiro dia. Nos dias seguintes, eles aumentaram o número de flexões em 5 a cada dia. Quantas flexões os(as) alunos(as) da academia terão feito no total ao final de 5 dias?” (A resolução está no Apêndice A).

Problema 2 - “Uma aluna de uma academia, fez no primeiro dia de academia 10 polichinelos, no segundo dia fez 18, no terceiro 12, no quarto dia 25 e no quinto dia fez 15 polichinelos. Quantos polichinelos a aluna terá feito no total de 5 dias?” (A resolução está no Apêndice B)

Divida os(as) alunos(as) em grupos e peça que discutam estratégias para resolver os problemas. Oriente os(as) alunos(as) a interpretar os problemas, anotar os dados dos problemas, peça que eles façam tabelas caso haja necessidade. Não ofereça respostas, para que eles possam resolver os problemas, peçam que testem diferentes maneiras para resolver o problema, incentivando-os a pensar sobre o assunto. Após um tempo de discussão, convide os grupos a apresentarem suas estratégias no quadro. Pergunte aos(as) estudantes: o que eles perceberam? Alguém encontrou um modo ou forma mais rápida para verificar o valor total sem precisar somar cada número individualmente?

Uma possibilidade de resolução para cada um dos problemas, foi sugerida abaixo.

Problema 1 - Os(As) alunos do funcional começam os exercícios no primeiro dia com 10 flexões e a cada dia que passa eles aumentam 5 flexões. Para encontrar o total de flexões feitas em 5 dias, podemos somar diretamente os valores de cada dia:

- 1º dia: 10 flexões;
- 2º dia: 10 + 5 = 15 flexões;
- 3º dia: 15 + 5 = 20 flexões;
- 4º dia: 20 + 5 = 25 flexões;
- 5º dia: 25 + 5 = 30 flexões.

Somando os elementos teremos:

$$10 + 15 + 20 + 25 + 30 = 100 \text{ flexões.}$$

Portanto, os(as) alunos(as) do funcional da academia irão fazer durante 5 dias 100 flexões.

Professor(a) é importante que o estudante resolva o problema com uma resposta completa, sendo:

- Os dados do problema;
- A resolução dos dados obtidos;
- Resposta discursiva que o problema propõe.

Problema 2 - No problema 2 a aluna faz uma quantidade diferente de polichinelos a cada dia, sem seguir um padrão fixo. Neste caso para encontrar o total, basta somar os valores diferentes:

- 1º dia: 10 polichinelos;
- 2º dia: 18 polichinelos;
- 3º dia: 12 polichinelos;
- 4º dia: 25 polichinelos;
- 5º dia: 15 polichinelos.

Somando os elementos:

$$10 + 18 + 12 + 25 + 15 = 80.$$

Entretanto a aluna irá fazer 80 polichinelos até o 5º dia.

Fazendo a comparação dos dois problemas notamos que no primeiro problema, os números envolvidos aumentam 5 a cada dia, o que será caracterizado em breve para turma como exemplo de uma Progressão Aritmética (PA). Já o segundo problema, os números alternam, sem um comportamento de crescimento ou decrescimento em relação aos dias anteriores. Na forma de resolução, os dois também têm uma comparação curiosa de ser verificada. No problema 1, mesmo não utilizando métodos específicos, podemos calcular o número de flexões que os(as) estudantes irão fazer a cada dia e somar os valores,

aproveitando o padrão de aumento fixo. No problema 2, a única maneira de encontrar o total de polichinelos é somando os valores, já que não foi identificado um padrão.

Percebemos que no problema 1, os valores seguem um padrão de crescimento regular e constante, o que sugere que podemos encontrar um atalho para calcular o total mais rapidamente. No problema 2, como os valores não seguem um padrão, a soma direta ainda é a única opção.

Ao fazer estes apontamentos, destaca as regularidades e padrões observados. Na próxima aula, irá dar um nome especial para o tipo de sequência: Progressão Aritmética (PA). Encerre a aula com perguntas que vão deixar os(as) estudantes mais curiosos como: Será que esse tipo de padrão aparece em outras situações do dia a dia? Como e onde podemos utilizar esta aplicação?

Aula 2 – Descobrindo o Conceito de Progressão Aritmética.

Ao entrar em sala de aula, o(a) professor(a) acolherá os(as) estudantes e fará uma breve revisão da aula anterior, retomando rapidamente os problemas discutidos. É importante relembrar os padrões observados nas sequências de valores, destacando que, no primeiro problema, a diferença entre um termo e seu antecessor é sempre a mesma, com um aumento fixo de cinco a cada dia. Esse comportamento caracteriza uma Progressão Aritmética (PA), que é uma sequência numérica em que a diferença entre os termos consecutivos é constante. No segundo problema, os valores não seguem um padrão fixo, pois às vezes aumentam e outras diminuem, sem uma regularidade. Isso significa que essa sequência não é uma Progressão Aritmética, pois não há uma diferença constante entre os termos.

No término da retomada dos problemas discutidos na aula anterior, o(a) professor(a) demonstra a diferença entre uma sequência que segue um padrão e outra que não segue. Para isso, analisará os dois problemas apresentados antes. No primeiro problema que contém a Progressão Aritmética, contém uma constante de razão fixa ($r = 5$), já no segundo que não é uma Progressão Aritmética, os valores variam de forma irregular. Ao fazer a análise comparativa o(a) professor(a) conduzirá a aula com a formalização do conceito de Progressão Aritmética (PA), definindo que toda sequência numérica em que a diferença entre termos consecutivos é constante é classificada como PA. Essa diferença constante é chamada de razão da PA e é representada por r.

Para ilustrar o conceito de Progressão Aritmética (PA), vamos analisar a sequência (4, 7, 10, 13, 16, 19, …). Observe que a partir do segundo termo a diferença entre cada termo e seu antecessor é sempre a mesma:

- $7 - 4 = 3$
- $10 - 7 = 3$
- $13 - 10 = 3$

e assim por diante.

Como essa diferença é constante dizemos que a sequência é uma Progressão Aritmética (PA) de razão $r = 3$. No entanto, para garantir que uma sequência seja realmente uma PA, essa relação deve valer para qualquer termo, não apenas para os primeiros listados. Em outras palavras, ao escolher qualquer termo da sequência numérica

e calcular a diferença em relação ao anterior, o valor obtido deve ser sempre igual à razão r.

Em essência, uma Progressão Aritmética se distingue por apresentar uma regularidade bem definida na construção de seus termos. Essa regularidade reside na constância da diferença entre termos consecutivos, criando um padrão que pode ser precisamente descrito através de uma fórmula matemática. Diferentemente, sequências cujos termos exibem variações aleatórias, sem uma relação pré definida, como observado no Problema 2, não se enquadram na definição de progressões aritméticas.

Ao definir este conceito, indicará o tipo da PA, se ela é finita quando possui o último termo (5, 7, 9, 11, 13, 15), ou se ela é infinita quando não possui o último termo (10, 20, 30, 40, …). O(a) professor(a), poderá fazer em sala de aula com a ajuda dos(as) estudantes mais alguns exemplos. Vamos analisar as seguintes sequências numéricas, identificando o tipo, o primeiro termo, o número de termos e a razão de cada uma:
(2, 4, 6, 8, 10): Para garantir que é uma PA, precisamos verificar se a diferença entre os termos consecutivos é constante. A análise apresentada:

$$r = 4 - 2 = 6 - 4 = 8 - 6 = 10 - 8 = 2.$$

A análise demonstra que a diferença entre os termos consecutivos é constante e igual a 2. Portanto, a sequência é uma Progressão Aritmética (PA) finita, onde o primeiro termo $a_1 = 2$, a razão é r = 2 e a quantidade de termos é n = 5.

A sequência (-5, -9, -13, -17, ...) apresenta uma diferença constante entre seus termos consecutivos. Para verificar se essa sequência é uma Progressão Aritmética (PA), precisamos observar se a diferença entre cada termo e seu antecessor é sempre a mesma. Essa diferença constante é chamada de **razão** da PA.
No caso dessa sequência, podemos calcular a diferença entre os termos:

- $-9 - (-5) = -4$;
- $-13 - (-9) = -4$;
- $-17 - (-13) = -4$.

Como a diferença entre os termos consecutivos é sempre -4, podemos concluir que essa sequência é uma PA com razão $r=-4$. Esse padrão de diferença constante é uma das características fundamentais de uma Progressão Aritmética, que será explorada ao longo das aulas.

Com a utilização dos exemplos anteriores o(a) professor(a) deve classificar a PA, explicando que dependendo da razão r, uma PA pode ser:

- Crescente: quando cada termo a partir do segundo, é maior que o anterior, ou seja, quando a razão r é positiva (r > 0). A sequência numérica (2, 4, 6, 8, 10) é um exemplo de PA finita e crescente;
- Decrescente: quando cada termo, a partir do segundo, é menor que o anterior, ou seja, quando a razão r é negativa (r < 0). A sequência numérica (-5, -9, -13, …) nos dá a visão de PA infinita e decrescente;
- Constante: quando todos os termos são iguais, ou seja, a razão é nula (r = 0). A sequência numérica (7, 7, 7, 7, 7, 7, 7), nos dá a visão de uma PA finita e constante.

Essa classificação é fundamental para que os(as) estudantes compreendam as diferentes características das progressões aritméticas e apliquem esses conceitos na resolução de problemas.

Faça uma síntese dos principais pontos aprendidos durante a aula, destacando o primeiro termo e da razão, comum na Progressão Aritmética. Deixe os(as) estudantes preparados para a próxima aula, onde eles aprenderão a encontrar os termos específicos em uma Progressão Aritmética.

2ª etapa - Fórmulas Essenciais: Desvendando os Segredos da PA.

Aula 3 - Termo Geral de uma Progressão Aritmética

Ao entrar em sala de aula o(a) professor(a) acolherá os(as) estudantes. Inicie a aula relembrando a aula anterior e retome o Problema 01 da primeira aula no quadro.

Problema 1 - Os(As) estudantes de uma academia estavam fazendo um funcional, e começaram fazendo 10 flexões no primeiro dia. Nos dias seguintes, eles aumentaram o número de flexões em 5 a cada dia. Quantas flexões os(as) estudantes da academia terão feito no total ao final de 5 dias?

Deixe que os estudantes resolvam o problema novamente, mas agora com o objetivo de explorar o padrão da sequência e encontrar um método mais eficiente para calcular o número de flexões em um dia específico, mesmo que esse dia esteja distante. Inicialmente, eles podem ter abordado a resolução com estratégias intuitivas e exploratórias, como calcular os termos um a um. O objetivo agora é que percebam que a fórmula do termo geral da Progressão Aritmética (PA) ($a_n = a_1$ + (n - 1). r), permite encontrar qualquer termo da sequência de forma direta, sem a necessidade de calcular todos os termos anteriores. Esse momento também promove a comunicação entre estudantes, permitindo que compartilhem suas estratégias e percebam a utilidade de métodos mais eficientes, como o uso da fórmula do termo geral para responder a perguntas como a que será adicionada ao problema.

Em seguida, deduza com os(as) estudantes a fórmula termo geral da PA: $a_n = a_1 + (n - 1)\, r$. Para isso, retome o problema 1 e desafie a turma a pensar em como encontrar por exemplo o 50º termo da sequência sem precisar calcular todos os termos anteriores. Mostre que, ao observar o padrão da sequência, podemos generalizar a expressão:

- O primeiro termo é $a_1 = 10$;
- O segundo termo é $a_2 = a_1 + r = 10 + 5 = 15$;
- O terceiro termo é $a_3 = a_2 + r = 15 + 5 = 20$, que também pode ser escrito como
$$a_3 = a_1 + 2r = 10 + 2.5 = 20;$$
- Generalizando, o enésimo termo será $a_n = a_1 + (n - 1).r$.

Essa dedução permite que os(as) estudantes compreendam a lógica por trás da fórmula e percebam sua utilização para encontrar qualquer termo da sequência de forma rápida e eficiente, sem precisar construir a lista completa. Ao aplicar a fórmula no problema 1, mostre como seria possível calcular, por exemplo, o 50º termo ($a_{50} = 10 + (50 - 1) . 5 = 255$) algo que seria trabalhoso com o método de calcular termo a termo. Dessa forma, os(as) estudantes perceberam que o termo geral torna a resolução de problemas mais ágil e estruturada.

Ao término da explicação do conceito, o(a) professor(a) deve demonstrar como usar a fórmula do termo geral da PA, para encontrar termos específicos. Para isso, pode se utilizar a sequência (2, 5, 8, 11, 14), assumindo que o padrão observado nos termos fornecidos se mantém. O objetivo é destacar que ao usar a fórmula podemos determinar qualquer termo da sequência desde que o padrão seja mantido. Mesmo que a sequência tenha sido apresentada com poucos termos escritos, sua estrutura permite calcular 10º, o 50º termo, caso o padrão continue.

É importante ressaltar que, em situações reais a continuidade do padrão deve ser verificada ou explicitamente assumida, pois uma sequência finita pode não seguir o mesmo comportamento indefinidamente.

Após a explicação, o(a) professor(a) deve propor uma série de exercícios (sugestão de exercícios consta no Apêndice D), que permitam aos estudantes que pratiquem a aplicação da fórmula do termo geral da PA. Esses exercícios devem ser variados abrangendo diferentes contextos e níveis de complexidade, para consolidar o entendimento do conceito. A seguir, são sugeridos três tipos de problemas, cada um com um objetivo específico:

- Problema 3 - Uma igreja tem fileiras de cadeiras organizadas de forma que na primeira fileira contém 12 cadeiras, a segunda tem 15, na terceira fileira contém 18 cadeiras, seguindo o mesmo padrão. Quantas cadeiras há na 20º fileira?
    - ❖ O objetivo deste exemplo é aplicar a fórmula do termo geral em um contexto real, reforçando a ideia de que a PA pode modelar situações cotidianas.
- Problema 4 - Dada a PA (7, 13, …), determine o 15º termo.
    - ❖ O objetivo deste problema é trabalhar com uma sequência puramente numérica, sem contexto externo, para que os(as) estudantes se concentrem na aplicação direta da fórmula e na identificação da razão.
- Problema 5 - Em uma PA o 1º termo é 6 e o 10º termo é 60. Qual é a razão da sequência?
    - ❖ O objetivo deste problema é desafiar os(as) estudantes a manipular a fórmula do termo geral de forma inversa, encontrando a razão a partir de termos conhecidos, o que desenvolve habilidades de resolução de equações e compreensão mais profunda da estrutura da PA.

Com esses exemplos, os estudantes puderam praticar a identificação da razão, a utilização da fórmula do termo geral e a interpretação de padrões, consolidando o conteúdo da aula.

Aula 4 - Interpolação aritmética e a Fórmula da Soma dos Termos de uma PA

Ao entrar em sala de aula o(a) professor(a) acolherá os(as) estudantes e após fazer uma revisão das discussões das aulas anteriores, apresentará o seguinte desafio para a turma: Exemplo: Escreva uma Progressão Aritmética, cujo primeiro termo (a_1) é igual a 5 e o décimo termo (a_{10}) é igual a 41.

Para orientar os(as) estudantes sobre o problema, o(a) professor(a) poderá levantar algumas questões:

➔ Quais informações já foram fornecidas no enunciado?

➔ O que ainda precisamos descobrir para montar uma sequência completa?

➔ Qual conceito estudado pode nos ajudar a encontrar os termos que estão faltando?

➔ A diferença entre os termos deve ser constante. Como podemos determinar a razão (r)?

➔ Se soubéssemos a razão, como encontramos os termos intermediários?

Estas perguntas ajudam os estudantes a perceber que é preciso achar a razão da PA, antes de listar os termos intermediários. O(a) professor(a)(a) pode incentivar os estudantes a discutir em duplas ou pequenos grupos antes de resolver o problema.

Considerando a Progressão Aritmética (5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37, 41), o(a) professor(a) pode orientar os(as) estudantes a observar os padrões na sequência, destacando que a soma de dois termos equidistantes dos extremos é sempre igual a soma do primeiro e do último termo. por exemplo:

- $a_1 + a_{10} = 5 + 41 = 46$;
- $a_2 + a_9 = 9 + 37 = 46$;
- $a_3 + a_8 = 13 + 33 = 46$;

e assim por diante.

Essa propriedade é fundamental para compreender a fórmula da soma dos termos da PA finita. Como a soma de cada par de termos equidistantes é constante, podemos calcular a soma total da PA multiplicando a soma do primeiro e do último termo pela metade do número de termos. Isso resulta:.

$$S_n = \frac{n}{2} . (a_1 + a_n)$$

onde:

S_n → soma dos n termos de uma PA;

a_n → termo geral de uma PA (enésimo termo);

a_1 → primeiro termo de uma PA;

n → ordem (posição) do termo a_n (quantidade de termos).

Esta abordagem permite que os(as) estudantes visualizem a lógica por trás da fórmula e compreendam por que ela funciona sem depender apenas da memorização.

Essa relação responde a um dos desafios propostos, pois permite calcular a soma de uma PA sem precisar somar os termos um por um, tornando o processo mais eficiente. Podemos ficar com alguns questionamentos como: Mas por que precisamos somar os termos? E se a PA for infinita, faz sentido falar em último termo? E se a quantidade de termos for ímpar?.

Para todas estas perguntas temos as respostas corretas, onde vai fazer com que o(a) professor(a) se sinta à vontade em explicar o conteúdo.

Na primeira pergunta, a necessidade de somar os termos surge de diversos contextos práticos. No problema dos(as) alunos(as) da academia, por exemplo, o objetivo é encontrar o total de flexões feitas ao longo dos dias. Assim, a soma da PA permite obter esse valor de maneira rápida e estruturada. Sem contar que quando identificar os padrões e aplicar a fórmula corretamente os estudantes desenvolvem um raciocínio lógico matemático.

A segunda pergunta, se a progressão for infinita, não tem o último termo definido, o que inviabiliza o uso direto da fórmula da soma, pois ela depende do termo final. Na Progressão Aritmética infinita, o foco geralmente está nos padrões e tendências, sem o somatório fechado.

Na terceira pergunta, se os termos forem ímpar, o conceito de soma dos termos equidistantes ainda se mantém, mas haverá um termo central sem par correspondente. No entanto, isso não impede a aplicação da fórmula pois o cálculo continua válido considerando todos os termos da sequência. Desta forma a análise da soma dos termos de uma PA não apenas resolve o desafio matemático, mas desenvolve a compreensão de padrões e aplicações das progressões aritméticas.

Trabalhe com a ajuda dos(as) estudantes o seguinte exemplo: Qual é a soma dos 10 primeiros termos da PA (4, 7, 10)? primeiramente irá calcular o decimo termo (a_{10}): $a_n = a_1$ + (n - 1) . r; a_{10} = 2 + (10 - 1) . 3; a_{10} = 2 + 9 . 3; a_{10} = 2 + 27; a_{10} = 29. Em seguida, irá calcular a soma dos 10 primeiros termos (S_n): $S_n = \frac{(a_1 + a_n) .n}{2}$; $S_{10} = \frac{(2 + 29) .10}{2}$; $S_{10} = \frac{31 .10}{2}$; S_{10} = 31 . 5; S_{10} = 155. Faça e resolva com os(as) estudantes alguns exercícios (Sugestão de exercícios no Apêndice D) em sala de aula com todo o conteúdo já estudado sobre a PA.

Ao término da correção informe aos alunos sobre o conteúdo da próxima aula, onde eles irão aprender sobre as fórmulas da PA. Finalize a aula falando da importância das fórmulas da PA, informando a eles que as fórmulas ajudam a desenvolver habilidades de raciocínio lógico e resolução de problemas.

3ª etapa - Aplicação de Progressão Aritmética em Contextos Reais.

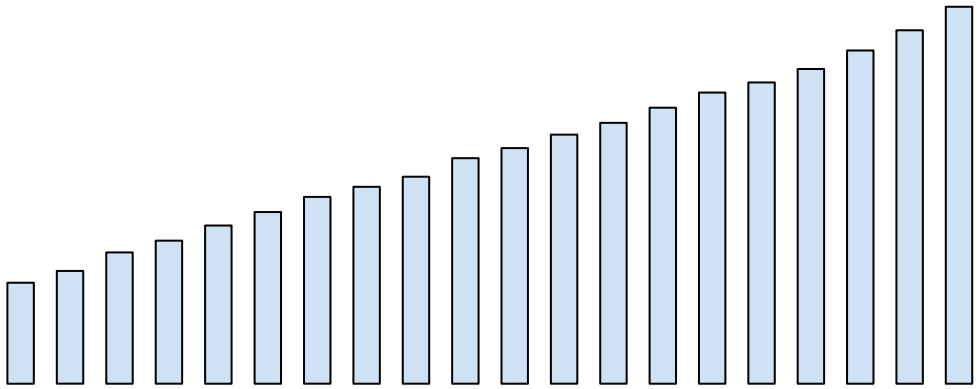
Aula 5 - Progressão Aritmética em diferentes contextos

Ao entrar em sala de aula o(a) professor(a) acolherá os(as) estudantes.

Inicie a aula com a apresentação da seguinte situação problema:

"Um marceneiro recebeu uma encomenda de cabeceira de cama com madeira ripada. A cliente exigiu que a cabeceira tivesse um efeito de crescimento linear das ripas conforme figura 1, distribuídas com distâncias constantes entre si, da esquerda para direita. A primeira ripa deverá ter 10 cm de altura e a última 90 cm. Além disso, a cabeceira deve conter 20 ripas verticais. Quais são as medidas das alturas de todas as ripas utilizadas pelo marceneiro?"

Figura 1 - Sequência de ripas da cabeceira de uma cama



Fonte: A autora.

Podemos imaginar a cabeceira como uma sequência de ripas verticais dispostas lado a lado. A primeira ripa, à esquerda com 10 cm de altura. A cada nova ripa, a altura aumenta de forma constante, seguindo um padrão progressivo até atingir 90 cm na última peça. O espaçamento das ripas são regulares e o crescimento segue um padrão matemático, caracterizando uma Progressão Aritmética. O desafio consiste em determinar a altura de cada ripa individualmente e verificar a regularidade do crescimento.

Após apresentar o problema, o(a) professor(a) dá um tempo para que os(as) estudantes façam a leitura do problema. Nesse intervalo, provocaria a turma com as seguintes questões: 1) Será que temos todas as informações para resolver o problema? 2) Existe uma maneira visual de representar o problema? O(A) professor(a) ouvirá com atenção as contribuições recebidas da turma.

Após a explanação do problema, o(a) professor(a) deverá certificar se a turma compreendeu o que foi solicitado. Antes de prosseguir, no processo de solução do problema do marceneiro, o(a) professor(a) apresentará uma segunda situação problema à turma.

"Se você economizar R$10,00, toda semana durante um ano, quanto você terá acumulado até a última semana do ano"?

Mais uma vez, o(a) professor(a) cederá um tempo para que os(as) estudantes façam uma leitura atenta do problema apresentado, e na sequência fará as seguintes indagações: 1) Será que temos todas as informações para resolver o problema? 2) Este problema é semelhante com o problema anterior? 3) Se sim, o que?

Podemos interpretar o problema da economia semanal como uma Progressão Aritmética onde:

- O primeiro termo (a_1) é R$10,00;
- A razão (r) é R$10,00;
- O número total de semanas no ano (n) é 52;

- O objetivo é encontrar a soma total das economias ao final do ano (S_n).

  Utilizando a fórmula da soma dos primeiros n termos da PA temos:

$$S_n = \frac{n}{2} \text{ x } (a_1 + a_n)$$

Como a economia semanal é sempre R$10,00, o último termo ($a_n$) também será R$10,00. Substituindo os valores teremos:

$$S_{52} = \frac{52}{2} \, x \, (10 + 10)$$

$$S_{52} = 26 \, x \, 20 = 520 .$$

Portanto, ao economizar R$10,00 por semana, ao final de um ano terá economizado R$520,00.

4ª etapa- Reforçando os Conhecimentos

Aula 6 - Retomando e consolidando os conceitos

Ao entrar em sala de aula o(a) professor(a) acolherá os(as) estudantes

O(A) professor(o) iniciará a aula com uma revisão geral dos principais conceitos abordados ao longo das aulas, como:

- Definição de Progressão Aritmética (PA);
- Razão de uma PA;
- Fórmula do termo geral ($a_n = a_1 + (n - 1) . r$);
- Fórmula da soma dos termos ($S_n = \frac{n}{2} . (a_1 + a_n)$);
- Aplicação prática da PA.

Para reforçar o aprendizado, o(a) professor(a) apresentará a lista de exercícios constante do apêndice C para a turma fazer.

Aula 7 - Avaliação: verificando o aprendizado.

Ao entrar em sala de aula o(a) professor(a) acolherá os(as) estudantes.

Inicie a aula apresentando a avaliação, que será composta por um conjunto de problemas, elaborados para verificar a compreensão e aplicação dos conceitos estudados sobre Progressão Aritmética PA. A avaliação será individual e inclui diferentes tipos de questões, tais como:

- Questões de identificação: para verificar se o(a) estudante consegue identificar uma PA em diferentes contextos;
- Questões de cálculo: para verificar se o aluno consegue aplicar a fórmula do termo geral para encontrar termos específicos;
- Problemas do cotidiano: para verificar se o(a) estudante consegue modelar e resolver problemas do mundo real usando PAs;
- Questões teóricas: para verificar se o aluno compreende os conceitos e propriedades das PAs.

A avaliação cobrirá todo o conteúdo estudado, desde a definição de PA até a aplicação da fórmula do termo geral.

Certifique-se que o conteúdo da avaliação seja justo, conforme foi ensinado nas aulas. A avaliação deve conter questões variadas conforme o contexto. Avise aos alunos

que a aula está destinada a avaliação, onde será colocado todos os tópicos do conteúdo ministrado. Uma sugestão é informar a eles que toda participação que eles tiveram durante as aulas serão reconhecidas e poderá ajudar na média da nota.

A avaliação tem como objetivo permitir que os(as) estudantes demonstrem sua capacidade de aplicar os conhecimentos teóricos e práticos adquiridos ao longo do conteúdo. A avaliação inclui definir objetivos de aprendizagem claros, selecionar, e organizar os elementos do conteúdo.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC, 2018.

FILHO, Benigno Barreto; SILVA, Cláudio Xavier da. **Matemática Aula por Aula.** Volume Único. Minas Gerais, 2005.

GARCIA, Jacqueline: SOUZA, Joaquim. **Contato Matemática.** Volume Um. São Paulo. Ed. FTD, 2016.

Goiás. Secretaria de Estado da Educação. **Documento Curricular para Goiás.** Goiânia: Secretaria de Estado da Educação, 2019. Disponivel em: https://www.educacao2.go.gov.br/files/documentos/PEDAGOGICO/Bimestralizacao%20Formacao%20Geral%20Basica%20DC%20GOEM.pdf. Acesso em: 03 jan. 2025.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de Matemática Elementar: Sequências, Matrizes, Determinantes, Sistemas.** 7. ed. São Paulo: Atual, p. 5-13. 2004.

LONARDONI, Beatriz Signori; SANTOS, Edilaine Regina dos. Progressão Aritmética e Resolução de Problemas: uma experiência no contexto do Estágio Supervisionado em Matemática. Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Brasília, v. 29, n. 83, p. 01-10, abr./jun. 2024.

ONUCHIC, Lourdes De La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. Bolema - Mathematics Education Bulletin, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011. Disponível em: http://hdl.handle.net/11449/72994. Acesso em: 17 dez. 2024.

Pólya, George. A arte de resolver problemas. G. Pólya; [tradução Heitor Lisboa de Araújo]. – Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

REVISA GOIÁS. Goiás: Seduc-Go, 2024. Mensal. Núcleo de Recursos Didáticos (Nuredi).

APÊNDICE A - Problema 1

Problema 1

Os(As) alunos(as) de uma academia estavam fazendo um funcional, e começaram fazendo 10 flexões no primeiro dia. Nos dias seguintes, eles aumentaram o número de flexões em 5 a cada dia. Quantas flexões os(as) alunos(as) da academia terão feito no total ao final de 5 dias?

Resolução sem utilizar fórmulas da PA;

1. Podemos resolver o problema somando os valores da sequência
   - 1º dia - 10 flexões;
   - 2º dia - 10 + 5 = 15;
   - 3º dia - 15 + 5 = 20;
   - 4º dia - 20 + 5 = 25;
   - 5º dia - 25 + 5 = 30.
2. Agora somamos os valores:
   10 + 15 + 20 + 25 + 30 = 100.
   Portanto, ao final de 5 dias os(as) alunos(as) terão feito 100 flexões no total.

Resolução utilizando a fórmula do termo geral da PA.

Podemos resolver o problema usando apenas a fórmula do termo geral da PA

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

onde:

- a_1 = 10 (primeiro termo);
- r = 5 (razão);
- n = 5 (quantidade de dias).

Calculamos os cinco termos da sequência;

$$a_1 = 10;$$
$$a_2 = 10 + (2 - 1) \cdot 5 = 10 + 5 = 15;$$
$$a_3 = 10 + (3 - 1) \cdot 5 = 10 + 10 = 20;$$
$$a_4 = 10 + (4 - 1) \cdot 5 = 10 + 15 = 25;$$
$$a_5 = 10 + (5 - 1) \cdot 5 = 10 + 20 = 30.$$

Agora somamos os termos obtidos;

10 + 15 + 20 + 25 + 30 = 100.

Resolução utilizando a fórmula da soma dos termos.

Dados do problema;

- O primeiro termo (a_1) é 10 (número de flexões no primeiro dia);
- A razão (r) é 5 (quantidade adicionada a cada dia);
- O número de termos (n) é 5 (quantidade de dias);

Os termos da PA são:

10, 15, 20, 25, 30.

Para encontrar o total de flexões feitas nos 5 dias, usamos a fórmula da soma dos n primeiros termos da PA;

$$S_n = \frac{n}{2} \text{ x } (a_1 + a_n)$$

Primeiro encontramos o quinto termo (a_5) usando a fórmula do termo geral da PA;

$$a_5 = 10 + (5 - 1) \cdot 5 = 10 + 20 = 30$$

Logo após aplicamos a fórmula da soma dos termos da PA.

$$S_5 = \frac{5}{2} \text{ x } (10 + 30)$$

$$S_5 = \frac{5}{2} \text{ x } 40$$

$$S_5 = \frac{200}{2} = 100.$$

APÊNDICE B - Problema 2

Problema 2

Uma aluna de uma academia, fez no primeiro dia de academia 10 polichinelos, no segundo dia fez 18, no terceiro 12, no quarto dia 25 e no quinto dia fez 15 polichinelos. Quantos polichinelos a aluna terá feito no total de 5 dias?

1ª maneira: Sem fórmula (soma direta)

Basta somar diretamente a quantidade de polichinelos feitos em cada dia:

$$10+18+12+25+15=80.$$

Portanto, a aluna fez 80 polichinelos no total.

2ª maneira: Com a fórmula do termo geral

Para verificar se a sequência segue um padrão de Progressão Aritmética (PA), verificamos as diferenças entre os termos consecutivos:

$$18 - 10 = 8,\ 12 - 18 = -6,\ 25 - 12 = 13,\ 15 - 25 = -10.$$

As diferenças são variáveis, ou seja, não é uma PA. Como não há um padrão fixo de variação, não podemos aplicar a fórmula do termo geral de uma PA.

Se a sequência seguisse um padrão de Progressão Aritmética com uma razão constante rrr, poderíamos usar a fórmula do termo geral:

$$a_n = a_1 + (n - 1).$$

Mas, como os valores não seguem um padrão fixo, esse método não se aplica diretamente aqui.

3ª maneira: Com a fórmula da soma dos termos da PA

A soma dos n primeiros termos de uma Progressão Aritmética é dada por:

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_1).$$

Como a sequência não segue um padrão de Progressão Aritmética PA, a fórmula da soma dos termos não se aplica a esse caso específico.

Nesse caso, a única maneira de obter a soma correta é somando diretamente os valores, como fizemos na primeira abordagem.

Conclusão

- A melhor maneira de resolver foi a soma direta.
- Como os valores não seguem uma Progressão Aritmética, não pudemos aplicar as fórmulas do termo geral e da soma da PA.

APÊNDICE C - Lista de exercícios

Lista de exercícios

1 - Um concurseiro decide aumentar o tempo de estudo em 5 minutos por dia, começando com 30 minutos já no primeiro dia. Quanto tempo ele terá estudado ao final de 7 dias?

2 - Em um auditório, a primeira fileira tem 10 cadeiras, a segunda tem 14, a terceira tem 18. Quantas cadeiras há na 15ª fileira?

3 - Determine o 20º termo da PA (-3, 1, 5, ...).

4 - Calcule a soma dos 12 primeiros termos da PA (6, 10, 14, …).

5 - Dada a PA (2, 5, 8, 11, …), Determine a razão e o termo geral.

6 - A soma dos 10 primeiros termos de uma PA é 220. Sabendo que o primeiro termo é 4 e a razão é constante, determine o valor da razão.

APÊNDICE D - Lista de exercícios

Lista de exercícios

1. Identificação de uma PA. Verifique se as sequências abaixo são Progressões Aritméticas (PA). Em caso afirmativo, identifique a razão r:
a) 6,_____10,_____14,_____18,_____22,_____…
b) 20,_____15,_____10,_____5,_____0,_____…
c) 1, 3, 6, 10, 15, …

2. Razão de uma PA. Dada a PA (7, 12, 17, 22, 27, …), determine:
a) A razão r.
b) O próximo termo da sequência.

3. Termo geral de uma PA. Na PA (3, 8, 13, 18, …), determine:
a) O 8º termo (a_8).
b) A posição do termo 48 na sequência.

4. Construção de uma PA. Dados o primeiro termo $a_1 = 5$ e a razão r=4, escreva os 6 primeiros termos da PA.

5. Classificação de uma PA. Classifique as PAs abaixo como crescente, decrescente ou constante:
a) (10,_____7,_____4,_____1,_____-2,_____…)
b) (6_____,6_____,6_____,6,_____6,_____6,_____⋯)
c) $(-2,$ 1, 4, 7, 10, …)

6. Aplicação do termo geral. Em uma PA, o 1º termo é $a_1 = 12$ e a razão é r=3. Determine:
a) O 6º termo (a_6).
b) O termo a_{12}.

7. Encontrando a razão. Em uma PA, o 4º termo é $a_4 = 20$ e o 8º termo é $a_8 = 36$. Determine a razão r.

8. Termo geral com informações parciais. Em uma PA, o 6º termo é $a_6 = 30$ e a razão é r = 4. Determine o 1º termo (a_1).

9. Problema contextualizado. Um atleta corre 8 km no primeiro dia de treino e aumenta sua distância diária em 1,5 km a cada dia. Quantos quilômetros ele terá percorrido no 7º dia?

10. Soma dos termos de uma PA. Calcule a soma dos 10 primeiros termos da PA (2, 5, 8, 11,…).

11. Soma com termo geral. Dada a PA (4, 9, 14, 19, …), determine:
a) O 12º termo ($\boldsymbol{a_{12}}$).
b) A soma dos 12 primeiros termos (S_{12}).

12. Problema de soma. Um professor de matemática propôs um desafio: somar todos os números ímpares de 1 a 99. Quantos números ímpares existem nesse intervalo e qual é a soma total?

13. Interpolação aritmética. Insira 4 termos entre 10 e 30 para formar uma PA. Qual é a razão r dessa PA?

14. Problema contextualizado. Uma empresa aumentou seu lucro mensal em R$500,00 a cada mês. No primeiro mês, o lucro foi de R$2.000,00. Qual será o lucro total ao final de 6 meses?

15. Desafio. Em uma PA, o 3º termo é $\boldsymbol{a_3}$ = 18 e o 7º termo é $\boldsymbol{a_7}$ = 34. Determine:
a) A razão r.
b) O 1º termo (a_1)
c) A soma dos 10 primeiros termos (S_{10}).

Aprendendo com números poligonais: uma sequência didática para o ensino de Progressões Aritméticas

Samuel Hilário Rodrigues
Orientador: Prof. Dr. Fernando Kennedy da Silva

Introdução

A presente Sequência Didática (SD) aborda o ensino e o aprendizado de sequências numéricas, com ênfase na Progressão Aritmética (PA), analisando suas características e aplicações. Essa atividade é prevista para a 1ª série do Ensino Médio.

O desenvolvimento deste trabalho foi inspirado na experiência adquirida pelo licenciando durante as disciplinas de Estágio Supervisionado. Observou-se que muitos estudantes do Ensino Fundamental e Médio apresentam dificuldades na identificação de padrões, sejam eles visuais ou numéricos. Além disso, demonstram baixa autonomia e pensamento crítico na execução de atividades e resolução de problemas, limitando-se à reprodução mecânica dos conteúdos ensinados.

Este trabalho tem como foco os Números Poligonais, que são valores que podem ser organizados de modo a formar polígonos regulares com a quantidade de pontos representada. Assim, o trabalho enfatiza o reconhecimento de padrões e a representação visual. Para isso, baseia-se na metodologia da Investigação Matemática, valorizando o protagonismo do estudante no processo de ensino-aprendizagem. A SD está estruturada em quatro etapas abordando conceitos teóricos e práticos de forma integrada:

(1) Reconhecendo Padrões
(2) Números Poligonais
(3) A Progressão Aritmética
(4) Avaliação da Aprendizagem.

Estrutura curricular

Etapa de ensino/Ano ou Série
Ensino Médio/1ª série

Área
Matemática

Unidade Temática (BNCC)
Números e Álgebra

Objetos de Conhecimento

Sequências numéricas: progressões aritméticas (PA).

Habilidades (BNCC)

(EM13MAT507) Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

Objetivos/Expectativas de Aprendizagem

O objetivo geral dessa sequência didática é desenvolver nos estudantes a capacidade de identificar padrões e aprimorar sua habilidade de abstração. Nisso, tem-se os seguintes objetivos específicos:

- explorar padrões visuais e numéricos, utilizando os Números Poligonais;
- estudar sequências numéricas, em particular, as Progressões Aritméticas.

Duração das atividades

A sugestão da presente SD é de 8 horas-aula, considerando aulas de 50 minutos. Reforça-se de que esta é apenas uma sugestão, podendo variar a depender do andamento das aulas e dos estilos das turmas para as quais seja aplicada.

Conhecimentos prévios trabalhados pelo professor com aluno

- Conjuntos numéricos e manipulações algébricas;
- Identificação de sequências e classificações (crescente, decrescente, constante);
- Resolução de equações.

Estratégias de ensino e recursos educacionais

A Matemática é frequentemente referida como a "ciência dos padrões" (Vale, 2013, p. 66), pois se desenvolve a partir da observação e do estudo de regularidades (Da Cunha, 2020). Esse aspecto desempenha um papel essencial na estruturação do pensamento lógico e na capacidade de generalização dos estudantes. Compreender que padrões matemáticos regem aspectos diversos da vida humana fortalece a motivação dos estudantes e amplia sua percepção sobre a importância da Matemática.

É de interesse dos professores de matemática que haja uma alteração do paradigma de que a disciplina é difícil, trabalhosa e cansativa, isto é, deseja-se que exista uma aprendizagem significativa e que o ensino seja prazeroso. Dessa forma, nada adianta modificar os formatos de ensino, trazendo ideias pedagógicas inovadoras ou atrativas se, ao fim de todo o processo, a avaliação continue da mesma forma, visto que é uma etapa "necessária e permanente", como diz Libâneo (2013, p. 216). Segundo Queiroz et al. (2019, p. 4), "O ato avaliativo não se constitui como fim, mas como meio pelo qual se colhe informações relativas ao processo ensino-aprendizagem". Ela fornece elementos sobre os participantes, além de possibilitar uma visão geral de como foi o aproveitamento

durante todo o processo, permitindo que o professor possa fazer os ajustes e as modificações necessárias.

Nesta Sequência Didática, serão adotadas estratégias que promovam a autonomia do educando, alinhadas à proposta da Investigação Matemática, fornecendo "ao professor elementos para desenvolver o espírito investigativo e criativo dos alunos" (De Souza Jucá e Pironel, 2022, p.1). Para tanto, serão utilizados recursos didáticos adequados ao desenvolvimento cognitivo dos estudantes, incluindo materiais concretos e representativos que auxiliem na identificação de padrões e na compreensão dos conceitos matemáticos.

Entre os recursos educacionais sugeridos para a aplicação desta SD, destacam-se:

- Impressões com as ilustrações das atividades;
- Papel sulfite para rascunho e desenvolvimento das atividades;
- Lápis, canetas, gizes de cera;
- Materiais concretos (massa de modelar, pedrinhas, bolinhas de papel, milho, feijão ou outros grãos);
- Cartolinas ou papel cartão;
- Quadro e pincel (ou giz);
- Folhas quadriculadas;
- Cola branca, cola quente ou fita dupla face.

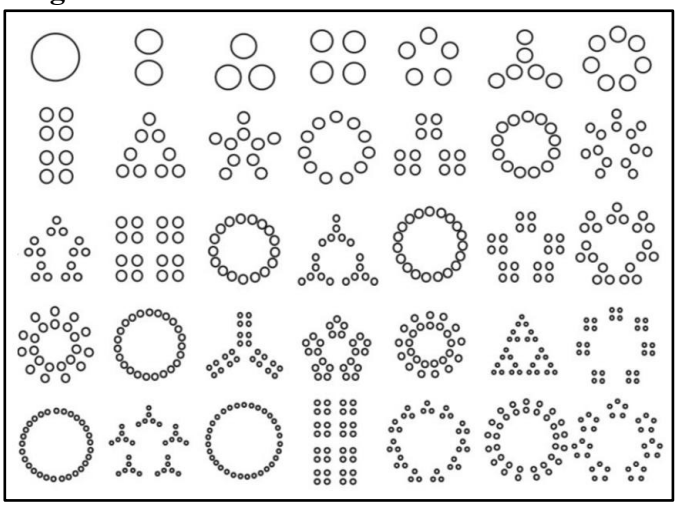
Descrição da Sequência de Atividades

1ª etapa – Reconhecendo Padrões

Aula 1 (50min):

A proposta para a primeira aula é trabalhar a visualização de padrões utilizando a atividade de Números Visuais da metodologia das Mentalidades Matemáticas (Boaler, 2017), conforme modelo apresentado na Figura 1.

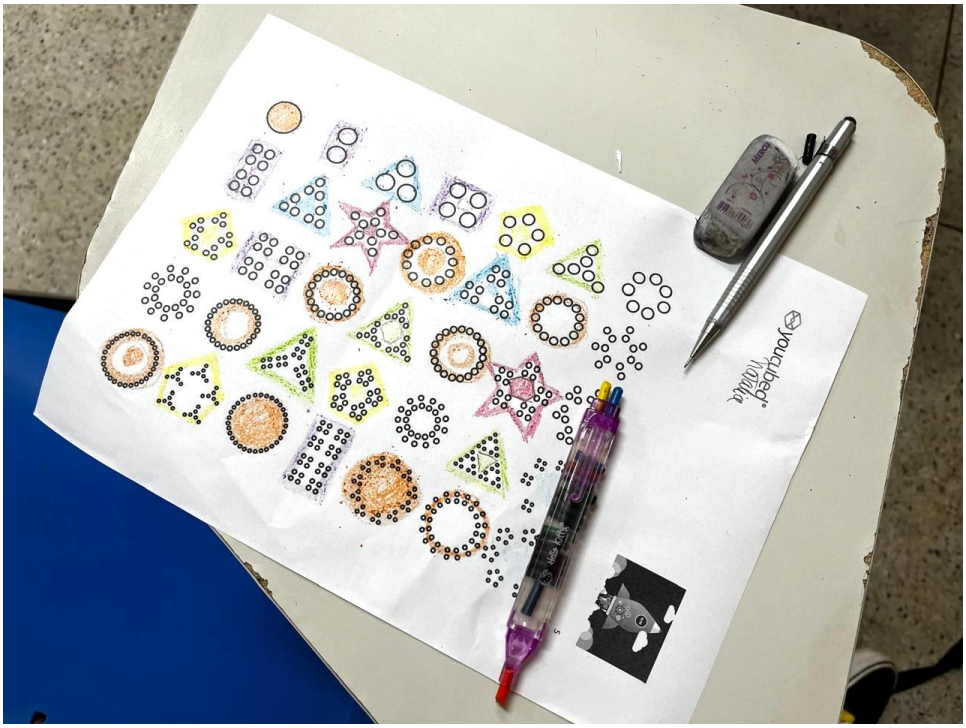
Figura 1 - Modelo da atividade Números Visuais



Fonte: Números Visuais - youcubed

O professor introduzirá o modelo disponível no Anexo A, pedindo que os estudantes identifiquem qual número cada uma das figuras representa. A partir daí, a ideia é permitir que os estudantes pensem, imaginem e criem quaisquer tipos de padrões visuais que conseguirem enxergar, relacionando os números e as imagens. É interessante não apresentar nenhum exemplo para que não sejam influenciados. Para esse trabalho, o professor pode fornecer lápis coloridos, gizes de cera ou outros materiais coloridos para as marcações. A Figura 2 exemplifica um resultado que pode ser obtido na aplicação da atividade em aula.

Figura 2 - Atividade "Números Visuais" realizada por estudante do 1º ano de uma escola pública.



Fonte: Acervo do autor (2024)

Pode-se observar que o objetivo proposto foi alcançado no exemplo apresentado na Figura 2, utilizando diferentes cores e formas geométricas para relacionar os padrões que foram visualizados.

É importante que o professor permita que tenham o tempo necessário para que desenvolvam a criatividade na tarefa, sem pressão ou cobrança excessiva, e incentive a troca de ideias entre colegas.

Após a finalização do trabalho, discuta com os estudantes o que eles observaram. Algumas sugestões de questionamentos são:

- Quais imagens conseguiram construir ou encontrar? São formas geométricas? Quais são elas?
- Existe alguma relação entre essas formas e os números representados? Explique.
- Existe algum padrão que relaciona os números e as figuras entre si?

Espera-se que sejam obtidas algumas visualizações como triângulos, retângulos, pentágonos e círculos, e algumas relações entre números múltiplos, números pares ou ímpares, ou números primos. Ressalta-se que não existe a natureza dual de certo ou errado para a atividade. Os adolescentes precisam se sentir motivados, engajados e livres para expressarem suas percepções.

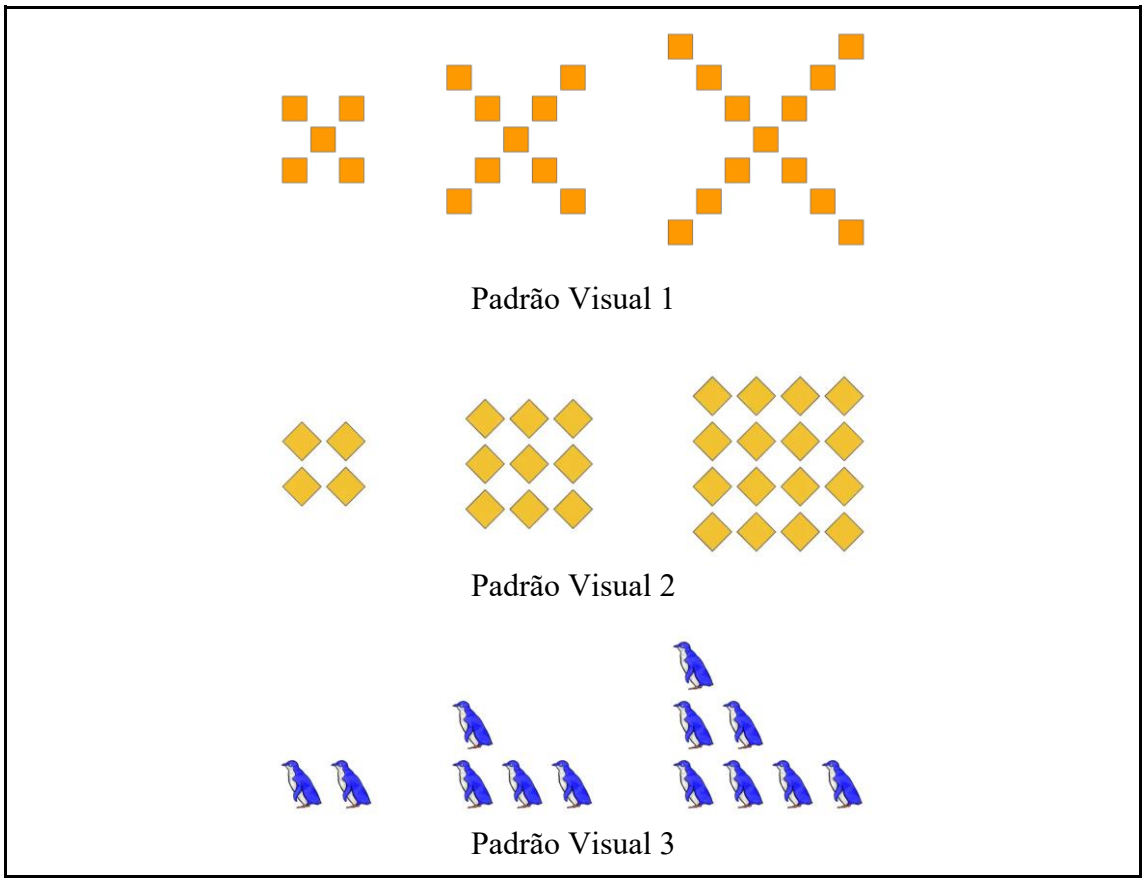
Aula 2 (50min):

Dando continuidade ao estudo sobre padrões e iniciando o contato com sequências numéricas, a atividade proposta para essa aula também tem suporte nas Mentalidades Matemáticas (Boaler, 2017) e utiliza diversos tipos de padrões visuais. Esses padrões são disponibilizados no repositório colaborativo *Visual Patterns,* criado pela professora Fawn Nguyen, disponível em https://www.visualpatterns.org/.

O professor poderá acessar o endereço disponibilizado e escolher alguns padrões que achar interessante. A seguir, serão utilizados modelos para a proposta dessa sequência didática, mas que poderão ser modificados para atender às necessidades específicas.

Serão fornecidos os padrões visuais da Figura 3 para que os estudantes os analisem, vejam como eles crescem e respondam quantos elementos as próximas figuras da sequência terão.

Figura 3 - Padrões visuais a serem utilizados na aula



Fonte: *visualpatterns.org*

Peça aos estudantes que verifiquem qual é o padrão de crescimento de cada uma das sequências de imagens e qual é o número de elementos da próxima imagem. As respostas esperadas são:

- O Padrão Visual 1 cresce de 4 em 4 quadradinhos. A quantidade de quadradinhos da próxima imagem será 13.
- O Padrão Visual 2 cresce conforme o quadrado do número de ordem da próxima imagem, ou seja, para a quarta figura da sequência, o número de quadradinhos será 25, pois é o quadrado de 5.
- O Padrão Visual 3 adiciona a mesma quantidade de pinguins do número de ordem da imagem, mais especificamente, adiciona-se 1 pinguim em cada linha. A quarta imagem terá 11 pinguins.

Finalizada essa parte da atividade, peça que desenhem as próximas duas imagens da sequência e verifiquem se os padrões encontrados por eles continuaram sendo seguidos. As quantidades da quarta imagem foram expostas acima e, para a quinta imagem, tem-se 17 quadradinhos no Padrão Visual 1, 36 quadradinhos no Padrão Visual 2 e 16 pinguins no Padrão Visual 3.

Como desafio, questione-os se conseguiriam descobrir quantos elementos a 43ª imagem da sequência de cada um dos Padrões Visuais teria. Deixe que façam discussões e tentativas. Esse ainda não é o momento de se utilizar fórmulas, por isso é interessante promover o uso do raciocínio lógico e de habilidades intuitivas. Não se preocupe caso não consigam solucionar o problema. Tal atividade aparecerá na lista de exercícios final da 4ª etapa.

Em seguida, será a vez de cada um dos estudantes criar um padrão visual com 3 imagens, semelhantes aos que foram trabalhados. Distribua folhas de papel e lápis, canetas, gizes de cera ou canetinhas para que possam desenhar. Incentive-os a utilizarem diferentes formas e figuras e permita que sejam criativos. Para isso, reserve tempo necessário para essa atividade. Novamente, proponha que haja diálogos e troca de ideias entre eles.

Ao final da aula, pergunte quais foram as dificuldades encontradas e tente avaliar em quais aspectos as dificuldades se encontram, sejam elas na parte da compreensão da proposta, da abstração, da contagem ou do raciocínio lógico. O professor deve estar atento às queixas para que possa retornar em algum momento da atividade e repensar na forma de apresentá-la.

2ª etapa – Números Poligonais

Nessa etapa, serão introduzidos objetivamente os números poligonais, conceito e formas. Entretanto, o ponto é permitir que essas noções sejam apreendidas de uma forma mais natural e intuitiva. Para tanto, propõe-se duas aulas a serem trabalhadas com esse objetivo.

Aulas 3 e 4 (1h40):

Inicie a aula com o seguinte questionamento: “Utilizando pontos, de que forma poderíamos representar o número 3? E o número 5?” Permita que sejam feitos diálogos e convide alguns voluntários a realizarem essa representação no quadro. Espera-se que entre as respostas estejam a representação do número 3 como um triângulo e o número 5 como um pentágono, assim como estiveram representados na atividade de Números Visuais da Aula 1. Marque essas representações específicas, evidenciando o interesse nelas.

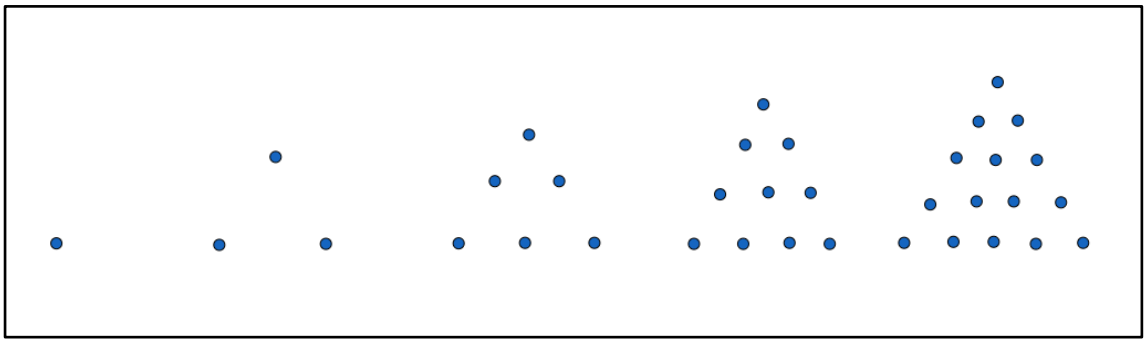
Após essa breve troca de ideias, introduza o conceito de números poligonais:

Números que formam polígonos regulares e crescem de acordo com um padrão.

Posteriormente, solicite que representem a seguinte sequência numérica como números poligonais triangulares, ou seja, na forma de triângulos equiláteros, como mostra a Figura 4 (outras configurações podem ser obtidas, desde que se mantenha a regularidade).

$$(1, 3, 6, 10, 15)$$

Figura 4 - Os 5 primeiros números poligonais triangulares



Fonte: Autor

Após os desenhos serem feitos, faça os seguintes questionamentos e deixe que as ideias surjam:

- Como a sequência cresce?
- Quantos pontos são adicionados a cada figura?
- Qual seria o próximo número da sequência, isto é, quantos pontos terá o próximo triângulo?

É importante que os estudantes consigam visualizar que o número de pontos acrescidos a cada triângulo é o mesmo número de ordem do triângulo e que existe um padrão nesse crescimento. No quadro, utilize a notação de T_n para representar cada um dos termos da sequência de números triangulares, em que n é a ordem do termo da sequência. Assim, tem-se a sequência como

$$T_1 = 1,$$

$$T_2 = 3,$$

$$T_3 = 6,$$

$$T_4 = 10,$$

$$T_5 = 15$$

e assim por diante. Além disso, evidencie que a sequência se dá por

$$T_1 = 1,$$

$$T_2 = 1 + 2,$$

$$T_3 = 1 + 2 + 3,$$

$$T_4 = 1 + 2 + 3 + 4, \ldots,$$

$$T_n = 1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + n.$$

Agora, os estudantes deverão criar números poligonais quadrados, pentagonais e hexagonais. Para isso, a turma deve ser dividida em grupos (a depender da quantidade de adolescentes que se tem). Para cada grupo, distribua papel sulfite, cartolina, papel cartão ou algum outro material similar, que servirá de suporte para a construção. Os pontos serão representados por materiais manipuláveis que podem ser bolinhas feitas de papel ou massa de modelar, milho, feijão ou algum outro tipo de grão. É interessante que cada grupo utilize alguma forma de representação diferente. Fita adesiva dupla face, cola branca ou cola quente serão utilizadas para fixar os pontos no suporte. Portanto, o professor deve preparar os elementos necessários e suficientes para a realização da atividade.

Cada um dos grupos deve criar as representações dos cinco primeiros termos das sequências de números poligonais quadrados (Q_n), pentagonais (P_n) e hexagonais (H_n), bem como recriar no suporte fornecido os números triangulares estudados anteriormente. Deixe claro que as sequências sempre se iniciam com o número 1.

São sugeridas as seguintes etapas a serem seguidas:

- Determinar os termos das sequências, observando os padrões de crescimento.
- Fazer rascunhos das representações, verificando e garantindo a regularidade dos polígonos.

Os rascunhos dos números poligonais construídos se encontram no Apêndice A e a Figura 5 exemplifica a atividade proposta.

Figura 5 - Construção de números poligonais com grãos de milho

Fonte: Autor

3ª etapa- A Progressão Aritmética

Até o momento, ainda não foi formalizada uma classificação específica para o tipo de crescimento nas sequências vistas. Portanto, a fim de que esse tópico seja abordado, será feita uma introdução formal às Progressões Aritméticas, a partir do que foi estudado com os números poligonais.

Aula 5 (50min):

Tomando como exemplo o caso dos números poligonais triangulares, o professor resgatará das aulas passadas a forma com que aquela sequência cresce. O primeiro "triângulo" tem 1 ponto, o segundo triângulo tem 3 pontos, o terceiro triângulo tem 6 pontos e assim sucessivamente. Os acréscimos em cada triângulo formam a sequência (2,

3, 4, 5, 6, …), com crescimento de 1 unidade a cada termo. A esse tipo de sequência, cujos termos sempre são somados a uma constante, se dá o nome de Progressão Aritmética (PA), e essa constante é chamada de razão. Portanto, tem-se uma PA de razão 1.

Formalize a definição no quadro para anotações. Segue o texto abaixo como sugestão:

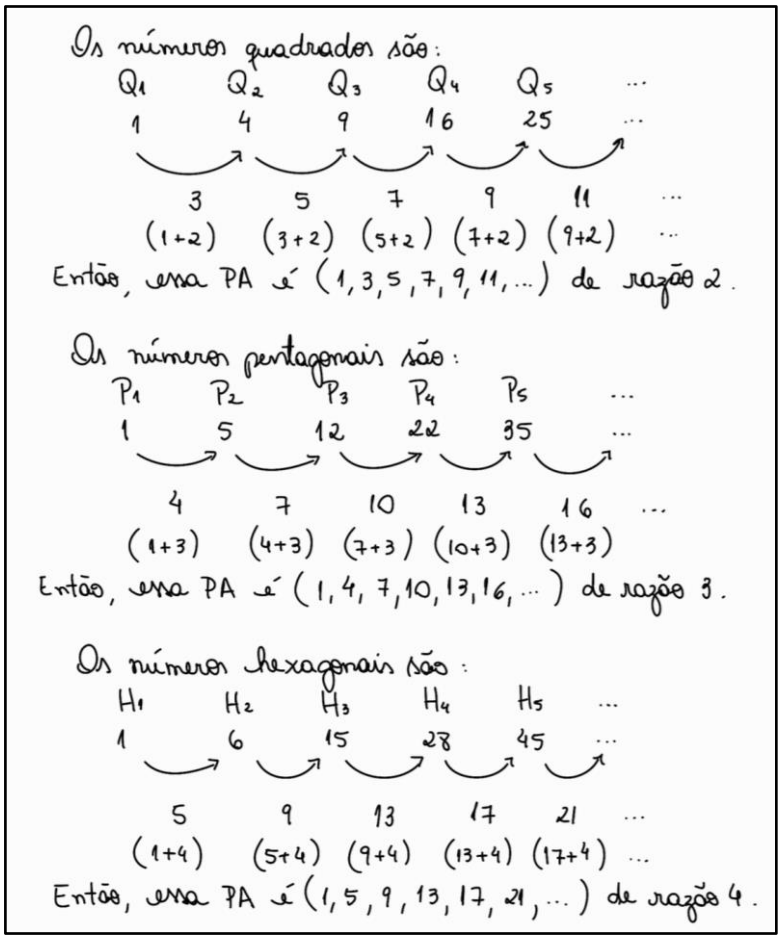
Cada número de uma sequência numérica é chamada de termo. Quando se tem uma sequência numérica em que cada termo, a não ser o primeiro, é obtido como a soma do termo anterior a um mesmo número constante, essa sequência é chamada de Progressão Aritmética (PA). O número constante somado é chamado de razão.

Passe também o seguinte exercício como atividade:

Encontre as PAs nas sequências de números poligonais quadrados, pentagonais e hexagonais que foram estudados nas aulas passadas.

A sugestão de resposta é apresentada na Figura 6.

Figura 6 - Encontrando as PAs de números poligonais quadrados, pentagonais e hexagonais



Fonte: Autor

Continue a discussão sobre PA questionando os estudantes sobre como encontrar um termo qualquer da sequência, isto é, o $n-ésimo$ termo dela. Instigue-os a verificarem e analisarem as progressões já encontradas e visualizadas. Como ponto de partida, pergunte como cada termo seguinte da sequência é encontrado e permita que alguns estudantes realizem tentativas no quadro com a ajuda dos colegas. Reserve alguns minutos para esse debate.

Tomando como exemplo a sequência (3, 5, 7, 9, 11, …) obtida dos números poligonais quadrados, pode-se realizar a análise da seguinte forma:

$$a_1 = 3$$
$$a_2 = 5 = 3 + 2$$
$$a_3 = 7 = 5 + 2 = 3 + 2 + 2$$
$$a_4 = 9 = 7 + 2 = 3 + 2 + 2 + 2$$
$$a_5 = 11 = 9 + 2 = 3 + 2 + 2 + 2 + 2$$
$$\dots$$

Faça as seguintes perguntas referentes a essa análise:

- Que número está presente em todas as linhas? Que termo esse número representa?
    - Resposta: O número 3 aparece em todas as linhas e ele é o primeiro termo da sequência.

- Quantas vezes a razão é somada em cada linha?
    - Resposta: A razão 2 é somada a um número que é a ordem menos 1 unidade. Por exemplo, no segundo termo, ele é somado apenas uma vez, no terceiro termo ele é somado duas vezes.

- Então, a partir das conclusões, qual seria o $n-ésimo$ termo da sequência, isto é, a_n?
    - Resposta: Seguindo o padrão em que o primeiro termo sempre é somado a $(n-1)$ vezes a razão, tem-se que $a_n = 3 + (n-1) \cdot 2$.

A partir daí, introduz-se o Termo Geral da PA, generalizando o resultado obtido anteriormente. Portanto, o Termo Geral da PA é dado por

$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$, em que n é a ordem do termo e r é a razão da PA.

Finalize a aula ressaltando a importância desse resultado para que seja possível encontrar qualquer termo de uma progressão aritmética.

Aula 6 (50min):

A aula será iniciada recapitulando os números poligonais triangulares. Passe no quadro a sequência dos 10 primeiros termos desses números:

$$(1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55).$$

Como observado anteriormente, depois do primeiro termo, todos os outros termos são encontrados pela soma de uma progressão aritmética. Faça essa verificação junto com os estudantes, obtendo a seguinte resolução:

$$T_1 = 1$$
$$T_2 = 1 + 2 = 3$$
$$T_3 = 1 + 2 + 3 = 6$$
$$T_4 = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$$
$$T_5 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$
$$T_6 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$$
$$T_7 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$$
$$T_8 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$$
$$T_9 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$$
$$T_{10} = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$$

É possível fazer a soma de uma PA que tem poucos termos, mas como seria se a PA tivesse 100 termos, por exemplo? Por isso, é necessário encontrar alguma estratégia que possibilite esse cálculo de forma mais simples e ágil. Para essa tarefa, peça aos estudantes que sigam os seguintes passos:

- O 10º número triangular é 55 e é obtido pela soma da PA (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10). Reescreva T_{10} como essa soma.
    - Resposta: $T_{10} = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$.
- Agora, escrevam essa soma novamente, mas ao contrário, iniciando pelo termo 10.
    - Resposta: $T_{10} = 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$.
- O que acontece se eu somar os dois T_{10}, termo a termo, escritos anteriormente? Permita que os estudantes pensem um pouco, façam análises e consigam chegar à seguinte conclusão:
    - Resposta: Se T_{10} é somado com T_{10} da forma que escrevemos antes, a soma de cada termo será 11, como segue abaixo.

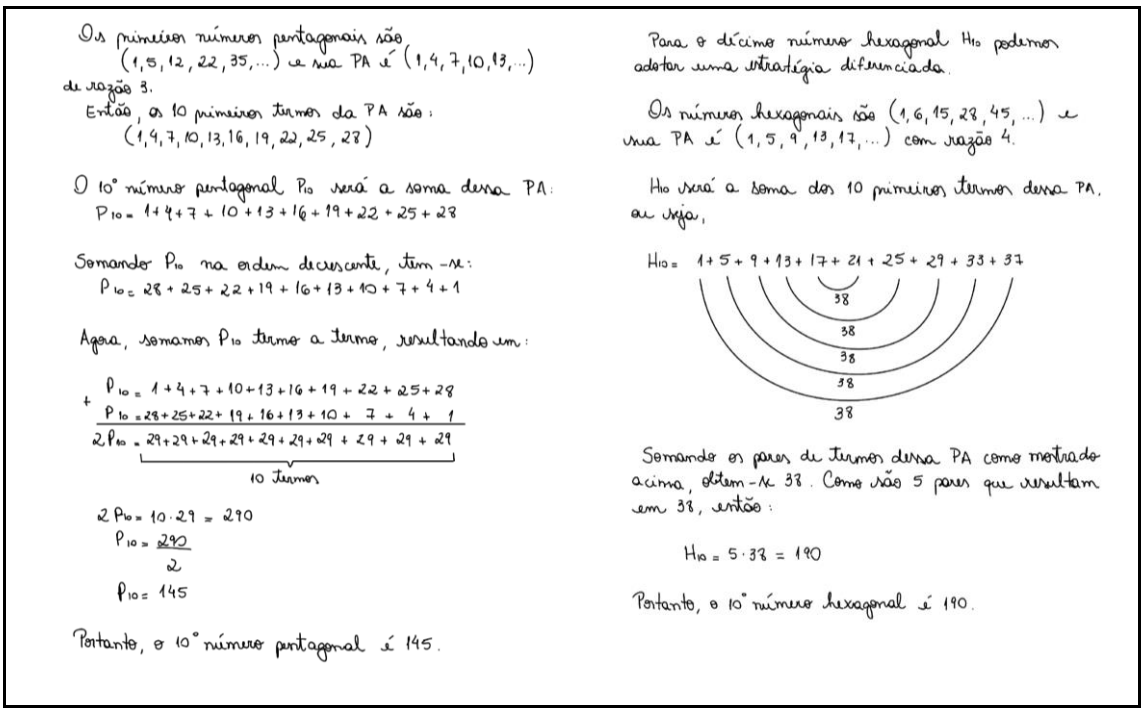
$$T_{10} = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$
$$T_{10} = 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$$

$$2T_{10} = 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11$$

- Agora, questione quantos termos 11 se tem e relacione essa quantidade ao número de termos.
    - Resposta: 10 termos.
- Assim, quanto resulta a soma de $2T_{10}$?
    - Resposta: 110.
- Então, quanto será a soma da PA T_{10}?
    - Resposta: $T_{10} = \frac{110}{2} = 55$ (essa resposta já havia sido obtida na soma manual de T_{10}.

Feita essa análise, proponha que realizem outras análises para o caso dos 10 primeiros números quadrados e pentagonais e encontrem as somas Q_{10} e P_{10}. Incentive-os a não realizarem a soma termo a termo, buscando uma estratégia que facilite e agilize o processo. Reserve um tempo para que trabalhem em grupos e troquem ideias para que cheguem às conclusões. Após esse tempo, confira os resultados obtidos, pedindo que expliquem sobre o processo que realizaram e faça a correção juntamente com eles. A resolução fica como na Figura 7.

Figura 7 - Resolução para encontrar a soma do 10º número quadrado e pentagonal



Fonte: Autor

Então, agora será possível a discussão sobre soma de PA. Nos casos tratados, obteve-se os resultados somando o primeiro e último termos da PA, multiplicando esse resultado pelo número total de termos e dividindo por 2. É muito importante que os

estudantes tenham conseguido perceber a construção desse procedimento e, caso não o tenham feito, retome a explicação considerando um número poligonal diferente ou menor.

Formalize a generalização da soma de uma Progressão Aritmética:

A soma dos termos de uma Progressão Aritmética com n termos é dada por

$$S_n = \frac{(a_1+a_n)\cdot n}{2}, \textit{ onde}$$

n é o número de termos da PA,

S_n é a soma dos n termos,

a_1 é o primeiro termo e

a_n é o *n-ésimo* termo da sequência.

Finalize a aula reforçando a importância de compreender a ideia por trás dessa soma, evidenciando que é possível alcançar resultados matemáticos sem a necessidade de se decorar fórmulas.

4ª etapa - Avaliação da Aprendizagem

Aqui teremos a síntese do conteúdo, culminando em duas aulas de exercícios com a finalidade de realizar uma avaliação do que foi estudado e apreendido pelos estudantes durante as aulas passadas. Não deve ser considerada uma etapa final, mas um instrumento para auxiliar o professor a verificar se a compreensão e os objetivos foram alcançados.

Aula 7 e 8 (1h40):

Faça a impressão da lista de exercícios proposta no Apêndice B. Nela estão exercícios práticos e diretos para exercitar os conceitos referentes às Progressões Aritméticas, como encontrar termos e a soma de uma PA.

Permita que os estudantes realizem a atividade em grupos. Foram sugeridas duas aulas para a execução e correção das atividades, portanto, o professor deve estar atento ao andamento da tarefa. Durante a correção, dê liberdade para os educandos expressarem seus pensamentos e raciocínios quanto às resoluções. Se possível, deixe que façam essas explanações no quadro. Como nas etapas anteriores, o foco deve estar nos estudantes.

A resolução dos exercícios se encontra no Apêndice C.

Avaliação

Durante a ministração das aulas e atividades, espera-se que os objetivos colocados sejam atingidos a partir do ensinamento do professor. Luckesi (2011, p. 28) menciona as

etapas ideais do processo: “(1) ensinar alguma coisa, (2) diagnosticar sua consecução, (3) caso a aprendizagem fosse satisfatória, seguir em frente, (4) caso fosse insatisfatória, proceder a reorientação, tendo em vista obter o resultado satisfatório”. Entretanto, ainda não se conseguiu ter um êxito significativo na execução dessa proposta nos moldes do sistema educacional vigente, segundo o autor.

Ao longo de toda a Sequência Didática, o interesse foi criar um senso de autonomia no estudante com foco na formação do seu próprio saber, e não apenas na reprodução. Buscou-se implementar elementos que dessem embasamento para uma análise qualitativa e quantitativa das atividades planejadas. Aspectos como participação, proatividade e trabalho em conjunto dependem muito do estilo da turma e também dos estímulos que são fornecidos pelo educador, o que os torna subjetivos e sujeitos ao olhar cuidadoso do professor (Libâneo, 2013). Os aspectos práticos, como a resolução da lista de exercícios, além de poder ser feita uma análise quantitativa (atribuição de uma nota, por exemplo), podem também ter uma avaliação qualitativa, como a identificação das dificuldades e estilos de aprendizado.

De forma a abranger as diferentes formas de avaliação, apresenta-se uma sugestão de resultados a serem atingidos pelos estudantes, sem necessariamente atribuir uma nota. Para isso, foi criado um quadro avaliativo, apresentado no Quadro 1, que consiste em elencar os educandos e os objetivos a serem alcançados por eles ao longo das aulas. Por ser uma sugestão, o docente pode considerar outros aspectos que considerar importantes no desenvolvimento do processo. Ademais, o professor pode pensar em utilizar o quadro para propor uma autoavaliação dos estudantes. Assim, podem participar da construção do seu próprio conhecimento de uma forma mais abrangente.

Quadro 1 - Quadro avaliativo para Avaliação Final

Aluno/ Objetivos	**Item 1**	**Item 2**	**Item 3**	**Item 4**	**Item 5**	**Item 6**
Aluno 1						
Aluno 2						
Aluno 3						
…						

Fonte: Autor

Abaixo são descritos os objetivos referentes a cada um dos itens:

- Item 1: Participação e desenvolvimento da atividade da Aula 1.
- Item 2: Participação e desenvolvimento da atividade da Aula 2.
- Item 3: Compreensão e determinação dos padrões de crescimento, rascunhos criados e construção dos números poligonais das Aulas 3 e 4.
- Item 4: Compreensão do Termo Geral da PA, determinação das PAs dos números poligonais e participação na Aula 5.

- Item 5: Compreensão da Soma da PA e tarefa de encontrar a soma das PAs da Aula 6.
- Item 6: Resolução da Lista de Exercícios Final das Aulas 7 e 8.

Como se espera que seja feita uma avaliação qualitativa dos objetivos, recomenda-se que sejam utilizados conceitos como “objetivo alcançado satisfatoriamente” (S), “objetivo alcançado parcialmente” (P) e “objetivo não alcançado” (N). Dessa forma, o professor pode ter uma visão geral de como está a sua turma, quais as deficiências apresentadas, além de permitir verificar potencialidades. A partir daí, refletir sobre as práticas e realizar ajustes e alterações necessárias visando o cumprimento do plano previsto.

Referências

BOALER, Jo. **Mentalidades Matemáticas:** estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Porto Alegre: Penso, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 15 nov. 2024.

DE SOUSA JUCÁ. , R. .; PIRONEL, M. . **Investigação matemática:** um caminho para o ensino da matemática : Mathematical Research a Pathway to Teaching Mathematics . Revista Cocar, [S. l.], n. 14, 2022. Disponível em: https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar/article/view/5499. Acesso em: 11 dez. 2024.

DA CUNHA, L. P. G. **Números poligonais**. 2020. 75 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (Profmat), Universidade Estadual do Ceará, Quixadá, 2020.

LIBÂNEO, J. C. A avaliação escolar. *In*: LIBÂNEO, J. C. **Didática**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2013. Cap. 9. p. 216-244.

IEZZI, G.; HAZZAN, S. **Fundamentos de matemática elementar, 4:** sequências, matrizes, determinantes e sistemas. 8. ed. São Paulo: Atual, 2013.

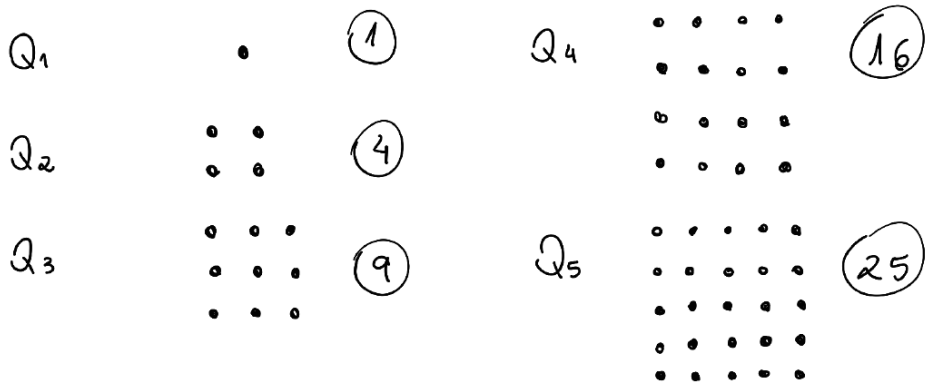
LUCKESI, C. C. A aprendizagem da avaliação. *In*: LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem escolar:** estudos e proposições. 22. ed. São Paulo: Cortez, 2011. Cap. 1. p. 27-32.

NGUYEN, F., **Visual Patterns**. Disponível em: <https://www.visualpatterns.org/>. Acesso em: 08 jan. 2025.

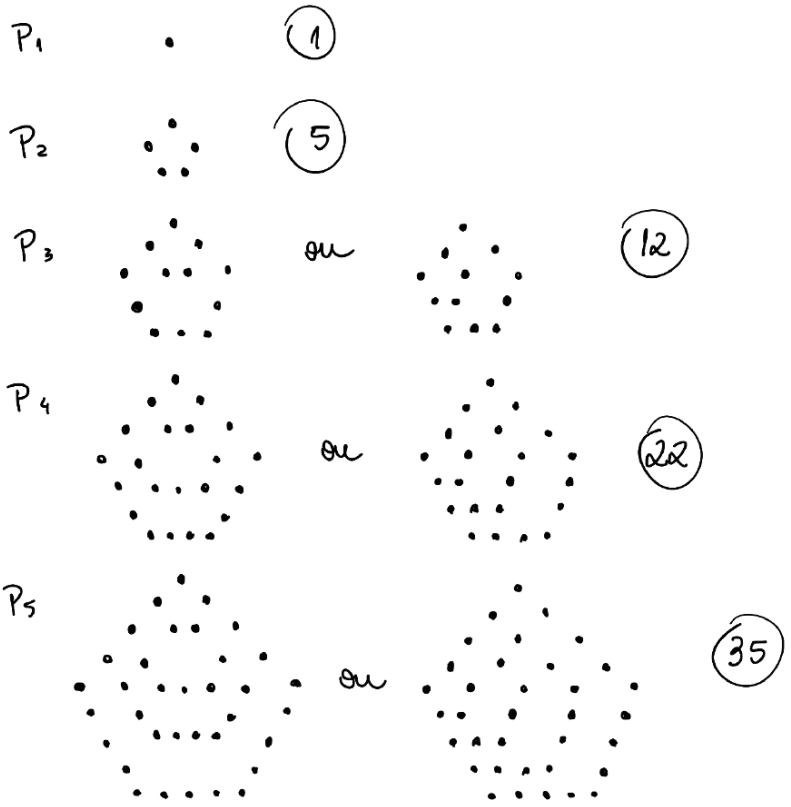
VALE, I. **Padrões em contextos figurativos:** um caminho para a generalização em matemática. Revista Eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis, v. 8, n. 2, p. 64-81, 2013.

APÊNDICE A – Resolução dos números poligonais

Os números quadrados formam quadrados. Iniciando com 1 ponto e depois mantendo a forma regular, teremos:



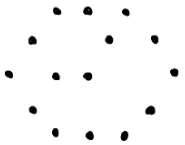
De modo similar, os números pentagonais serão construídos como pentágonos regulares. Então,

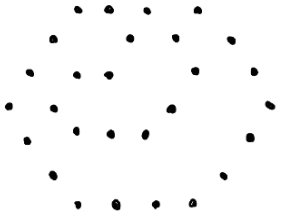


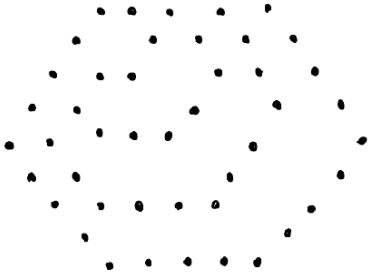
Para os números hexagonais, teremos:

H_1 (1)

H_2 (6)

H_3  (15)

H_4  (28)

H_5  (45)

APÊNDICE B – Lista de Exercícios Final

Lista de exercícios - Progressões Aritméticas

1. Dada a PA (3, 7, 11, 15, ...), determine:
   a) A razão da PA.
   b) O décimo termo da sequência.
   c) A soma dos 15 primeiros termos.

2. A quinta e a oitava posições de uma PA são, respectivamente, 18 e 30. Determine a razão e o primeiro termo dessa progressão.

3. Qual é o termo igual a 60 na P.A. em que o 2º termo é 24 e a razão é 2? (Extraído de Iezzi e Hazzan, 2013, p. 12)

4. Quantos números ímpares há entre 14 e 192? (Extraído de Iezzi e Hazzan, 2013, p. 13)

5. Qual é o número de elementos na 43ª posição de cada um dos padrões estudados na Aula 2?

6. Observe a sequência:
   (5, 11, 17, 23, …)
   a) Qual é o padrão de formação da sequência?
   b) Qual é o 15º termo?
   c) Qual é a soma dos 10 primeiros termos?

7. Um professor organiza os alunos em formato de pirâmide para uma foto. A primeira fila tem 1 aluno, a segunda tem 3 alunos, a terceira tem 6 alunos, e assim sucessivamente.
   a) Quantos alunos há na décima fila?
   b) Se ele quiser formar a pirâmide com 210 alunos, quantas fileiras ele conseguirá completar?

APÊNDICE C – Resolução da Lista de Exercícios Final

Resolução da Lista de Exercício Final

① a) A cada termo da sequência soma-se 4. Portanto, a razão r da PA é 4.

b) Podemos encontrar o décimo termo da sequência utilizando a fórmula do termo geral: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$.
Assim, para $n = 10$, $r = 4$ e $a_1 = 3$, temos:

$$a_{10} = 3 + (10-1) \cdot 4$$
$$a_{10} = 3 + 9 \cdot 4$$
$$a_{10} = 3 + 36$$
$$a_{10} = 39$$

∴ O décimo termo da sequência é 39.

c) Encontrando o 15° termo da PA:

$$a_{15} = 3 + (15-1) \cdot 4$$
$$a_{15} = 3 + 14 \cdot 4$$
$$a_{15} = 3 + 56$$
$$a_{15} = 59$$

Dessa forma, podemos utilizar a fórmula da soma de PA: $S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$. Como $n = 15$ e $a_1 = 3$, temos:

$$S_{15} = \frac{(3 + a_{15}) \cdot 15}{2}$$
$$S_{15} = \frac{(3 + 59) \cdot 15}{2}$$
$$S_{15} = \frac{62 \cdot 15}{2} = 31 \cdot 15 = 465$$

∴ A soma dos 15 primeiros termos da PA é 465.

② Temos que $a_5 = 18$ e $a_8 = 30$.
Numa primeira abordagem, podemos pensar que do quinto ao oitavo termo a razão foi somada 3 vezes, ou seja, $a_5 + r + r + r = a_8$. Então, $18 + 3r = 30$. Resolvendo esta equação, temos $3r = 30 - 18 = 12 \Rightarrow r = 12/3 = 4$.

Encontramos que a razão r é 4. Agora, usando a fórmula do termo geral para a_5 ou a_8, podemos encontrar a_1:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$
$$a_5 = a_1 + (5-1) \cdot 4$$
$$18 = a_1 + 4 \cdot 4$$
$$a_1 = 18 - 16$$
$$a_1 = 2$$

∴ A razão é 4 e o primeiro termo é 2.

③ Temos que $a_2 = 24$ e $r = 2$. Logo, $a_1 = 22$ $(a_1 = a_2 - r)$.
Queremos encontrar n de tal forma que $a_n = 60$. Então,

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r = 60$$
$$22 + (n-1) \cdot 2 = 60$$
$$(n-1) \cdot 2 = 38$$
$$n - 1 = 38/2$$
$$n - 1 = 19$$
$$n = 20$$

∴ O termo igual a 60 é o vigésimo termo.

④ Como 15 é o primeiro ímpar depois de 14, e 191 é o último ímpar antes de 192, temos que $a_1 = 15$ e $a_n = 191$. Portanto, precisamos encontrar n. Além disso, a razão da PA é $r = 2$, pois números ímpares são de 2 em 2. Então,

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$
$$191 = 15 + (n-1) \cdot 2$$
$$2(n-1) = 191 - 15$$
$$n - 1 = 176/2$$
$$n - 1 = 88$$
$$n = 89$$

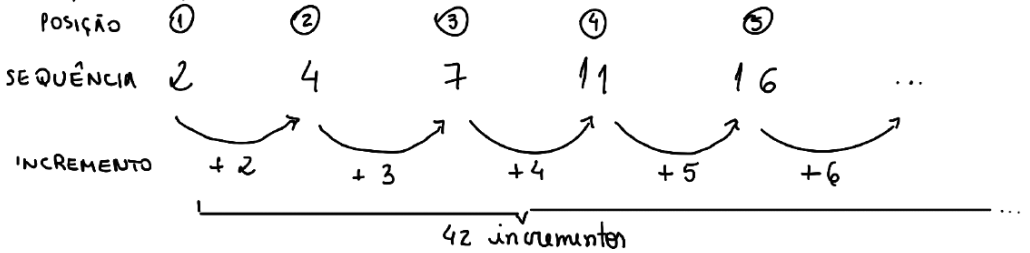
∴ Há 89 números ímpares entre 14 e 192.

⑤ Para o Padrão Visual 1, temos uma PA de razão $r = 4$ e $a_1 = 5$. Portanto,

$$a_{43} = 5 + (43-1) \cdot 4 = 5 + 42 \cdot 4 = 5 + 168 = 173.$$

Para o Padrão Visual 2, temos números quadrados de tal forma que $a_1 = 4$, $a_2 = 9$ e $a_3 = 16$. Podemos pensar que $a_1 = 2^2$, $a_2 = 3^2$ e $a_3 = 4^2$. Ainda, $a_1 = (1+1)^2$, $a_2 = (2+1)^2$ e $a_3 = (3+1)^2$. Então, $a_n = (n+1)^2$. Portanto, $a_{43} = (43+1)^2 = 44^2 = 1936$.

Para o Padrão Visual 3, a sequência é $a_1 = 2$, $a_2 = 4$, $a_3 = 7$... Se continuarmos a seguir o padrão, teremos $a_4 = 11$, $a_5 = 16$ e assim por diante. Então temos a sequência $(2, 4, 7, 11, 16, \ldots)$. Ilustrando os incrementos:



Observa-se que os 42 incrementos formam a PA $(2, 3, 4, 5, 6, \ldots)$ de razão 1. Além disso, o último incremento será 43 e este é o último termo da PA. Assim, podemos calcular a soma dessa PA:

$$S_{42} = \frac{(2+43)\cdot 42}{2} = 45 \cdot 21 = 945$$

Porém, observe que não consideramos o primeiro termo da sequência original. Portanto, precisamos adicioná-lo à soma obtida: $945 + 2 = 947$.

$\therefore a_{43} = 947$.

⑥ a) Soma-se 6 unidades a cada termo.

b) Podemos encontrar o 15° termo através da fórmula do termo geral, com $n = 15$, $r = 6$ e $a_1 = 5$. Assim,

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot r$$
$$a_{15} = 5 + (15-1)\cdot 6$$
$$a_{15} = 5 + 14 \cdot 6$$
$$a_{15} = 5 + 84$$
$$a_{15} = 89$$

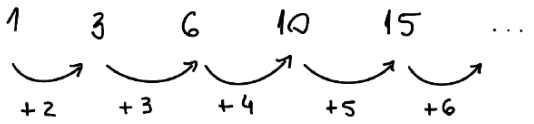
c) O 10° termo da sequência é

$$a_{10} = 5 + (10-1)\cdot 6$$
$$a_{10} = 5 + 9\cdot 6$$
$$a_{10} = 5 + 54$$
$$a_{10} = 59$$

Então, a soma dos 10 primeiros termos se dará por

$$S_{10} = \frac{(5+59)\cdot 10}{2} = 64\cdot 5 = 320.$$

⑦ Temos a sequência $(1, 3, 6, \ldots)$. Seguindo o padrão apresentado, a sequência de incrementos representa uma PA de razão 1.



Assim, temos a seguinte PA $(1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots)$.

a) Na 10ª fila o quantitativo de alunos será a soma dos 10 primeiros termos da PA:

$$S_{10} = \frac{(1+10)\cdot 10}{2} = 11\cdot 5 = 55.$$

b) O número de filleiras representa o número n de termos da PA. Nessa PA, o n-ésimo termo é o próprio n, isto é, $a_n = n$. Então, para se ter 200 alunos, temos que $S_n = 200$. Assim,

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)\cdot n}{2} = 200$$

$$(1+n)\cdot n = 400$$
$$n^2 + n = 400$$
$$n^2 + n - 400 = 0$$
$$n = \frac{-1 \pm \sqrt{1+1600}}{2}$$
$$n = \frac{-1 \pm \sqrt{1601}}{2}$$
$$n \cong \frac{-1 \pm 40{,}01}{2}$$
$$n \cong \frac{39{,}01}{2} \cong 19{,}5 \quad \text{(solução positiva)}$$

Para $n = 19$:

$$S_{19} = \frac{(1+19)\cdot 19}{2} = \frac{20 \cdot 19}{2} = 190$$

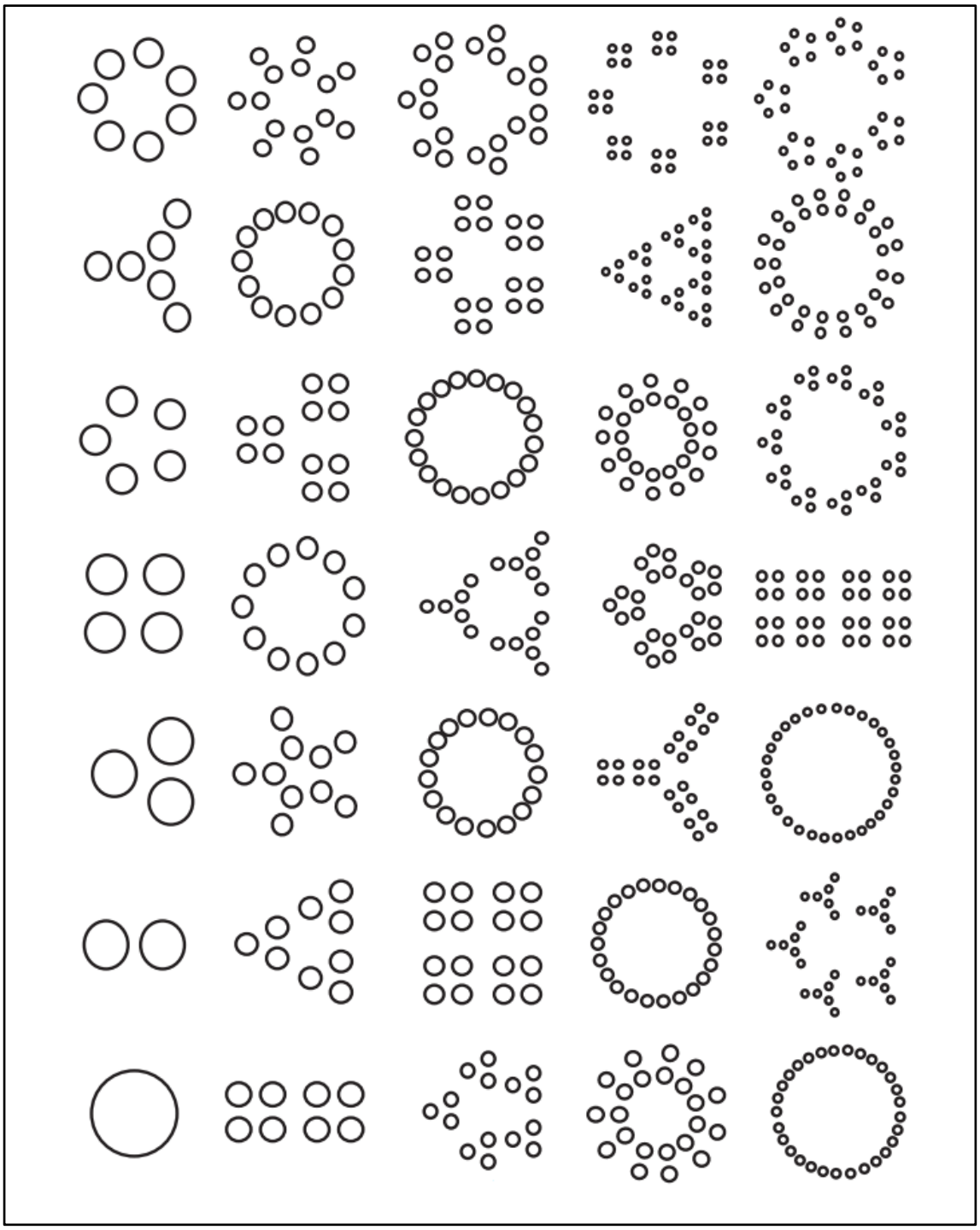
Para $n = 20$:

$$S_{20} = \frac{(1+20)\cdot 20}{2} = \frac{21 \cdot 20}{2} = 210$$

Então, 200 alunos podem completar 19 fileiras, mas não 20.

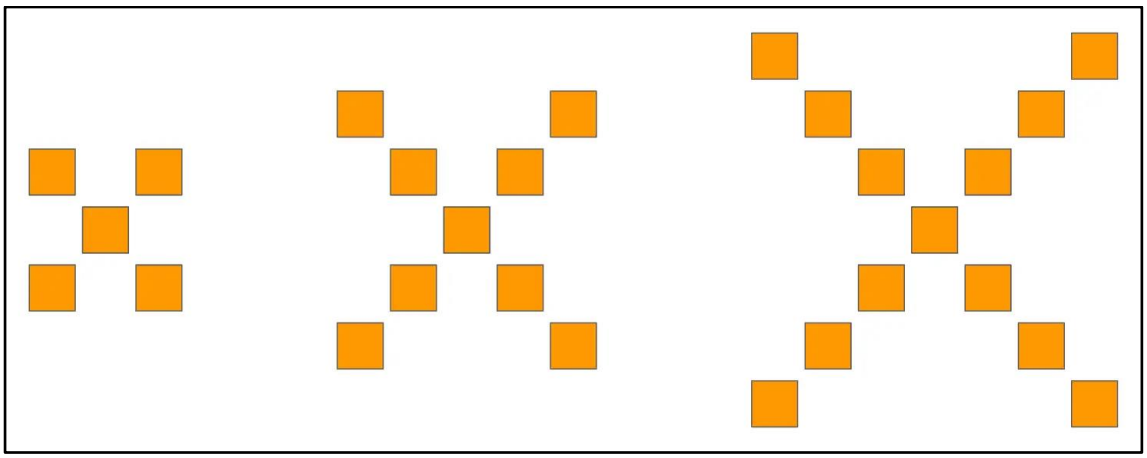
$\therefore$ O professor pode completar 19 fileiras.

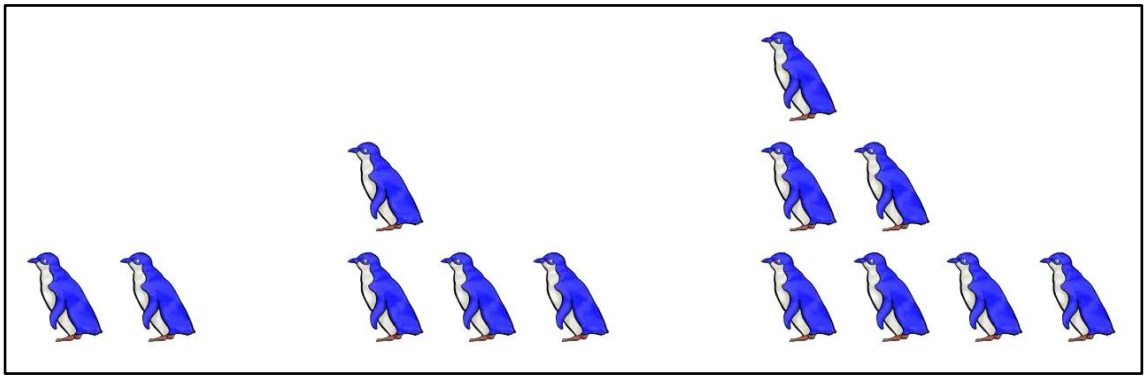
ANEXO A – Ilustração a ser utilizada na Aula 1

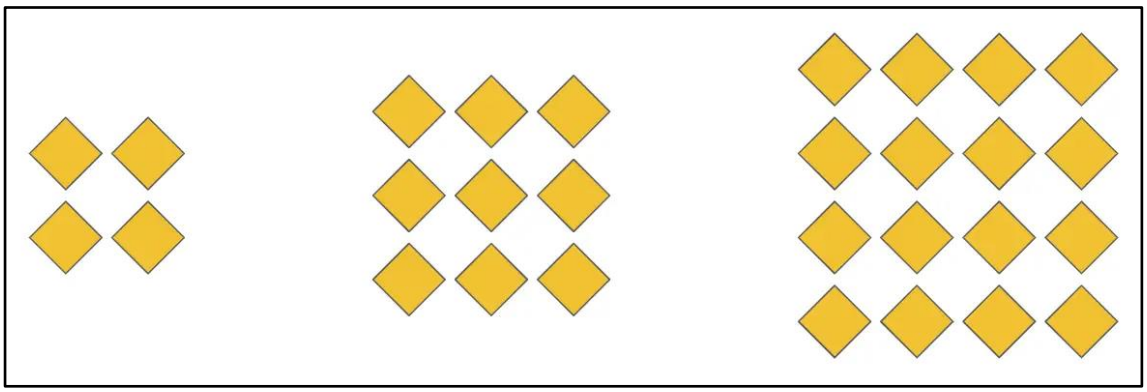


***Retirado de** ***https://www.youcubed.org/wp-content/uploads/2019/08/WIM-Number-Visuals-Grades-3-5.pdf*.**

ANEXO B – Ilustrações a serem utilizadas na Aula 2







***Retirado de *https://www.visualpatterns.org/patterns/1-through-50*.**

Matemática Financeira para a vida: proposta de sequência didática baseada em situações cotidianas

Karine Soares
Orientador: Prof. Dr. Jardel Vieira

Introdução

Um estudo eficaz de Matemática Financeira pode auxiliar na busca de uma melhor qualidade de vida e no desenvolvimento pessoal da população. Essa área da Matemática destaca-se pela sua utilização prática no cotidiano, abordando porcentagens, juros e conceitos de finanças em diversas áreas. No entanto, uma grande parte da população brasileira não possui domínio nesses conceitos importantes para a tomada de decisões financeiras do dia a dia.

A sequência didática proposta aborda esses conteúdos de forma prática, embasando-se na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), Documento Curricular para Goiás (DC-GO), livros didáticos e dissertações acerca do tema. As etapas consistem em uso de na resolução de problemas, planilhas eletrônicas para elaboração de orçamento, debate, conversas e situações simuladas, com objetivo de auxiliar os estudantes a tomar decisões pensadas e ponderadas.

O público-alvo são estudantes do ensino médio e a proposta é composta por oito aulas, que visam preparar os cidadãos a pensar se forma consciente e gerir suas finanças com responsabilidade.

Estrutura curricular

Etapa de ensino/Ano ou Série

Ensino Médio/ 3ª Série

Área

Matemática

Unidade Temática (BNCC)

Números e Álgebra

Objetos de Conhecimento (DC-GO)

- Cálculos envolvendo porcentagens.
- Conceitos de Matemática Financeira (juros simples, compostos, taxa de juro).

Habilidades (BNCC)

(EM13MAT203) Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o

controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.

Objetivos/Expectativas de Aprendizagem (DC-GO)

(GO-EMMAT203A) Determinar os valores de capitais, juros (simples e composto), montantes, taxas e/ou tempos - com as conversões de medidas necessárias - de aplicações financeiras, empréstimo etc., utilizando procedimentos matemáticos adequados para compreender conceitos essenciais de investigação, planejamento, execução, participação e análise do mundo contemporâneo.

(GO-EMMAT203B) Compreender os conceitos essenciais da Matemática Financeira, educação financeira e outros, analisando dados e informações de problemas diversos (empréstimos, saúde, educação, finanças, sustentabilidade, tecnologia no mundo do trabalho etc.), para aplicar tais conceitos na busca por soluções de problemas.

(GO-EMMAT203C) Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações, envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e composto etc.), identificando elementos essenciais da Matemática Financeira (capital, tempo, taxas, entre outros) para resolver problemas relacionados a educação financeira, mercado (cotidiano e de trabalho) etc. e propor e/ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo.

Duração das atividades

Tempo médio estimado de 9 aulas de 50 minutos cada.

Conhecimentos prévios trabalhados pelo professor com aluno

- Operações básicas;

Proporções, regra de três e porcentagem.

Estratégias de ensino e recursos educacionais

A falta de conhecimentos básicos sobre Matemática Financeira pode gerar danos tanto no âmbito individual quanto social, afetando aspectos econômicos e a qualidade de vida dessas pessoas. Sem uma noção primária de como funcionam juros, investimentos e orçamento o indivíduo pode contrair dívidas. Esse desequilíbrio financeiro pode ocasionar stress, ansiedade, precarização do conforto, dependência de assistência pública e dificuldade em empreender e gerir negócios (Ferreira, 2017).

A Educação Financeira deve ser ensinada em vários contextos educacionais, principalmente nas escolas onde os cidadãos terão sua formação básica, serão preparados para a vida adulta com desenvolvimento responsável e criticidade em suas decisões.

Nesse sentido, Santos (2005) ressalta a grande relação da Matemática financeira com o cotidiano das pessoas e que esse conteúdo e habilidades encontram-se diretamente

relacionados com o estilo de vida contemporâneo: “Percebe-se que a Matemática Financeira está muito presente no dia a dia de qualquer pessoa através dos problemas de ordem financeira comuns da vida moderna, o que possibilita uma aproximação com a vida do aluno fora da escola” (p. 13).

Nessa obra, Santos (2005) questiona a importância e o tempo destinado a debater o assunto de finanças nas instituições de ensino básico e traz elementos históricos da importância da Matemática Financeira em situações cotidianas e sua aplicação para a vida moderna.

Nascimento (2004) pontua em sua tese uma discussão sobre o motivo da inserção desses conteúdos serem restritas às séries finais do ensino médio. Discorre sobre os conhecimentos prévios que os estudantes devem ter, abordando as avaliações diagnósticas preparadas para um determinado grupo de alunos. Após essa análise o autor observou que “os estudantes do Ensino Médio têm um desempenho bastante insuficiente frente à resolução de problemas que envolvem a Matemática Financeira, embora seja um assunto que permeia o cotidiano de qualquer cidadão” (p. 104).

Outro tópico importante tratado no trabalho de Nascimento (2004) é a visão do professor frente a esse desafio e levanta questões sobre a possibilidade da falta de domínio quanto ao tema e como a falta de um projeto de educação continuada podem atrapalhar o desenvolvimento de atividades.

Para uma abordagem efetiva do tema optou-se por utilizar estratégias de ensino diversas, iniciando por uma roda de conversa para sondar o que os estudantes pensam e sabem sobre educação financeira. Em sua tese, Bertoldo (2018) aborda roda de conversa como

> [...] uma estratégia na qual os participantes dialogam a respeito de uma temática escolhida. Muito comum em intervenções comunitárias, consiste em um método participativo de debates, possibilitando o desenvolvimento do diálogo e da reflexão de forma compartilhada (p. 11).

Para desenvolver a reflexão e o senso crítico dos estudantes acerca do uso do cartão de crédito optou-se pela elaboração de um debate na perspectiva de uma controvérsia controlada (CTS) pois através dessa metodologia é possível levantar o debate com argumentos e contra-argumentos sobre o tema. Nessa perspectiva, Chrispino (2008) define essa técnica como

> um método didático de construção de consenso (pelo menos no processo de debate) minuciosamente preparado a partir de regras previamente definidas visando o exercício de (1) identificação de problemas comuns para fomentar a controvérsia; (2) o exercício de estabelecer padrões mutuamente aceitáveis para sustentar um debate; (3) a busca organizada de informações pertinentes ao tema definido; (4) a preparação da exposição em defesa da posição; (5) a capacidade de escutar a posição controversa apresentada racionalmente pelos demais participantes; (6) o exercício de contra argumentar a partir do conhecimento dos argumentos utilizados pelos demais debatedores e (7) reavaliar as posições – a sua e as demais – a partir de novas informações (p. 100).

A fim de atingir as habilidades esperadas pela BNCC utilizou-se como recurso educacional as Tecnologia de Informação e Comunicação (TICs), através do uso de planilhas eletrônicas e uso de laboratório de informática. Para realização da sequência didática serão utilizados, além das estratégias de ensino já citadas, os seguintes recursos educacionais:

- Lousa;
- Pincel;
- Folha A4;
- Datashow;
- Computadores;
- Internet.

Descrição da Sequência de Atividades

1ª etapa – Diagnóstico e análise de conhecimentos prévios dos estudantes

Essa primeira etapa tem como finalidade identificar os conhecimentos prévios dos estudantes acerca das habilidades pré-requisitos para o desenvolvimento da sequência didática, bem como um momento de conversa, interação e reflexão introduzindo conceitos de educação financeira.

Para esse diagnóstico e introdução à matemática financeira serão necessárias duas aulas (aula 1 e 2) de 50 minutos cada. A aula 1 consiste em uma avaliação diagnóstica dos conhecimentos prévios e a aula 2 uma roda de conversa acerca da importância do dinheiro e de traçar metas para alcanças objetivos.

Aula 1 - Diagnóstico dos conhecimentos matemáticos prévios

Inicialmente realizar o acolhimento dos alunos, informando que será realizada uma avaliação diagnóstica (Apêndice A), com o objetivo de verificar se os estudantes possuem habilidades e conhecimentos prévios necessários para a realização da sequência didática.

O professor deve organizar os estudantes nas carteiras em fila e após a entrega da avaliação diagnóstica sanar as dúvidas que por ventura aparecerem. Após a finalização do questionário recolhe-lo e corrigir para devolução na aula seguinte.

A partir dessa avaliação o professor deverá observar os itens de maior dificuldade apresentados pelos alunos, e se julgar necessário, abordá-los na aula seguinte, de preferência corrigindo a avaliação diagnóstica.

Nos últimos minutos da aula, solicitar aos estudantes que tragam, para a próxima aula, imagens, desenhos ou escritos que representem um sonho/meta, onde eles necessitem de organização financeira para realizá-los.

Aula 2 – A importância do dinheiro

O professor deverá acolher os estudantes e indicar que formem um círculo com as carteiras e fará algumas perguntas para verificar o que eles já sabem sobre Educação Financeira e o que esperam das próximas aulas:

> *O que entendem por Educação Financeira?* Possíveis respostas: "Aprender a cuidar do nosso dinheiro", "Nos auxilia a pensar criticamente e economizar", "Ensina a não gastarmos mais do que ganhamos", "Ajuda a fazermos investimentos certos com nossos ganhos"
> *Já tiveram contato com esse conceito?* Possíveis respostas: "Sim, em séries anteriores com outro professor", "Sim, em determinado curso ou em casa", "Não, nunca ouvi falar sobre isso".
> *Por que o estudo sobre finanças é importante?* Possíveis respostas: "Para não nos endividarmos", "Para cuidar melhor dos nossos bens", " Conseguir adquirir bens materiais e experiências que o dinheiro proporciona".
> *O que vocês têm curiosidade ou dúvidas sobre Educação Financeira e gostariam de aprender nessas aulas?* Possíveis respostas: "Como abrir uma conta em um banco?", "Como funciona o cartão de crédito?", "Dicas para ganhar mais dinheiro", "Como adquirir um bem?"

Ao final desses questionamentos e respostas iniciais os estudantes receberão folhas em branco e serão projetadas duas perguntas em sequência que devem ser respondidas na folha recebida

- Qual o significado de felicidade para você?
- Qual o significado de dinheiro para você?

Finalizando a escrita solicitar aos estudantes que leiam suas respostas em voz alta para o restante da turma, esse processo é interessante para que os alunos relacionem uma vida financeira estável com qualidade de vida.

Após as discussões apresentar um pequeno trecho do filme "O homem que copiava"[1] que retrata a vida de André (Lázaro Ramos) um jovem que mora com sua mãe, que leva uma vida monótona e ganha um salário mínimo por mês, passando por dificuldades e aperto financeiro, em seguida levantar os seguintes questionamentos para discussão

- O dinheiro traz felicidade?
- Até que ponto a felicidade depende do dinheiro?
- É possível ser feliz sem ter dinheiro?
- Será que é possível ter dinheiro e ainda assim não ser feliz?

Pedir aos estudantes que peguem as imagens, desenhos ou escritos que representem um sonho/meta (solicitado na aula anterior). Orientar que nessa imagem ou em um papel A4 escrevam o que eles devem fazer para conseguir os recursos necessários para a realização desse sonho, por exemplo: arrumar um trabalho, montar um negócio,

[1] Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=hIqnFlW9wXA

trabalhar com internet, estudar mais, economizar, guardar dinheiro mensalmente, investir etc.

Todos esses sonhos/metas serão colados em um Mural dos Sonhos e servirá de reflexão e incentivo para que os jovens sonhem e reflitam que para realizar é preciso estabelecer metas de curto e longo prazo e traçar estratégias para alcançar o que se almeja. E que o primeiro passo para isso é uma boa organização e educação financeira.

2ª etapa- Explorando conhecimentos e resolução de problemas

Esta etapa tem como objetivo desenvolver as habilidades relacionadas a determinação de valores de capitais, juros, montantes, utilizando a resolução de problemas matemáticos, visto que após a abordagem inicial sobre a importância do dinheiro é imprescindível a apresentação de conceitos formais de matemática financeira.

Ela é composta por 2 aulas de 50 minutos cada: a aula 3 é expositiva/dialogada e aborda conceitos básicos de matemática financeira, a aula 4 consiste na resolução de problemas pelos estudantes.

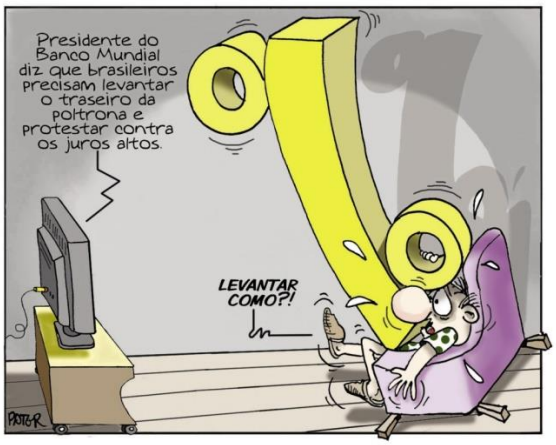
Serão utilizados como base para essa etapa o slide de apresentação disponível no apêndice B e a lista de problemas disponível no APÊNDICE A, ambos retirados e adaptados do livro Prisma matemática: sistemas, matemática financeira e grandezas de BONJORNO, GIOVANNI JÚNIOR e SOUSA.

Aula 3 – Explorando conhecimentos aula expositiva/dialogada

Para dar início à exploração de conhecimentos dos estudantes e resolução de problemas o professor deve projetar a charge da Figura 1, disponível no apêndice B e realizar a leitura e análise junto aos estudantes. Em sequência levantar algumas reflexões acerca do tema, como:

- Do que se trata a charge apresentada?
- Qual a crítica observada quando analisamos a notícia e a imagem simultaneamente?
- Já ouviram falar sobre juros? O que sabem sobre?

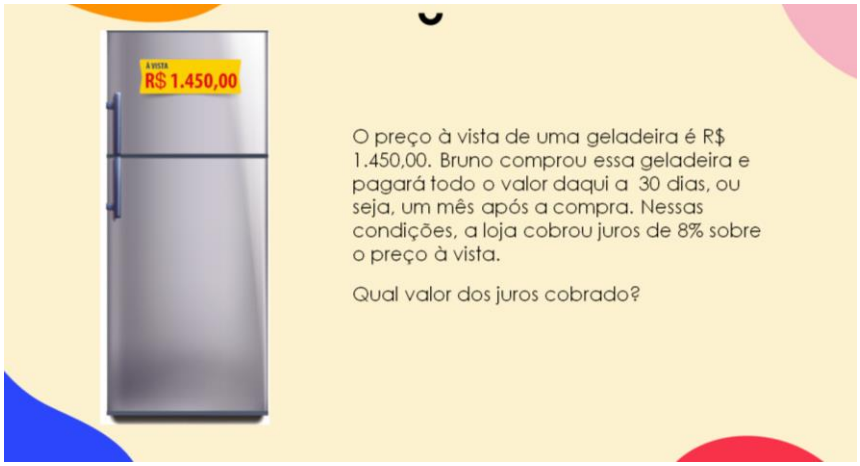
Figura 1- Charge sobre Juros



Fonte: Paternoso (2025)

Após a discussão e questionamentos levantados através da análise da charge, apresentar a situação problema da Figura 2 aos estudantes. Antes do professor resolver o exercício, destinar um período de 5 minutos para os alunos realizarem os cálculos e apresentem seus resultados, visto que porcentagem é um conteúdo que já deveria ter sido abordado anteriormente pelo professor como conhecimento prévio. A atividade em questão tem como objetivo iniciar o processo de formalização do conceito de juros.

Figura 2- Situação problema da compra de uma geladeira com pagamento a prazo com juros (Slide 3, APÊNDICE B



Fonte: Acervo da autora

Depois da resolução do problema pelos estudantes, o professor deverá perguntar qual o método foi utilizado por eles para chegarem ao resultado, alguns usarão regra de 3, outros utilizarão a multiplicação em decimal, outros calcularão 108% e verificarão o aumento de valor, entre inúmeras outras técnicas de resolução.

Para essa resolução o método fica a critério do professor, nesse caso optou-se pela utilização da porcentagem em fração. Primeiramente, é interessante relembrar aos estudantes que se pode escrever porcentagem em forma de fração, nesse caso 8% seriam o mesmo que 8/100. Para descobrir o quanto equivale basta realizar a multiplicação da fração pelo todo:

$$\frac{8}{100}.1450 = 116$$

Na sequência perguntar aos estudantes: *o que a quantia de R$ 116,00 significa na situação problema*? Uma reposta possível dos alunos deve ser que esse valor é uma quantidade de dinheiro a mais a ser paga pelo prazo de 30 dias de espera para o pagamento.

Formalizar com os estudantes, apresentando o slide consta na Figura 3, que de acordo com a definição apresentada Bonjorno, Giovanni e Sousa (2020) juros podem ser imaginados como uma compensação financeira, tanto a ser paga ou a ser recebida, dependendo do tipo de transação feita, por exemplo, um empréstimo (onde se paga juros) ou investimentos (onde se recebe juros).

Figura 3- Definição de juro, Slide 4, APÊNDICE B

Fonte: Acervo da autora

Para apresentar a fórmula comumente usada para cálculo de juros simples, apresentar o problema da Figura 4 e pedir aos estudantes que deem sugestões de como o problema poderá ser resolvido. É interessante que os estudantes observem que para calcular o juro total basta aplicar a taxa de 4,5% no primeiro, segundo e terceiro mês e em seguida somar valores encontrados.

Figura 4 - Definição de juros simples e exemplo, slide 5, APÊNDICE B

Fonte: Acervo da autora

Após as sugestões e discussões sobre as possíveis possibilidades de resposta do problema exposto, apresentar aos alunos a resposta esperada a seguir:

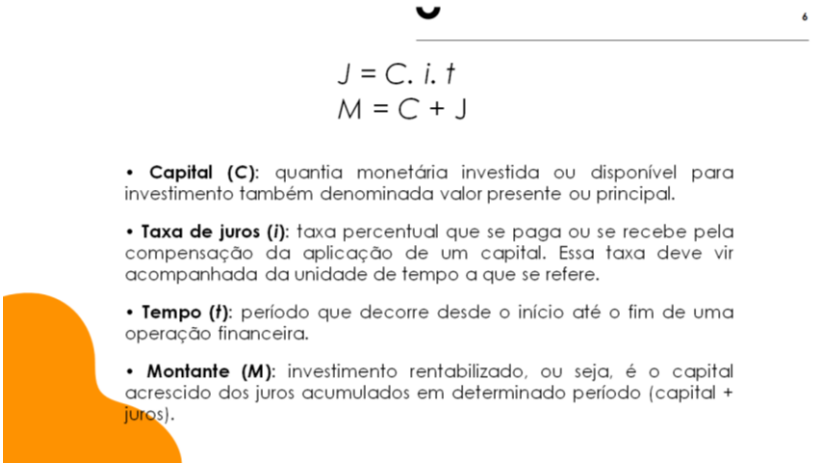
$$\text{Juros} = 4{,}5\% \text{ de } 2000 + 4{,}5\% \text{ de } 2000 + 4{,}5\% \text{ de } 2000$$

$$\text{Juros} = 0{,}045.\ 2000 + 0{,}045.\ 2000 + 0{,}045.\ 2000$$

$$\text{Juros} = (2000.0{,}045).3 = 270$$

Organizando essas operações pode-se notar que bastava multiplicar o capital, pela taxa de juro pelo período de 3 meses. A partir desse raciocínio mostrar aos estudantes que pode-se construir uma equação para cálculo de juros simples sendo ela escrita de acordo com a Figura 5.

Figura 5- Fórmula juros simples, slide 6, APÊNDICE B



Fonte: Acervo da autora

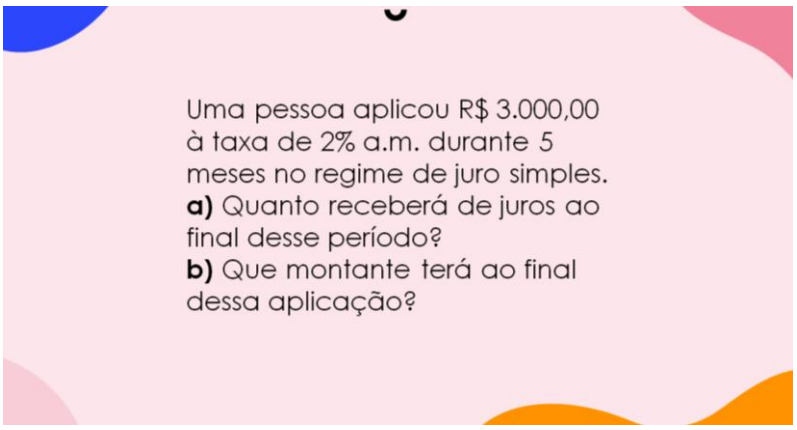
Refazer os cálculos do problema proposto na figura 6 utilizando a fórmula apresentada para o cálculo de juros simples, para reforçar com os estudantes que obterão os mesmos resultados de ambas as formas.

$$J = C.i.t$$

$$J = 2000.0{,}045.3$$

$$J = R\$\ 270{,}00$$

Figura 6- Situação problemas juros simples, slide 7, APÊNDICE B



Fonte: Acervo da autora

Para resolver a questão apresentada na figura 6 instrua os estudantes a adotar todas as informações e o que elas representam, então teremos o capital de R$ 3000,00 , taxa de juro de 0,02 e período de 5 meses. Substituindo na equação teremos

$$J = C.i.t$$

$$J = 3000.0{,}02.5$$

$$J = R\$\ 300{,}00$$

Para o cálculo do montante utiliza-se a equação a seguir

$$M = C + J$$

$$M = 3000 + 300$$

$$M = R\$\ 3300{,}00$$

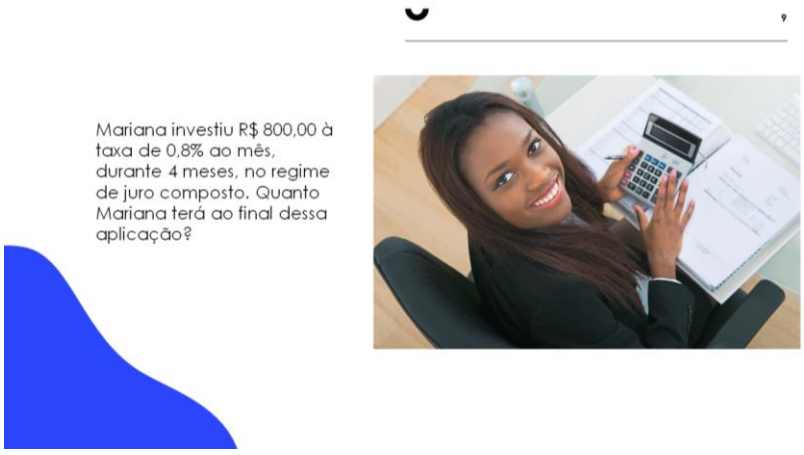
Dando sequência na aula expositiva dialogada, explicar para os alunos que existe um segundo tipo de juro, o juro composto, que funciona como se as taxas incidissem sobre o capital e o juro acumulado, realizar a leitura da definição através da Figura 7.

Figura 7- Conceito de juro composto, slide 8, APÊNDICE B

Fonte: Acervo da autora

Apresentar a situação problema da Figura 8 e informar que se deve considerar o juro em cada período, somar ao capital anterior, assim teremos um novo capital o qual incidirá a taxa de juros do próximo período.

Figura 8- Situação problema juro composto, slide 9, APÊNDICE B



Fonte: Acervo da autora

Quadro 1- Resolução da situação problema juro composto

• Cálculo do juro obtido no 1° mês: 0,8% de 800 = 0,008.800 = 6,40 800 + 6,40 = 806,40 (montante do 1° mês)	• Cálculo do juro obtido no 2° mês: 0,8% de 806,40 = 0,008 . 806,40 = 6,45 806,40 + 6,45 = 812,85 (montante do 2° mês)
• Cálculo do juro obtido no 3° mês: 0,8% de 812,85 = 0,008 . 812,85= 6,50 812,85 + 6,50 = 819,35 (montante do 3° mês)	• Cálculo do juro obtido no 4° mês: 0,8% de 819,35 = 0,008 . 819,35 = 6,56 819,35 + 6,56 = 825,91 (montante do 4° mês)

Fonte: Acervo da autora

Após essa demonstração apresentar a fórmula do cálculo de juros compostos e destacar que ela é utilizada para facilitar a resolução desse tipo de problema, já que os juros compostos podem ser complexos com períodos de aplicação extensos.

$$M = C(1+i)^t$$
$$M = 800(1+0{,}008)^4$$
$$M = 800(1{,}008)^4$$
$$M = R\$\,825{,}91$$

Aula 4 – Resolução de problemas

Finalizando a aula expositiva dialogada será disponibilizada uma lista de exercícios de fixação disponível no APÊNDICE C para que os discentes possam colocar em prática o que aprenderam através da resolução de questões que englobam juros simples e compostos.

A lista pode ser impressa e entregue aos estudantes para cópia no caderno, e após isso ser devolvida para ser reutilizada em outras turmas. A resolução deverá ser individual e o professor deverá circular na sala atento às duvidas que vão surgindo.

3ª etapa- Orçamento pessoal e familiar

Essa etapa tem como finalidade aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações, envolvendo a utilização e criação de planilhas para o controle de orçamento familiar, elementos essenciais da Matemática Financeira.

Para essa abordagem serão necessárias duas aulas (aulas 5 e 6) de 50 minutos cada. A aula 5 consiste em uma aula expositiva sobre orçamento familiar bem como a apresentação de uma planilha orçamentária e a aula 6 o preenchimento dessa planilha pelos estudantes de acordo com suas necessidades familiares.

Aula 5 – Aula expositiva e apresentação de um orçamento familiar

Os estudantes deverão ser orientados a se dirigir ao laboratório de informática da unidade escolar (ou laboratório móvel), após se organizarem o professor deverá fazer a acolhida e levantar alguns questionamentos para discussão:

- Seus pais já conversaram com vocês sobre orçamento familiar?
- Você participa do orçamento familiar ou contribui com alguma renda?
- Sabe qual a renda e principais gastos da sua família?

Nessa aula será apresentada aos alunos uma introdução ao orçamento pessoal e familiar. Os conceitos iniciais apresentados podem ter uma abrangência maior, como por exemplo, ser utilizado para controle financeiro de um pequeno negócio.

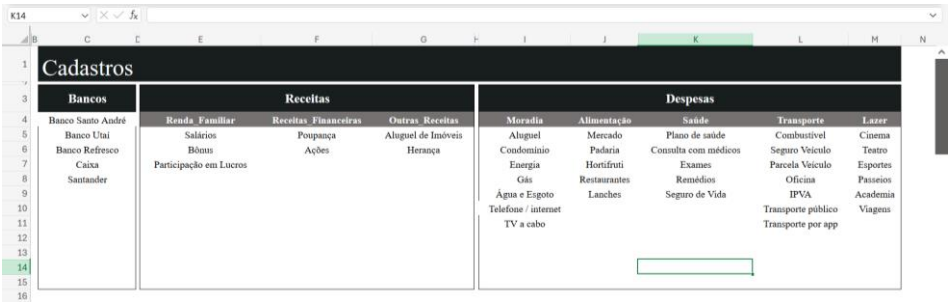
Serão projetados no Datashow os seguintes conceitos a respeito de Educação Financeira abordados por Bueno (2020).

- **Receitas:** São os rendimentos da família durante um determinado período.
- **Categorias de receitas:** Salário, aposentadoria, comissão de vendas, rendimentos de aluguel de imóvel, rendimentos de aplicações financeiras, benefício de programas sociais etc.
- **Despesa:** São todos os gastos que a família possui durante um determinado período Essas despesas são classificadas em fixas e variáveis.
- **Categorias de despesas**: Alimentação, habitação, serviços e taxas (água, esgoto, luz, telefone, tv por assinatura etc.), transporte, educação, vestuário, assistência médica, higiene e cuidados pessoais, entretenimento e cultura.
- **Despesa fixa:** São aquelas pagas todos os meses, com valores iguais ou parecidos, como aluguel, prestação da casa etc. São gastos que não podem ser cortados.
- **Despesa variável:** São aquelas que variam de acordo com o consumo. Existem despesas variáveis que são essenciais e não podem ser cortadas, mas podem ser reduzidas.
- **Orçamento:** Ferramenta de controle – previsão de receitas e despesas. No caso de orçamento pessoal e familiar, pode ser feito anual ou mensalmente.

Em seguida utilizando os computadores da instituição será disponibilizada a planilha de orçamento familiar [2] como apresentada na figura 9, retirada do Hashtag Treinamentos, um site que possui vários cursos e planilhas prontas e adaptáveis em Excel para diversas finalidades como vendas, estoque, banco de dados, vencimentos e etc.

[2] Planilha disponível em: https://www.hashtagtreinamentos.com/planilha-de-orcamento-familiar-excel

Figura 9- Aba cadastro de receitas e despesas



Cadastros

Bancos	Receitas			Despesas				
Banco Santo André	Renda_Familiar	Receitas_Financeiras	Outras_Receitas	Moradia	Alimentação	Saúde	Transporte	Lazer
Banco Utaí	Salários	Poupança	Aluguel de Imóveis	Aluguel	Mercado	Plano de saúde	Combustível	Cinema
Banco Refresco	Bônus	Ações	Herança	Condomínio	Padaria	Consulta com médicos	Seguro Veículo	Teatro
Caixa	Participação em Lucros			Energia	Hortifruti	Exames	Parcela Veículo	Esportes
Santander				Gás	Restaurantes	Remédios	Oficina	Passeios
				Água e Esgoto	Lanches	Seguro de Vida	IPVA	Academia
				Telefone / internet			Transporte público	Viagens
				TV a cabo			Transporte por app	

Fonte: Acervo da autora

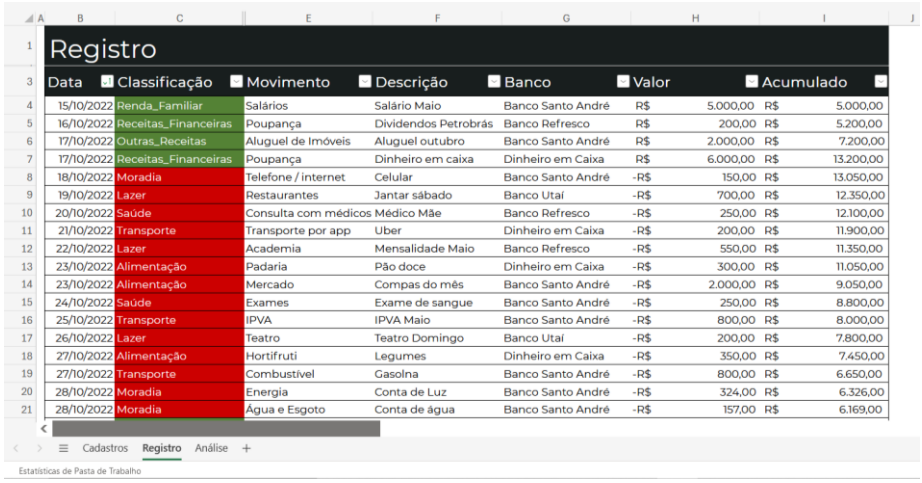
O primeiro passo consiste em apresentar o Excel aos estudantes como um programa de auxílio importante para registro e análise de informações, composto por células que podem ser preenchidas com palavras ou números. Apresentar funções básicas necessárias para o andamento da sequência didática como a relação entre os números de linha e letras das colunas, barra de fórmulas e como inserir uma fórmula em especial para soma de valores.

Explicar aos alunos que em um primeiro momento será analisado um orçamento fictício através da planilha orçamentária que é composta por três abas: cadastro, registro e análise. A primeira aba contém informações tais como onde a família possui conta. Na sequência devem ser registradas as receitas que estão subdivididas em renda familiar, receitas financeiras e outras receitas. E por fim, despesas que estão compostas por cinco grandes áreas: moradia, alimentação, saúde, transporte e lazer.

Explicar aos estudantes que a tabela vem pronta, mas pode ser adaptada de acordo com a realidade das receitas e despesas de acordo com o perfil de cada família e que as células são editáveis, caso possuam algum item a mais podem adicionar.

Após observar e analisar todos os itens do cadastro solicitar aos alunos que cliquem na aba Registro, conforme Figura 10, que consiste na parte detalhada das receitas e despesas.

Figura 10- Aba Registro da planilha modelo de orçamento familiar.



Registro

Data	Classificação	Movimento	Descrição	Banco	Valor	Acumulado
15/10/2022	Renda_Familiar	Salários	Salário Maio	Banco Santo André	R$ 5.000,00	R$ 5.000,00
16/10/2022	Receitas_Financeiras	Poupança	Dividendos Petrobrás	Banco Refresco	R$ 200,00	R$ 5.200,00
17/10/2022	Outras_Receitas	Aluguel de Imóveis	Aluguel outubro	Banco Santo André	R$ 2.000,00	R$ 7.200,00
17/10/2022	Receitas_Financeiras	Poupança	Dinheiro em caixa	Dinheiro em Caixa	R$ 6.000,00	R$ 13.200,00
18/10/2022	Moradia	Telefone / internet	Celular	Banco Santo André	-R$ 150,00	R$ 13.050,00
19/10/2022	Lazer	Restaurantes	Jantar sábado	Banco Utaí	-R$ 700,00	R$ 12.350,00
20/10/2022	Saúde	Consulta com médicos	Médico Mãe	Banco Refresco	-R$ 250,00	R$ 12.100,00
21/10/2022	Transporte	Transporte por app	Uber	Dinheiro em Caixa	-R$ 200,00	R$ 11.900,00
22/10/2022	Lazer	Academia	Mensalidade Maio	Banco Refresco	-R$ 550,00	R$ 11.350,00
23/10/2022	Alimentação	Padaria	Pão doce	Dinheiro em Caixa	-R$ 300,00	R$ 11.050,00
23/10/2022	Alimentação	Mercado	Compas do mês	Banco Santo André	-R$ 2.000,00	R$ 9.050,00
24/10/2022	Saúde	Exames	Exame de sangue	Banco Santo André	-R$ 250,00	R$ 8.800,00
25/10/2022	Transporte	IPVA	IPVA Maio	Banco Santo André	-R$ 800,00	R$ 8.000,00
26/10/2022	Lazer	Teatro	Teatro Domingo	Banco Utaí	-R$ 200,00	R$ 7.800,00
27/10/2022	Alimentação	Hortifruti	Legumes	Dinheiro em Caixa	-R$ 350,00	R$ 7.450,00
27/10/2022	Transporte	Combustível	Gasolna	Banco Santo André	-R$ 800,00	R$ 6.650,00
28/10/2022	Moradia	Energia	Conta de Luz	Banco Santo André	-R$ 324,00	R$ 6.326,00
28/10/2022	Moradia	Água e Esgoto	Conta de água	Banco Santo André	-R$ 157,00	R$ 6.169,00

Cadastros Registro Análise +

Estatísticas de Pasta de Trabalho

Fonte: Acervo da autora

Informar aos estudantes que a tabela possui as células restritas ao que foi preenchida no cadastro, e que eles devem informar as receitas e despesas em relação a um determinado espaço de tempo.

Primeiro devem preencher a data do evento, em seguida escolher uma das classificações disponíveis. Ao selecionar Renda Familiar, por exemplo, terão disponíveis para preenchimento salário, bônus e participação em lucros. Nas próximas colunas tem-se a opção de descrição da receita ou despesa, o banco em que ocorreu a movimentação (podendo ser dinheiro disponível em caixa), valor (se for despesa devem ser colocados com sinal negativo) e na última coluna o valor acumulado.

Nesse momento é interessante mostrar para os alunos que algumas células podem ser geradas a partir de equações e ferramentas disponíveis na planilha eletrônica, usando como exemplo a coluna I, onde os valores são gerados automaticamente somando o acumulado anterior com o valor de receita ou despesa da referida linha.

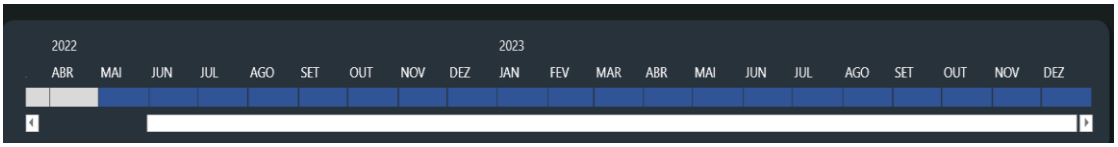
Finalizando o preenchimento de registro, solicitar aos estudantes que acessem à aba Análise, onde estão disponíveis gráficos com as receitas, despesas e acumulado por mês, gerando as estatísticas visualizadas na Figura 11.

Figura 11- Aba Análise da planilha modelo de orçamento familiar.

Fonte: Acervo da autora

Observando detalhadamente os gráficos gerados na aba Análise tem-se na parte superior do Excel uma régua, conforme Figura 12, em que se pode selecionar o período que será analisado. Selecionando meses ou anos que desejam ter representados nos gráficos.

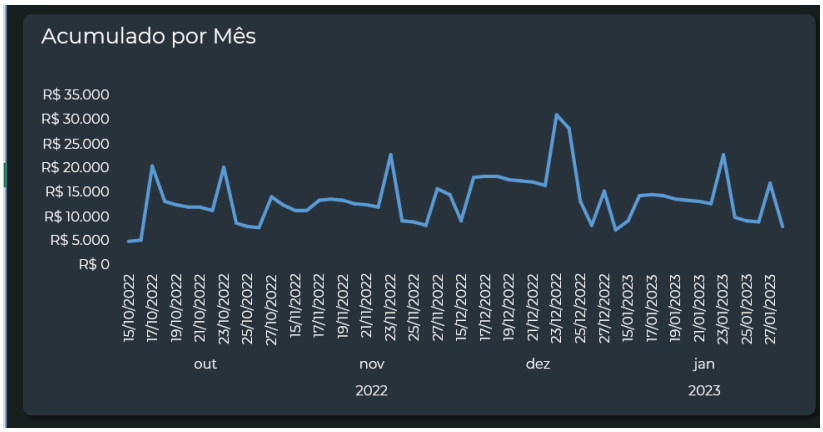
Figura 12- Régua de tempo da planilha modelo de orçamento familiar



Fonte: Acervo da autora

Após selecionar o espaço de tempo desejado, podemos observar um gráfico de linhas com o acumulado por mês, onde depois de registradas as despesas e receitas pode-se observar o quanto o patrimônio diminuiu ou aumentou em determinado tempo, esse panorama geral é interessante para verificar se foi possível poupar ou se as contas não estão fechando, caso os resultados decaiam ou apareçam negativos, conforme Figura 13.

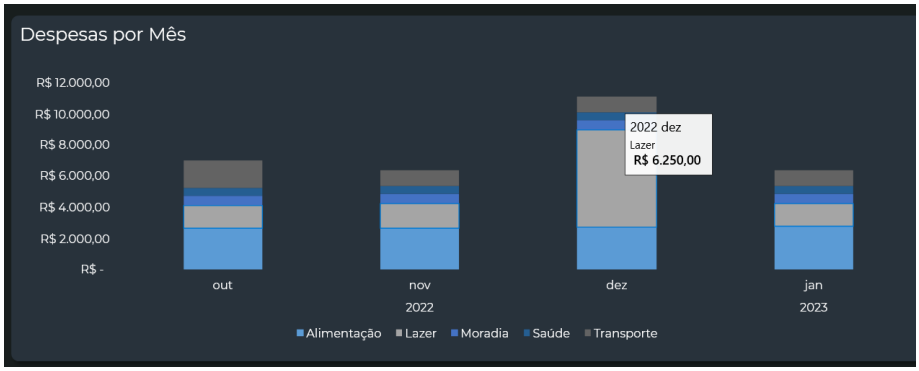
Figura 13- Acumulado por mês da planilha modelo de orçamento familiar



Fonte: Acervo do autora

O gráfico gerado das despesas por mês, Figura 14, é composto por barras onde os itens estão representados por cores distintas. Informar aos estudantes que quando posicionado o mouse em cima do bloco da respectiva despesa, a planilha apresenta informações como o valor exato no dado período.

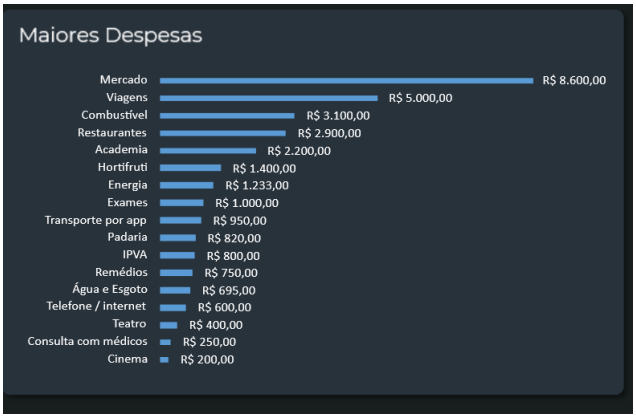
Figura 14- Despesas por mês da planilha modelo de orçamento familiar



Fonte: Acervo do autor

Um item interessante a ser analisado com os estudantes é o gráfico das maiores despesas no período, apresentado na Figura 15. Esse componente auxilia na avaliação do que pode ser melhorado ou reduzido no orçamento familiar.

Figura 15- Maiores despesas da planilha modelo de orçamento familiar



Fonte: Acervo da autora

A partir desse orçamento escrever na lousa alguns questionamentos para os estudantes analisarem e responderem em dupla e entregar ao final da aula material que servirá como forma de avaliação para o professor verificar a percepção dos estudantes acerca do tema.

1) Dentre os meses registrados, qual obteve o maior gasto? Qual valor?
2) Dentre os meses registrados, qual obteve o menor gasto? Qual valor?
3) Quais os dois componentes que possuem a maior despesa no período analisado? O que poderia ser feito por essa família para reduzir os custos desses dois componentes?
4) Após a observação das informações e gráficos, qual sua conclusão sobre esse orçamento familiar?

Ao final da aula solicitar aos estudantes que colham informações sobre as finanças da sua casa, peçam aos pais os dados de despesas, aluguel, salário e ganho de todos da família nos últimos três meses.

Aula 6 – Elaborando meu orçamento familiar

Inicialmente realizar o acolhimentos dos estudantes e no laboratório de informática, com essas informações colhidas com os familiares, solicitar aos estudantes que preencham a tabela de orçamento familiar, como desenvolvido na etapa 6 da sequência didática, e analisem os gráficos e informações obtidas.

Nesse momento da aula, pedir aos estudantes que verifiquem se a fórmula para cálculo de valores acumulados foi copiada para as novas células e que atualizem os gráficos presentes na aba Análise, para que as novas informações sejam computadas.

Ao finalizar todo esse processo solicitar que os alunos façam algumas verificações:

- Analisar se o orçamento está fechando positivo;
- Se todas as dívidas foram quitadas;
- Verificar se quando possui algum saldo positivo a família faz algum tipo de investimento;
- Propor melhorias para aperfeiçoar o orçamento familiar;

- Analisando os gráficos gerados, como a família pode economizar e algumas despesas podem ser reduzidas?
- O que a família pode fazer para ter um aumento da receita através de alguma nova renda?

Ao final da aula, com um tempo de aproximadamente 15 minutos, realizar um momento avaliativo convidando alguns estudantes que queiram apresentar o seu orçamento familiar no Datashow, mostrando sua tabela e gráficos gerados, bem como as dicas de melhoria sugerida por eles.

Nesse momento o professor também deve propor dicas que se adequem ao orçamento apresentado pelo aluno, para que a análise seja completa e as ideias sejam absorvidas pelos alunos ouvintes.

4ª etapa- Cartão de crédito: herói ou vilão?

Essa etapa tem como finalidade compreender os conceitos Matemática e educação financeira analisando dados e informações de problemas diversos (empréstimos, educação, finanças), para aplicar tais conceitos na busca por soluções de problemas.

Para essa abordagem será necessária uma aula de 50 minutos. A aula 7 consiste em um debate sobre o uso do cartão de crédito, como deve ser utilizado e como funcionam os juros.

Aula 7 – Controvérsia controlada uso do cartão de crédito

Inicialmente realizar o acolhimento dos estudantes e reforçar que para alcançar um orçamento familiar ajustado deve-se ter consciência dos gastos e saber como funcionam os artifícios econômicos como o cartão de crédito, que pode ser um vilão ao final do mês e levar a um endividamento e prejuízo a vida financeira.

Para isso será realizado um debate entre os estudantes a fim de verificar os pontos positivos e negativos do uso do cartão de crédito e o quanto isso influencia na vida financeira de seus usuários, essa etapa visa incentivar o uso consciente pelos jovens.

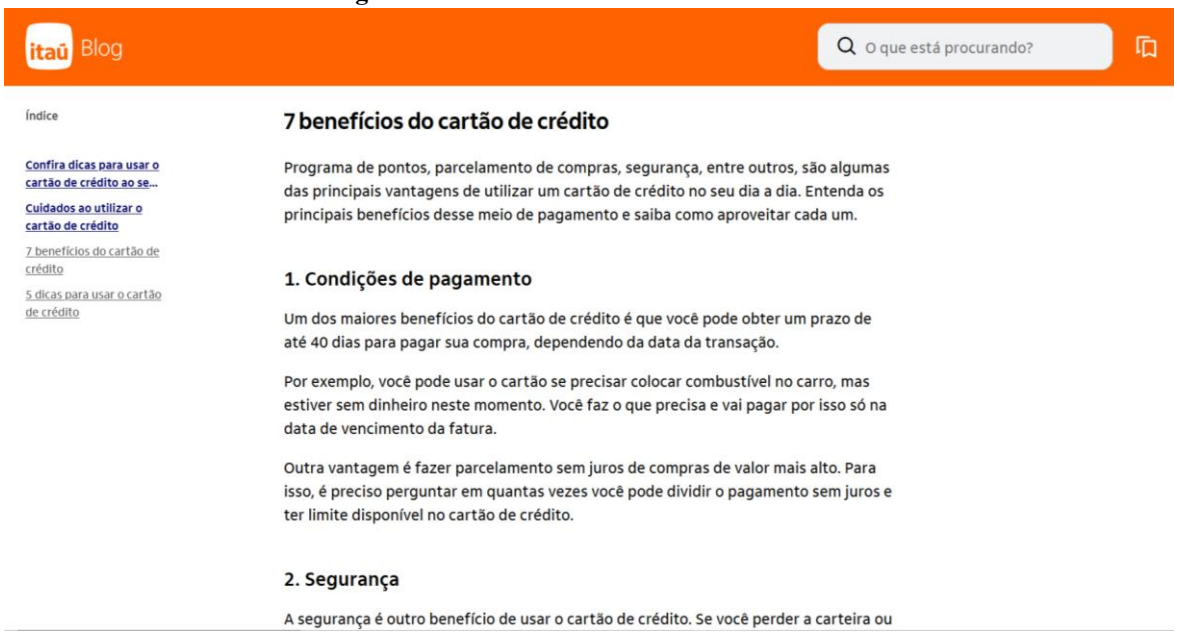
A atividade consiste em uma discussão planejada, incialmente serão projetadas duas notícias sobre o uso do cartão de crédito, que possuem direcionamentos opostos. Os estudantes devem fazer uma leitura dinâmica dessas notícias em conjunto com o professor. A notícia retirada do site da revista exame, apresentada na Figura 16 trata-se de um alerta sobre os autos índices de endividamento do brasileiro, colocando o cartão de crédito como sua principal causa.

Figura 16- Cartão de crédito principal motivo de dívida dos brasileiros

Fonte: Exame (2023)

Em contraponto à notícia de endividamento, na sequência será projetada uma aba do blog do Banco Itaú, onde enumera 7 benefícios de se possuir um cartão de crédito, conforme Figura 17, os estudantes devem realizar a leitura dinâmica da matéria.

Figura 17- 7 benefícios do uso do cartão de crédito



Fonte: Itaú (2025)

A partir dessas informações, inseriu-se uma controvérsia sobre o uso do cartão de crédito e seus impactos na vida financeira da população. Os estudantes devem ser

divididos em três grandes grupos, um que organizará o debate e outros dois que serão contrários ou favoráveis ao uso do cartão de crédito. São eles:

- Cartão-Org: É o grupo responsável pela organização do debate sobre o uso do cartão de crédito. São responsáveis pela coordenação do processo de discussão, dando voz as partes envolvidas, e pelo registro dos argumentos favoráveis e contrários ao tema.
- Pro-Cartão: Grupo de alunos favoráveis ao uso do cartão de crédito.
- Con-Cartão: Grupo de alunos contrários ao uso do cartão de crédito.

A controvérsia deve se dividir em três partes: na primeira os estudantes devem apresentar os argumentos iniciais, com duração em média de 8 minutos para cada grupo que deve levantar as questões mais relevantes para a defesa de seu ponto de vista, podem ser escolhidos líderes de cada grupo que terão a palavra ou os integrantes podem se revezar na defesa de forma organizada e um integrante por vez.

Após esse primeiro momento, será iniciada a fase de refutação, onde os grupos terão cerca de 5 minutos cada para responder às críticas e argumentos do grupo opositor, nessa etapa o grupo organizador pode levantar questões que acharem pertinentes, para a avaliar qual grupo defendeu e usou melhores argumentos. Por fim, devem ser apresentadas as considerações finais em torno de 5 minutos para cada grupo.

Ao finalizar a apresentação de todos os argumentos favoráveis e contrários ao uso do cartão de crédito, as réplicas e considerações finais, o grupo responsável pela organização irá registrar um relatório sobre o tema em que conste a argumentação das partes, com as devidas arguições para que no final entrem em um consenso para definir qual grupo convenceu e teve melhores argumentos.

5ª etapa- Aquisição de motocicleta: Consórcio, financiamento ou à vista?

Essa etapa tem como finalidade compreender conceitos da Matemática e educação analisando dados e informações de problemas diversos como empréstimos e finanças buscando soluções de problemas.

Para essa abordagem serão necessárias duas aulas (aulas 8 e 9) de 50 minutos cada. A aula 8 consiste em uma aula expositiva sobe o que seria consórcio e financiamento bem como apresentar uma simulação das duas possibilidades em duas instituições financeiras para análise de juros, pontos favoráveis e negativos de cada transação. A aula 9 consiste em uma simulação e análise de possibilidades para aquisição de um bem pelos próprios estudantes.

Aula 8 – Consórcio e financiamento

Inicialmente realizar o acolhimento dos estudantes, informar que para realizar escolhas financeiras seguras é necessário pesquisa, análise das condições, juros, taxas e parcelamento. Projetar no Datashow as seguintes definições do que seria um consórcio e financiamento.

- **Consórcio**: é a reunião de pessoas naturais e jurídicas em grupo, com prazo de duração e número de cotas previamente determinados, promovida por

administradora de consórcio, com a finalidade de propiciar a seus integrantes, de forma isonômica, a aquisição de bens ou serviços, por meio de autofinanciamento (BRASIL, 2008).

- **Financiamento**: é uma modalidade de operação financeira em que uma instituição, seja ela financeira ou não, fornece recursos para uma pessoa física ou jurídica, com uma finalidade específica de adquirir um bem, sendo que nas operações de financiamento, deve ser determinado previamente qual o bem que se quer adquirir (FERREIRA, 2012).

Será realizado um estudo de caso para compra de uma moto CG 160 Start ano 2025, a escolha do veículo automotor deu-se por se tratar de um modelo de entrada e a maioria dos jovens, principalmente aqueles com condições econômicas mais desfavoráveis, optam por esse tipo de aquisição. A moto possui um valor médio de R$17.500,00, será apresentada a imagem da moto de acordo com a figura 18.

Figura 18- CG 160 Start

Fonte: Site Honda (2025)

A primeira opção de compra disponibilizada seria à vista, iniciar uma conversa com os estudantes para elencar as vantagens e desvantagens desse tipo de aquisição.

Em seguida, será apresentada a segunda possibilidade de aquisição do veículo através de um consorcio utilizando o site de simulação do Sicred[3], explicar aos estudantes que essa instituição financeira foi escolhida pela sua credibilidade no mercado, mas as simulações devem ocorrer em varias instituições distintas a fim de conseguir sempre melhores vantagens e menores juros.

Os estudantes devem acessar o endereço virtual através dos computadores disponíveis na escola (ou no laboratório de informática da instituição) para realizar a simulação sob a orientação do professor, obtendo a simulação observada na Figura 19.

[3] https://www.sicredi.com.br/consorcio/simulador

Figura 19- Consórcio Sicred CG 160 Start

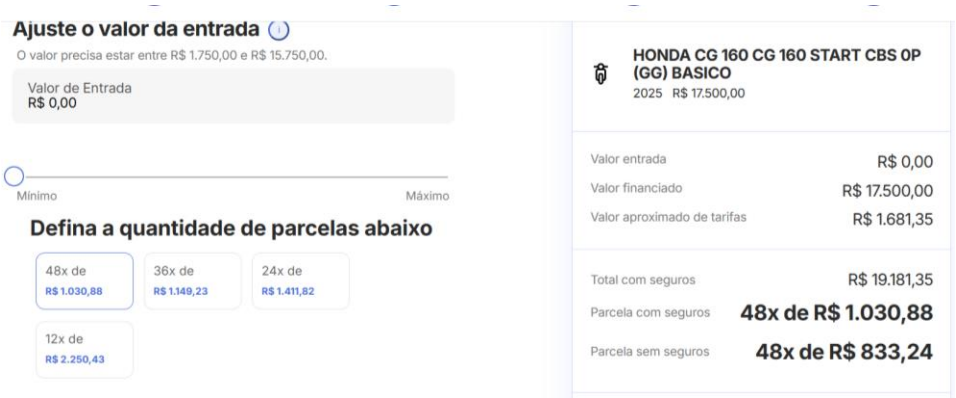
Fonte: Acervo da autora (Site Sicred)

Levantar os seguintes questionamentos com o estudante:

1) Qual será o valor pago a mais para aquisição da CG 160 start através do consorcio?
2) A partir dessas informações de simulação qual a taxa total cobrada pelo Sicred?
3) Quais as vantagens e desvantagens do consórcio para o pagamento a vista da CG 160 start?

A próxima etapa consiste em realizar a simulação do financiamento da moto através da BV Financeira[4]. Solicitar aos estudantes que preencham as informações solicitadas pelo banco para realizar a simulação, em seguida projetar a simulação feita pelo professor conforme imagem 20.

Figura 20- Financiamento da CG 180 Start BV Financeira

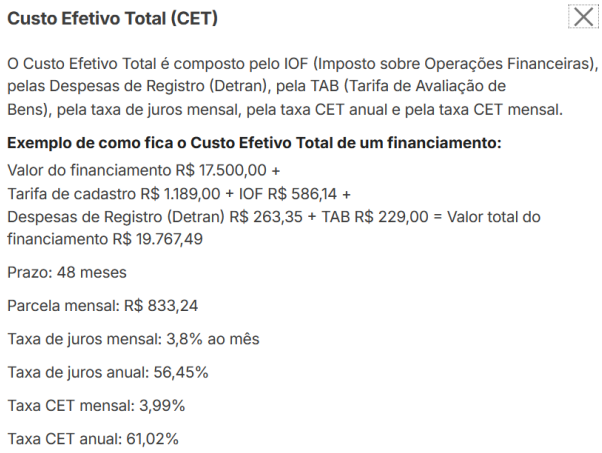


Fonte: Acervo da autora (BV Financeira)

O primeiro item a se analisar é o valor total do financiamento se multiplicar o valor da parcela de R$ 833,24 por 48, resultando em um montante de R$ 39.995,52, ou seja, um aumento de R$ 22.495,52, mais que 100% do valor inicial do bem. Verificar todas as taxas de juros cobradas de acordo com a figura 21.

[4] https://www.bv.com.br/simulador

Figura 21- Custo efetivo do financiamento da CG 160 Start



Custo Efetivo Total (CET)

O Custo Efetivo Total é composto pelo IOF (Imposto sobre Operações Financeiras), pelas Despesas de Registro (Detran), pela TAB (Tarifa de Avaliação de Bens), pela taxa de juros mensal, pela taxa CET anual e pela taxa CET mensal.

Exemplo de como fica o Custo Efetivo Total de um financiamento:

Valor do financiamento R$ 17.500,00 +
Tarifa de cadastro R$ 1.189,00 + IOF R$ 586,14 +
Despesas de Registro (Detran) R$ 263,35 + TAB R$ 229,00 = Valor total do financiamento R$ 19.767,49

Prazo: 48 meses

Parcela mensal: R$ 833,24

Taxa de juros mensal: 3,8% ao mês

Taxa de juros anual: 56,45%

Taxa CET mensal: 3,99%

Taxa CET anual: 61,02%

Fonte: BV Financeira (2024)

1) Qual será o valor pago a mais para aquisição da CG 160 Star através do financiamento?
2) A partir dessas informações de simulação qual a taxa total cobrada pela BV Financeira?
3) Quais as vantagens e desvantagens do financiamento em relação ao consórcio?

Nos minutos finais da aula solicitar aos estudantes que levem para próxima aula uma imagem, impressa ou digital, de um modelo ou valor de moto ou carro que pensam em adquirir futuramente. A partir dessa escolha, será realizado todo um processo de pesquisa e comparação para análise da melhor forma de aquisição do bem.

Aula 9 – Minha futura moto

Na aula seguinte receber os estudantes e realizar o acolhimento. Relembrar os conceitos de consórcio e financiamento e que foi solicitado na aula anterior que levassem uma imagem impressa ou digital do bem que desejam adquirir, informar que escolham um por grupo para fazermos levantamento das possibilidades de aquisição.

Direcionar os estudantes a fazerem o mesmo processo da aula 9, visitando o site do Sicred e BB financeira para realizar as simulações necessárias. Informar que essas duas instituições foram selecionadas para a dinâmica porem é interessante que verifiquem outras empresas que forneçam o mesmo serviço para uma visão mais ampla do processo.

Ao final da consulta os estudantes devem anotar as seguintes informações em uma tabela comparativa entre consórcio, financiamento e compra à vista.

- Valor das parcelas;
- Número de parcelas;
- Taxa de juros;
- Custo final total;

- Vantagens e desvantagens de cada modalidade.

O professor deve circular pela sala para auxiliar os estudantes com as dúvidas que forem aparecendo, dificuldades em realizar as simulações e mediar as discursões. Cada grupo deve debater qual modalidade é mais vantajosa e chegar a um consenso.

Ao fim da análise, os estudantes terão que concluir qual forma de aquisição é mais viável para a realidade deles, traçar metas e estipular um período para conseguir alcançar esse objetivo. Os discentes devem preparar uma breve apresentação, onde exibirá o bem a ser adquirido, bem como toda a sua estratégia para alcançá-lo.

É interessante nessa dinâmica, que o professor direcione os estudantes com dicas e ideias para melhoria das propostas, bem como a interação das mais diversas opiniões fazendo com que todos possam ampliar sua visão e aprender com as ideias dos colegas.

Avaliação

Os alunos serão avaliados de forma continuada através da participação, interesse, comunicação oral e escrita, realização e apresentação das atividades propostas e interação com o grupo.

Na aula 1 a avaliação será realizada através da atividade diagnóstica respondida pelos estudantes a fim de verificar os conhecimentos que eles possuem de conteúdos e conceitos necessários para o desenvolvimento da sequência didática, deve-se verificar clareza e coerência nas respostas bem com identificar as lacunas existentes.

Para avaliação da aula 2 serão levados em consideração a participação, comunicação oral e a realização da dinâmica mural dos sonhos, a realização dessa atividade deverá ser pontuada de acordo com o critério adotado pelo professor.

As aulas 3 e 4 devem ser avaliadas de acordo com a entrega e realização da lista de atividades, o professor deve estipular pontuação ao seu critério a depender da quantidade de acertos e desenvolvimento das questões.

Nas aulas 5, 6, 7, 8 e 9 a avaliação não será realizada de forma objetiva como nas aulas anteriores, mas sim subjetiva visto que nesses momentos da sequência didática o mais importante são as interações e troca de ideias entre os alunos e o professor. Nesse sentido, pontuar a participação, comunicação e a apresentação das atividades propostas seria mais coerente.

Por se tratar de dinâmicas pode-se realizar a elaboração de um portfólio, onde os estudantes separariam uma pasta colocando o resumo da discussão sobre o uso do cartão de crédito, o registro das despesas e receitas usados na atividade sobre orçamento familiar bem como a elaboração do estudo de viabilidade para aquisição do automóvel.

Referências

BERTOLDO, T. A. T. Roda de conversa como estratégia promotora de capacidades de pensamento crítico. 2018. Dissertação (Mestrado de Ensino de Ciências e matemática) – Universidade Federal de Sergipe, 2018.

BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI JÚNIOR, José Rui; SOUSA, Paulo Roberto. Prisma matemática: sistemas, matemática financeira e grandezas : ensino médio :área do conhecimento : matemática e suas tecnologias. 1.ed. – São Paulo : Editora FTD, 2020.

BRASIL. Lei Nº 11.795 de 8 de outubro 2008. Dispõe sobre o Sistema de Consórcio. Diário Oficial da União: Seção 1, Brasília, DF, ano 155, n.1, p. 1-13, 8 de out. 2008. Disponível em: <https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2008/lei/l11795.htm>. Acessado em 22 de novembro de 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

BUENO, Cibeli de Oliveira Chibante. Matemática + Ação na Escola e na Comunidade: Projetos Integradores. 1ª Edição – FTD, São Paulo. 2020.

EXAME. Cartão de crédito é a principal de dívida para 60% dos endividados. Exame, ano 2023, 12 jul. 2023. Economia. Disponível em: https://exame.com/economia/cartao-de-credito-e-a-principal-de-divida-para-60-dos-endividados/. Acesso em: 6 jan. 2025.

ITAÚ. Confira dicas para usar o cartão de crédito ao seu favor. Disponível em: <https://blog.itau.com.br/artigos/dicas-para-usar-o-cartao-de-credito-ao-seu-favor>. Acesso em: 18 fev. 2025.

FERREIRA, J.C. A importância da Educação Financeira pessoal para a qualidade de vida. Caderno de administração. V 1. 2017.

FERREIRA, E. R. Manual do Departamento Financeiro:Como Investir, Gerenciar e Captar Recursos para Você e sua Empresa. Goiânia: Buscajus, 2012. p. 200.

NASCIMENTO, P. L. A formação do aluno e a visão do professor do Ensino Médio em relação à Matemática Financeira. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.

PATERNOSO, Júlio. 2021. Disponível em: https://portalcontexto.com.br/charge-do-pater-368. Acesso em: 6 jan.2025.

SANTOS, Giovana Lavínia da Cunha. Educação financeira: a matemática financeira sob nova perspectiva. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência) – Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2005.

DOCUMENTO CURRICULAR PARA GOIÁS. 2019. Disponível em: https://goias.gov.br/educacao/wp-content/uploads/sites/40/documentos/PEDAGOGICO/Bimestralizacao%20Formacao%20Geral%20Basica%20DC%20GOEM.pdf. Acesso em: 10 mar. 2024.

APÊNDICE

APÊNDICE A – Avaliação diagnóstica

1) Calcule:

a) 30% de 1500.

b) 12% de 120.

c) 27% de 900.

2) Em uma turma de 40 alunos, 45% são meninos. Quantos meninos e meninas tem a turma?

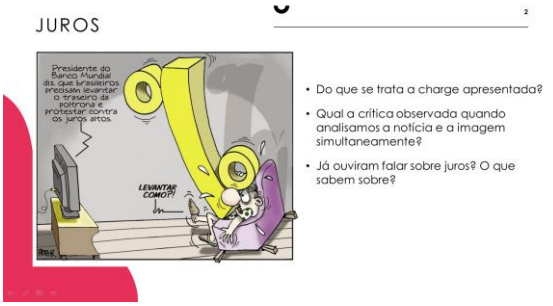
3) Sabendo que 45% de um número equivalem a 36, determine esse número.

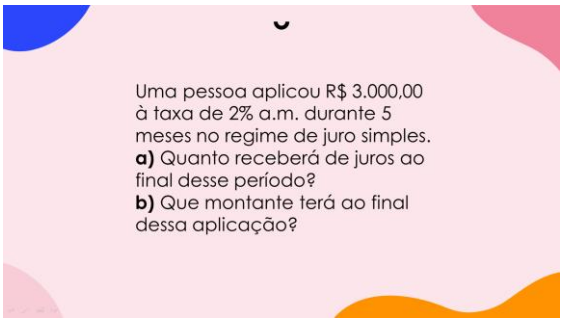
4) Segundo o censo do IBGE, em 2010, o Brasil tinha 147,4 milhões de pessoas com 10 anos ou mais que eram alfabetizadas, o que correspondia a 91% da população nessa faixa etária. Determine o número de brasileiros com 10 anos ou mais em 2010.

5) Uma televisão que custava R$ 900,00 teve um aumento de R$ 50,00. Qual foi o percentual de aumento?

6) Um terreno que custava R$ 50.000,00 há dois anos teve uma valorização de 16,5% nos últimos 24 meses. Qual o valor atual do terreno?

APÊNDICE B[5] – Slide aula expositiva dialogada





[5] Slides elaborados a partir do livro: Prisma matemática: sistemas, matemática financeira e grandezas: ensino médio. Disponível em: https://docs.google.com/presentation/d/1_gnCMhfWKWAcpzFGn9O97NrEc0ccQNmV/edit?usp=sharing&ouid=115384225708456385752&rtpof=true&sd=true

JURO COMPOSTO

Denominamos **juro composto** o valor de juro gerado em um período e incorporado ao capital, passando a participar da composição de juro no período seguinte.

Mariana investiu R$ 800,00 à taxa de 0,8% ao mês, durante 4 meses, no regime de juro composto. Quanto Mariana terá ao final dessa aplicação?

JURO COMPOSTO

$$M = C\,(1+i)^t$$

(Vunesp-SP) Um capital de R$ 1 000,00 é aplicado durante 4 meses.

a) Encontre o rendimento de aplicação, no período, considerando a taxa de juro simples de 10% ao mês.

b) Determine o rendimento da aplicação, no período, considerando a taxa de juro composto de 10% ao mês.

APÊNDICE C

1. A que taxa mensal de juros simples um capital de R$ 500,00, aplicado durante 10 meses, produz R$ 150,00 de juros?

2. Qual é o juro simples que um capital de R$ 7.000,00 rende quando aplicado:
a) durante 4 meses, a uma taxa de 2,5% a.m.?
b) durante 1 ano, a uma taxa de 3% a.m.?

3. Qual é o juro simples que um capital de R$ 7.000,00 rende quando aplicado:
a) durante 4 meses, a uma taxa de 2,5% a.m.?
b) durante 1 ano, a uma taxa de 3% a.m.?

4. Um investidor aplicou R$ 500.000,00 a juros compostos de 2% ao mês. Quantos reais ele terá após 5 meses de aplicação? Qual será o valor dos juros obtidos?

5. Celina aplicou R$ 40.000,00 em um banco, a juros compostos de 16% a.a., capitalizados anualmente. Qual é o valor dos juros obtido
ao final de 2 anos?

6. Calcule o valor dos juros compostos que será obtido na aplicação de R$ 25.000,00 a 25% ao ano, durante 72 meses.

A Importância da Educação Financeira na Educação de Jovens e Adultos (EJA): estímulos e abordagens

Francilio Francisco da Rocha
Orientador: Prof. Dr. Jardel Vieira

Introdução

A Sequência Didática proposta está estruturada para atender às especificidades do público da Educação de Jovens e Adultos (EJA), priorizando a contextualização e a aplicação prática dos conceitos matemáticos. Fundamenta-se em abordagens pedagógicas que estimulam o pensamento crítico e a resolução de problemas reais, utilizando estratégias interativas. Dessa forma, busca-se facilitar a compreensão de temas como orçamento, gestão de dívidas, poupança e planejamento financeiro através de discussão e reflexão por parte dos docentes e discentes.

A motivação para a elaboração desta Sequência Didática está na necessidade de preparar os estudantes do EJA para desafios do dia a dia, promovendo o desenvolvimento de habilidades analíticas e de tomada de decisão no contexto financeiro pessoal, familiar e comunitário. Além disso, busca-se incentivar a reflexão sobre o impacto das escolhas financeiras no orçamento pessoal e no consumo consciente, tornando os alunos mais preparados para lidar com situações como pagamento à vista ou parcelado e a importância da criação de reservas de emergência.

Dessa forma, este trabalho justifica-se pela relevância da Matemática Financeira na vida dos estudantes da EJA e pela necessidade de tornar seu ensino mais dinâmico, contextualizado e eficaz. Ao integrar ferramentas didáticas, pretende-se não apenas fortalecer os conhecimentos matemáticos, mas também contribuir para a formação de cidadãos mais conscientes e preparados para gerir suas finanças de maneira responsável.

Nesse sentido, esta sequência didática foi estruturada para abordar conceitos fundamentais de forma progressiva, oferecendo suporte aos professores na construção de aulas que promovam reflexões críticas sobre escolhas financeiras e incentivem a autonomia dos alunos. Além disso, busca-se evidenciar a importância da contextualização dos conteúdos matemáticos no cotidiano dos estudantes, tornando o aprendizado mais acessível e aplicável às suas realidades.

Por fim, pretende-se destacar a Matemática Financeira como um componente essencial na formação dos estudantes da EJA, contribuindo para o desenvolvimento de competências que os capacitem a tomar decisões informadas e a lidar com desafios financeiros com maior segurança e responsabilidade.

Estrutura curricular

Etapa de ensino/Ano ou Série

Terceira etapa da Educação de Jovens e Adultos - EJA (1ª a 3ª Série do Ensino Médio)

Área

Matemática

Unidade Temática (BNCC)

Números e Álgebra

Objetos de Conhecimento (BNCC)

(Ensino Fundamental – Anos Finais) Cálculo de porcentagens e de acréscimos e decréscimos simples; Porcentagens: problemas que envolvem cálculo de percentuais sucessivos.

Habilidades (BNCC)

(EM13MAT203) Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.

Objetivos/Expectativas de Aprendizagem

- Desenvolver a compreensão da importância de aplicar os conceitos básicos de matemática financeira no cotidiano, com o objetivo de aprimorar as competências matemáticas e financeiras dos alunos do EJA, capacitando os alunos a tomar decisões informadas e conscientes sobre suas finanças pessoais.
- Desenvolver competências para a aplicação dos conceitos financeiros no cotidiano, promovendo a autonomia e a cidadania.
- Incentivar o uso de ferramentas tecnológicas e métodos interativos para desenvolver habilidades práticas de planejamento financeiro, aplicando conceitos de matemática financeira em situações cotidianas.
- Promover atividades como simulações, jogos e oficinas a fim de incentivar os alunos a tomar decisões sobre orçamento, gestão de dívidas e poupança, promovendo autonomia financeira e consumo responsável.
- Desenvolver habilidades analíticas e de tomada de decisão em situações de planejamento financeiro pessoal, familiar e comunitário, por meio de contextos práticos como a gestão de orçamento doméstico;
- Estimular o pensamento crítico dos alunos, sobre o impacto das escolhas financeiras no equilíbrio do orçamento pessoal, no planejamento para imprevistos

e no consumo consciente, por meio de situações práticas que envolvem decisões financeiras cotidianas, como o pagamento à vista versus parcelado e a criação de reservas de emergência. O intuito é refletir sobre como essas decisões influenciam a vida financeira pessoal, social e as relações de consumo responsáveis.

Duração das atividades

6 aulas de 2h30min (total 15 horas)

Conhecimentos prévios trabalhados pelo professor com o aluno

- Noções Básicas de Juros simples e compostos.
- Frações e Decimais (representação, equivalência, e conversão para porcentagens).
- Noções de porcentagem e operações com frações e números decimais.
- Leitura e Interpretação de Tabelas e Gráficos (importante para análise de orçamentos e informações financeiras).
- Unidades Monetárias (cálculo com valores em reais, centavos e conversões em contextos práticos).

Estratégias de ensino e recursos educacionais

A matemática financeira, integrada ao contexto da educação de jovens e adultos (EJA), torna-se uma ferramenta indispensável para a formação de indivíduos autônomos e capacitados. A sua aplicação vai além da matemática e serve de ponte para a compreensão dos impulsionadores econômicos e financeiros que impactam diretamente a vida dos alunos, ajudando-os a participar de forma mais significativa na sociedade.

Como enfatizam Dante (2019) e Pinzetta e Piccini, (2014), a abordagem da matemática financeira na EJA deve priorizar a resolução de problemas do mundo real, como cálculo de juros financeiros, planejamento de compras parceladas e análise de investimentos simples. Isto ajuda a criar cidadãos que podem resolver os problemas financeiros do dia a dia.

Freire (1987) argumentou que a educação deveria libertar o indivíduo, tornando-o capaz de questionar e compreender as estruturas sociais. Nessa perspectiva, na matemática financeira da EJA não se deve apenas ensina operações matemáticas, mas também promove análises críticas das condições socioeconômicas enfrentadas pelos alunos. Por exemplo, ao compreender como os juros compostos afetam as finanças a longo prazo, os estudantes podem avaliar melhor as opções financeiras e evitar práticas prejudiciais, como o endividamento excessivo devido a juros altos ou a adesão a empréstimos com condições desvantajosas, que podem comprometer o equilíbrio financeiro e aumentar a desigualdade econômica.

Além disso, Pinzetta e Piccini, (2014) enfatizam que ao incorporar conceitos financeiros em situações da vida real, como o orçamento familiar, o processo de ensino e

aprendizagem se tornará mais significativo, promovendo a retenção do conhecimento e a aplicação no dia a dia.

A matemática financeira é uma área do conhecimento que proporciona ferramentas práticas para a análise de situações financeiras cotidianas, tais como o cálculo de juros, financiamentos e planejamento orçamentário. Segundo D'Ambrosio (2018), o ensino de matemática no contexto da Educação de Jovens e Adultos (EJA) deve enfatizar aplicações práticas que promovam a autonomia e a cidadania. Esse enfoque prático é fundamental para alinhar os conceitos teóricos ao cotidiano dos estudantes, permitindo que eles tomem decisões informadas em relação às suas finanças pessoais.

Pesquisas recentes, como a de Silva e Oliveira (2020), destacam que a introdução da matemática financeira em ambientes educacionais pode fomentar a compreensão crítica das relações econômicas que impactam diretamente a vida dos alunos. O estudo evidenciou que atividades práticas, como simulações de compras parceladas e análise de orçamentos familiares, ajudam os estudantes a reconhecer a importância de conceitos como juros e porcentagem em situações do dia a dia.

Outro autor relevante para esse campo é Lopes (2019), que reforça a importância de integrar a tecnologia ao ensino de matemática financeira. Ferramentas digitais, como planilhas eletrônicas, aplicativos financeiros e calculadoras específicas, não apenas facilitam o aprendizado, mas também preparam os estudantes para interagir com os recursos tecnológicos amplamente utilizados no mercado de trabalho e na gestão pessoal. Essa abordagem tecnológica atende à necessidade de contextualizar o ensino no mundo atual, tornando-o mais atrativo e significativo.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), conforme apontado por Soares e Almeida (2021), ressalta que a matemática financeira deve ser abordada de forma contextualizada, promovendo competências relacionadas ao uso consciente de recursos, planejamento e resolução de problemas. Para o público do EJA, essas competências são particularmente relevantes, considerando a necessidade de enfrentar desafios financeiros e sociais em um cenário muitas vezes marcado por vulnerabilidade econômica.

Além disso, estudos como o de Araújo e Santos (2022) defendem que o ensino de matemática financeira na EJA deve ser pautado em situações reais que envolvam tomada de decisão, como a comparação de taxas de juros em financiamentos ou a análise de custo-benefício em compras. Esses autores argumentam que a conexão entre teoria e prática é um dos fatores mais determinantes para o engajamento dos alunos e a consolidação do aprendizado.

A aplicação prática da matemática financeira também contribui para o desenvolvimento do pensamento crítico. Segundo Freire e Gonçalves (2020), ao compreenderem os impactos das escolhas financeiras em suas vidas, os alunos do EJA passam a questionar práticas de consumo e a adotar uma postura mais consciente em relação ao uso do dinheiro. Isso é especialmente significativo em um contexto social em que o consumo desenfreado e o endividamento pessoal são problemas recorrentes.

Por fim, é importante destacar que a matemática financeira na EJA não deve ser trabalhada de forma isolada. Conforme defendido por Pereira e Costa (2023), a interdisciplinaridade é uma estratégia poderosa para integrar conceitos matemáticos a temas como educação financeira, economia doméstica e cidadania. Isso promove um aprendizado mais amplo e significativo, capacitando os alunos a exercerem seus direitos e deveres de forma mais consciente na sociedade.

A BNCC enfatiza que a matemática precisa ser ensinada em contexto para ajudar os alunos a compreender o mundo e a agir com responsabilidade (Brasil, 2018). Além disso, ressalta que a educação financeira é um fator importante no desenvolvimento de competências relacionadas à gestão e ao consumo consciente.

Sobre o desenvolvimento de habilidades analíticas e de tomada de decisão no contexto do planejamento financeiro, é essencial para promover a autonomia e o bem-estar econômico, especialmente em populações vulneráveis, como os alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA). Segundo Silva e Santos (2021), a educação financeira, ao ser integrada ao ensino da matemática, estimula os alunos a compreenderem melhor a gestão de recursos pessoais e familiares. Por meio de atividades práticas e contextualizadas, os estudantes aprendem a identificar prioridades financeiras, avaliar alternativas e antecipar os impactos de suas decisões.

No ambiente educacional, Lopes e Oliveira (2020) destacam a importância de trabalhar com cenários reais, como a elaboração de orçamentos domésticos, a análise de despesas fixas e variáveis, e a comparação de opções de crédito e financiamento. Essas práticas não apenas desenvolvem o raciocínio matemático, mas também favorecem a construção de estratégias eficazes para lidar com situações financeiras adversas. Os autores reforçam que a abordagem interdisciplinar, envolvendo matemática, economia e aspectos sociais, amplia a capacidade de análise crítica dos alunos em relação aos recursos financeiros.

De acordo com Araújo e Costa (2019), as habilidades de planejamento financeiro não se limitam ao âmbito individual e familiar, mas podem ser aplicadas também em iniciativas comunitárias, como cooperativas e associações. Ao introduzir conceitos de planejamento coletivo, os alunos do EJA são incentivados a pensar além de suas necessidades pessoais, contribuindo para o fortalecimento do tecido social e a resolução de problemas comunitários. Esse aprendizado fomenta a noção de cidadania e o empoderamento dos estudantes como agentes transformadores em suas comunidades.

Outro ponto relevante é o papel das tecnologias no desenvolvimento de habilidades analíticas, conforme discutido por Almeida e Freire (2022). Ferramentas digitais, como aplicativos de gestão financeira e planilhas eletrônicas, facilitam a visualização e análise de dados, tornando o planejamento financeiro mais acessível e prático. O uso dessas tecnologias em sala de aula permite que os alunos do EJA desenvolvam competências alinhadas às demandas do mercado de trabalho, além de melhorar sua capacidade de organização financeira.

Esses estudos ressaltam que o ensino da matemática financeira no EJA deve ser orientado por uma pedagogia que valorize a experiência dos alunos e ofereça ferramentas práticas

para que eles tomem decisões informadas. Essa abordagem, conforme apontam Pereira e Costa (2023), promove não apenas a resolução de problemas financeiros imediatos, mas também a construção de uma mentalidade analítica que os prepara para enfrentar desafios ao longo da vida.

Para a EJA, o ensino de matemática financeira deve ser condizente com as competências gerais da BNCC, como a Competência 1, que trata da valorização e utilização de conhecimentos históricos e culturais, a Competência 7, que envolve a argumentação baseada em dados e evidências, e a Competência 8, que se refere à gestão da vida financeira pessoal e social.

A inclusão da matemática financeira no currículo da terceira fase da EJA deve levar em consideração as necessidades específicas da comunidade escolar. Segundo Dante (2019), a pedagogia deve priorizar exemplos locais como o cálculo de preços nas feiras livres ou a criação de planos de pequenos negócios, garantindo relevância e conexão com a realidade dos alunos. Além disso, os perfis dos estudantes da EJA, que muitas vezes enfrentam desafios socioeconômicos, destacam a importância de uma pedagogia que estimule a reflexão sobre o consumo consciente, a estabilidade financeira e a importância da poupança.

A sequência didática proposta foi desenvolvida de maneira estruturada e sequencial, permitindo um avanço gradual no desenvolvimento das competências planejadas. Ao organizar os conteúdos de forma progressiva, ela garante uma conexão mais sólida entre os temas tratados e os objetivos estabelecidos, contribuindo para uma aprendizagem mais significativa e atendendo às necessidades dos alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA). Cada fase da sequência foi pensada para integrar conceitos fundamentais, como porcentagens, orçamento familiar e noções de juros, aplicados em situações práticas e contextualizadas, o que facilita a utilização dos conhecimentos adquiridos no cotidiano dos estudantes. A metodologia adotada também visa o engajamento dos alunos, proporcionando atividades variadas, exercícios que promovem integração e momentos de reflexão que incentivam tanto a participação ativa quanto a autonomia no processo de aprendizado. Com isso, a proposta está alinhada aos princípios pedagógicos contemporâneos, buscando a articulação entre teoria e prática, com o objetivo de formar cidadãos críticos e capacitados para tomar decisões financeiras de forma consciente e informada.

Descrição da Sequência de Atividades

Para atender aos objetivos propostos neste trabalho e proporcionar um ensino significativo de matemática financeira no contexto da EJA, foi elaborada uma sequência didática composta por seis etapas/aulas, com duração de 2h30min cada, totalizando 15 horas. Essa estrutura foi planejada para oferecer um desenvolvimento gradual dos conteúdos, partindo dos conhecimentos prévios dos alunos até a aplicação prática de conceitos financeiros em situações reais do cotidiano. A seguir, detalha-se cada uma das aulas, destacando as etapas e atividades que buscam integrar teoria e prática, promovendo o engajamento e a formação crítica dos estudantes.

1ª etapa – Diagnóstico e Contextualização (2h30min)

Esta etapa tem como objetivo identificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre matemática financeira e iniciar uma reflexão sobre a importância do tema em situações do cotidiano. Para isso, propõe-se uma atividade diagnóstica com resolução de problemas contextualizados, seguida de uma conversa ampla sobre a presença da matemática financeira nas esferas pessoal, familiar e comunitária.

Conversa inicial

A aula deve começar com um momento de conversa informal sobre a presença da matemática financeira no dia a dia. O professor pode iniciar fazendo perguntas simples aos alunos, como:

- *Você já precisou calcular um troco ao fazer uma compra?*
- *Já comparou preços antes de comprar algo?*
- *Já percebeu diferença entre pagar à vista e parcelado?*

Essas perguntas ajudam a criar um clima de escuta e participação e a estabelecer um vínculo entre o conteúdo e as vivências reais dos alunos. O objetivo é mostrar, logo de início, que a matemática financeira faz parte do dia a dia e é algo que todos já experimentaram de alguma forma, mesmo que de maneira informal, com tempo estipulado entre 20 a 30 minutos.

Atividade Diagnóstica

Após essa conversa inicial, o professor deve explicar que a turma realizará uma atividade diagnóstica para identificar o que já sabem sobre temas básicos de matemática financeira. É importante reforçar que não se trata de uma prova e que não haverá notas, apenas uma oportunidade para que todos se envolvam e para que o professor compreenda melhor os conhecimentos já construídos pelos estudantes. Em seguida, o professor deve escrever no quadro quatro pequenos problemas contextualizados, que os alunos deverão resolver em seus cadernos:

> **Exercício 1:** João comprou um lanche que custou R$ 12,50 e pagou com uma nota de R$ 20,00. Quanto ele deve receber de troco?
>
> *Resposta esperada: Para saber quanto ele deve receber de troco, basta subtrair R$ 12,50 de R$ 20,00, resultando em R$ 7,50.*

> **Exercício 2:** Um tênis custa R$ 150,00 e está com 10% de desconto. Qual é o valor do desconto e qual será o preço final do tênis?

Resposta esperada: Para calcular o valor do desconto, multiplicamos R$ 150,00 por 10% (ou 0,10), o que resulta em R$ 15,00. Subtraindo esse valor do preço original, o valor final do tênis será de R$ 135,00.

Exercício 3: Vitalino foi à feira e comprou 1 kg de tomate por R$ 6,30 e 1,5 kg de banana por R$ 7,20. Qual é o valor total da compra?

Resposta esperada: Para saber o valor total da compra, somamos os dois valores: R$ 6,30 + R$ 7,20 = R$ 13,50.

Exercício 4: Na farmácia, um remédio custa R$ 18,00 à vista, mas pode ser parcelado em três vezes de R$ 6,50 no cartão. Qual das opções é mais vantajosa?

Resposta esperada: Multiplicamos R$ 6,50 por 3, totalizando R$ 19,50. Comparando os valores, pagar à vista por R$ 18,00 é mais vantajoso.

Os alunos terão cerca de 30 a 45 minutos para resolver os problemas. Durante esse tempo, o professor deve circular pela sala observando como os estudantes estão resolvendo as atividades, prestando atenção nas estratégias utilizadas e nas eventuais dificuldades. É importante que o professor estimule a autonomia dos alunos, oferecendo apoio sem fornecer diretamente as respostas, sempre que possível incentivando o raciocínio próprio.

Após o tempo estipulado, concluída a resolução, o professor deverá conduzir a correção coletiva no quadro. É interessante convidar alunos voluntários para apresentarem suas soluções, explicando como chegaram aos resultados. Durante essa correção, o professor deve incentivar a participação ativa dos estudantes, pedindo que comparem suas respostas e debatam eventuais erros ou dificuldades encontradas.

Em seguida a correção, será promovido um debate orientado sobre a relevância do tema, com base nas situações propostas e nas experiências dos próprios alunos. O professor pode perguntar, por exemplo, se alguém já recebeu um troco errado, se já precisou calcular um desconto antes de decidir uma compra ou se já teve que escolher entre pagar à vista ou parcelado. Esse momento final servirá para reforçar a relevância da matemática financeira e estimular uma visão mais crítica sobre o consumo e planejamento financeiro.

Debate sobe a importância da matemática financeira no dia a dia

Neste momento, o professor abrirá espaço para discussão e reflexão sobre a utilidade da matemática financeira no âmbito da vida pessoal, da vida familiar e da vida comunitária. A seguir, é apresentado um roteiro de perguntas que servirá como guia para o professor conduzir o debate de forma dinâmica e envolvente:

1. **Vida pessoal:**
    a. *Você já precisou decidir entre comprar algo agora ou economizar para algo maior no futuro?*
    b. *Já aconteceu de perceber que um produto ficou mais barato depois de um tempo?*
    c. *Você costuma anotar seus gastos com o propósito de controlar suas economias?*

O professor incentivará os alunos a refletirem sobre como o conhecimento matemático pode ajudá-los a administrar melhor o dinheiro que recebem, seja mesada, troco ou qualquer outra quantia. Perguntas como podem ser usadas para estimular o pensamento crítico e o compartilhamento de experiências.

2. **Vida familiar**
    a. *Na sua casa, já houve conversas sobre o orçamento doméstico?*
    b. *Como sua família escolhe entre pagar à vista ou parcelado?*
    c. *Na sua casa, como é controlado os gastos com alimentação, transporte e lazer?*

Esse momento ajudará a conscientizar os alunos sobre a importância da organização financeira para garantir o bem-estar da família.

3. **Vida comunitária**
    a. *Você já pensou sobre como o consumo de cada um influencia a economia do bairro ou da cidade?*
    b. *O que acontece quando muitas pessoas compram mais do que podem pagar?*
    c. *"Como o desperdício e o consumo consciente influenciam a economia da comunidade?"*
    d. *Como a pesquisa de preços ou o apoio ao comércio local podem ajudar a comunidade?*

Conecte o consumo individual a questões sociais mais amplas, incentivando o consumo consciente e responsável.

Ao final da etapa, o professor pode retomar os principais pontos discutidos, reforçando a importância de dominar os conceitos que serão desenvolvidos ao longo da sequência didática para uma vida financeira mais equilibrada e consciente, com duração de até 30 minutos.

2ª etapa – Porcentagens e Fações no Cotidiano (2h30min)

Nesta etapa, o professor deverá conduzir uma aula voltada à compreensão e aplicação dos conceitos de porcentagem e fração em situações reais, especialmente no contexto de compras, vendas e reajustes financeiros. O foco é mostrar aos alunos como

esses conteúdos matemáticos são úteis em decisões cotidianas, como escolher entre pagar à vista ou parcelado, calcular descontos e entender aumentos salariais.

Explicação de conceitos

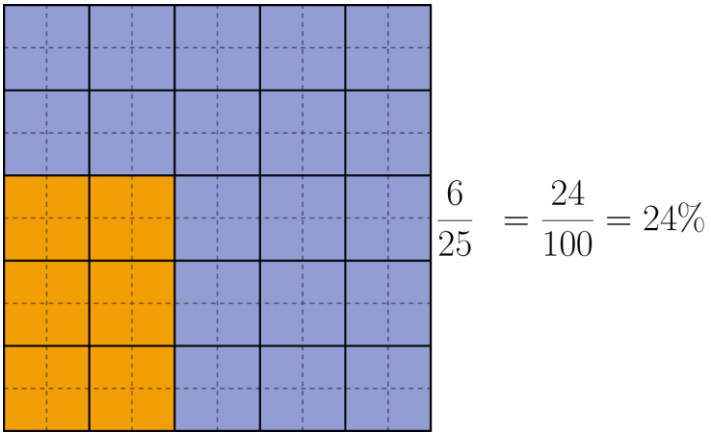
A aula deve iniciar com uma breve conversa com tempo de 23 a 30 minutos para ativar os conhecimentos prévios dos estudantes. O professor pode fazer perguntas como:

- *Você já comprou algo em promoção?*
- *Sabe o que significa um desconto de 10%?*
- *Já ouviu falar em reajuste de salário ou taxa de juros?*

A partir dessas questões, o professor deve introduzir formalmente os conceitos que serão trabalhados na aula onde dispondo de um tempo de até 45 minutos. O professor deve explicar que:

> *A porcentagem é uma forma de expressar uma parte de um todo, onde o total é considerado como 100 unidades. Isso significa que, ao falar em porcentagem, estamos nos referindo a uma fração de 100. A fórmula básica para calcular uma porcentagem é dada por:*
>
> $$Valor\ da\ porcentagem\ = \frac{Valor\ total\ \times\ Porcentagem}{100}$$

Figura 1 – Representação do conceito de porcentagem.



Fonte: Elaboração própria.

Na Figura 1 é desmembrado o conceito de porcentagem, onde é maximizado o conceito de parte, todo e porcentagem.

Para ilustrar, o professor deve apresentar no quadro o seguinte exemplo e resolvê-lo junto com os alunos:

Exemplo 1: Um produto custa R$ 200,00 e está com 20% de desconto.

Primeiro, calcula-se o valor do desconto:

$$R\$\,200{,}00 \times 20\% = \frac{200 \times 20}{100} = R\$\,40{,}00$$

O valor final do produto será:

$$R\$\,200{,}00 - R\$\,40{,}00 = R\$\,160{,}00$$

Em seguida, o professor deve explicar o conceito de fração, destacando que:

Fração representa uma parte de um todo, sem a necessidade de que esse todo seja composto por 100 partes. Para transformar uma fração em porcentagem, basta multiplicar o valor da fração por 100

$$Porcentagem = \frac{numerador\ \ da\ fração}{denominador\ da\ fração} \times 100\%$$

O exemplo a ser resolvido em sala é:

Exemplo 2: O que representa $\frac{1}{4}$:em porcentagem?

$$\frac{1}{4} \times 100\% = \frac{100\%}{4} = 25\%$$

Dessa forma $\frac{1}{4}$ representa 25%.

Essas definições devem ser registradas no quadro e, se possível, anotadas pelos alunos. O professor pode incentivar que eles tragam outros exemplos de frações do cotidiano e tentem fazer as conversões com sua ajuda.

Após essa explicação conceitual, o professor deve apresentar três aplicações práticas:

1. *Descontos: Quando há um desconto de X%, subtrai-se esse percentual do valor original.*
2. *Taxas ou acréscimos: Como juros ou comissões, que são adicionados ao valor base.*
3. *Aumentos ou reajustes: Percentuais aplicados a salários, preços ou tarifas.*

Esses conceitos devem ser explicados com calma e reforçados com os exemplos abaixo, a serem resolvidos em conjunto com a turma:

Exemplo 3: Um eletrônico custa R$ 2.500,00 e está com desconto de 18%. No entanto, para a forma de pagamento escolhida a loja aplica uma taxa adicional de 5% sobre o valor com o desconto. Deseja saber quanto será o valor pago pelo produto.

Passo 1 – Calcular o desconto:

$$R\$2.500{,}00 \times 18\% = R\$450{,}00$$

Subtrair:

$$R\$2.500{,}00 - R\$450{,}00 = R\$2.050{,}00$$

Passo 2 – Calcular a taxa adicional:

$$R\$2.050{,}00 \times 5\% = R\$102{,}50$$

Somar:

$$R\$2.050{,}00 + R\$102{,}50 = R\$2.152{,}50$$

Resultado: Será pago R$ 2.152,50 pelo produto.

Exemplo 4: Um trabalhador possui um salário mensal de R$ 4.200,00, que sofre reajuste de 6% no início do ano. Além disso ele receberá um bônus de 10% sobre o novo salário no final do ano. Desconsiderando o décimo terceiro e o adicional de férias, deseja calcular o total recebido pelo trabalhador no próximo ano.

Reajuste:

R$4.200,00×6%=R$252,00.

Novo salário:

R$4.200,00+R$252,00=R$4.452,00.

Bônus:

R$4.452,00×10%=R$445,20.

Total anual com bônus:

R$4.452,00×12+R$445,20=R$53.869,20.

Novo salário: R$ 4.452,00

Total anual: R$ 53.869,20

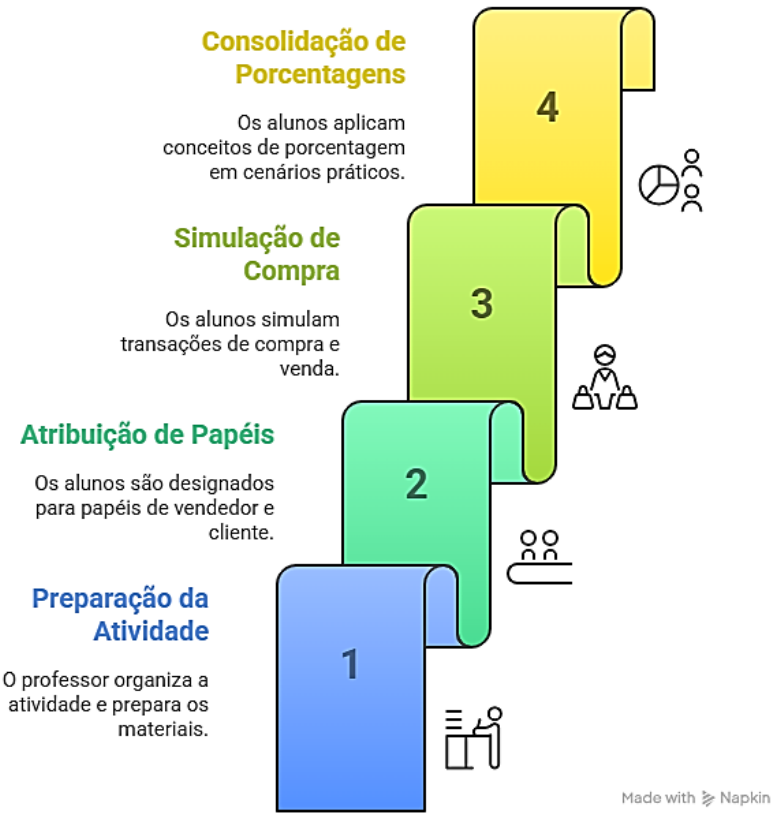
Atividade em duplas

Em seguida, o professor deverá propor uma atividade prática em duplas por cerca de 25 a 45 minutos, assumindo os papéis de vendedor e cliente, simulando situações de

compra e venda. Essa simulação ajudará os alunos a consolidar o uso das porcentagens em decisões do dia a dia. Cada dupla receberá um valor fictício de R$ 500,00 para realizar compras em uma “loja simulada”.

A Figura 2 apresenta as etapas da simulação de Compra e Venda.

Figura 2 – Etapas da simulação de compra e venda



Fonte: Elaborada pelo autor com o auxílio do aplicativo New Napkin (2025).

Na atividade, os alunos deverão simular a compra de um celular de R$ 400,00 com duas opções de pagamento:

i. *à vista, com 20% de desconto, reduzindo o valor para R$ 320,00;*
ii. *parcelado em cinco vezes com 10% de acréscimo, totalizando R$ 440,00, divididos em parcelas de R$ 88,00.*

O professor deve orientar os alunos a resolverem os cálculos e, ao final da simulação, promover uma discussão coletiva sobre qual opção é mais vantajosa e por quê. Essa análise deve envolver o impacto da forma de pagamento no orçamento mensal e nos gastos ao longo do tempo.

Essa atividade deve ser aproveitada para discutir temas como juros embutidos, descontos atrativos e a importância do planejamento financeiro, especialmente para quem

tem renda fixa ou precisa lidar com o salário do mês. O professor pode reforçar que saber fazer esse tipo de cálculo ajuda a tomar decisões financeiras mais conscientes e evitar o endividamento.

Ao final da aula, é recomendável retomar os principais pontos discutidos: o que é porcentagem, como se relaciona com frações, e como esses conceitos se aplicam a compras, vendas, taxas e reajustes. O professor pode propor uma pequena autoavaliação oral ou escrita, pedindo aos alunos que expliquem com suas próprias palavras o que aprenderam e deem um exemplo de situação real em que poderiam aplicar esse conhecimento.

3ª etapa – Orçamento Pessoal e Familiar (2h30min)

O objetivo desta etapa é introduzir o conceito de orçamento e desenvolver habilidades para planejar receitas e despesas. Para isso, será conduzida uma atividade prática em que os alunos constroem, com o apoio do professor, um orçamento fictício. A proposta é que, a partir de um exemplo simples e próximo da realidade dos estudantes, seja possível compreender como organizar receitas, classificar e analisar despesas, identificar gastos que podem ser evitados e adotar estratégias de economia.

A aula tem início com uma breve conversa sobre o que é o orçamento e por que ele é importante no dia a dia. O professor apresenta os conceitos de receita, despesa fixa, despesa variável, gasto supérfluo e economia, relacionando com situações comuns, como o pagamento do aluguel, a compra de alimentos, o uso do transporte público e os pequenos gastos do cotidiano.

Os alunos são convidados a participar da construção de um orçamento fictício baseado na história de João, um aluno da EJA que deseja organizar suas finanças para alcançar objetivos pessoais.

> *João recebe um salário mensal de R$ 2.500,00 e complementa sua renda com R$ 300,00 por meio da venda de produtos caseiros. Suas receitas totais somam, portanto, R$ 2.800,00. Ele destina R$ 1.200,00 para moradia (incluindo aluguel, água e energia), R$ 500,00 para alimentação, R$ 250,00 para transporte, R$ 150,00 para lazer, R$ 100,00 para saúde e R$ 100,00 para outras despesas, como imprevistos e presentes. Ao final da listagem, verifica-se que João gasta mensalmente R$ 2.300,00, restando um saldo de R$ 500,00. Sugere se para essa atividade que seja projetado com uso da planilha Microsoft Excel.*

Na Figura 3 é apresentada a forma como João distribui sua renda.

Figura 3 – Representação esquemática de uma forma de João alocar sua renda mensal.

Fonte: Elaborado pelo autor com o auxílio do aplicativo New Napkin (2025).

Ao revisar o orçamento, João começa a refletir sobre os gastos que são realmente necessários e os que podem ser considerados supérfluos, ou seja, despesas que não são essenciais e que podem ser reduzidas ou eliminadas.

O professor poderá utilizar software como o Microsof Excel e Libreoffice Calc para a construção da planilha (Tabela 1) em sala de aula.

Tabela 1 - Orçamento do João.

Descrição	Valor (R$)	% da Renda
RECEITAS		
Salário	2500	89,29
Venda de Produtos	300	10,71
Total Receitas	2800	100,00
DESPESAS		
Moradia	1200	42,86
Alimentação	500	17,86
Transporte	250	8,93
Lazer	150	5,36
Saúde	100	3,57
Outras Despesas	100	3,57
Total Despesas	2300	82,14
SALDO FINAL	500	17,86

Fonte: o autor.

A partir desse cenário, os alunos são estimulados a discutir (o Professor deve escolher se oralmente e/ou por escrito):

- *Será que todas essas despesas são realmente necessárias?*
- *Alguma delas pode ser reduzida?*
- *João poderia economizar mais?*

A turma identifica que alguns gastos podem ser ajustados. Por exemplo:

> *Embora o lazer seja importante, João decide reduzir essa despesa de R$ 150,00 para R$ 100,00. Ele também percebe que os R$ 100,00 reservados para imprevistos e presentes podem ser controlados com mais atenção, reduzindo esse valor para R$ 50,00. Com esses dois ajustes, suas despesas totais caem para R$ 2.200,00, o que amplia a economia mensal de R$ 500,00 para R$ 600,00.*

Em diálogo com o professor, os alunos ajudam João a pensar em formas de utilizar melhor essa economia.

> *Com esses ajustes, João agora tem um orçamento mais equilibrado e pode começar a pensar em como economizar para atingir seus objetivos. Ele*

decide que quer economizar para um curso de qualificação profissional e fazer uma pequena reserva para emergências.

A turma pode sugerir ainda outras estratégias de economia que João pode adotar no dia a dia, como aproveitar promoções, reduzir o consumo de energia elétrica, evitar desperdícios e utilizar transporte público em vez de aplicativos de mobilidade urbana, se for esse o caso.

A atividade termina com os alunos elaborando seus próprios orçamentos fictícios, de forma individual ou em grupos, com base em situações previamente preparadas pelo professor. Cada grupo deverá organizar as receitas e despesas, identificar possíveis excessos e propor ajustes. Ao final, os alunos compartilham as soluções encontradas, refletindo coletivamente sobre os aprendizados da aula.

Essa etapa permite que os estudantes compreendam, de maneira concreta, a importância do planejamento financeiro. A partir da experiência de João, eles percebem como é possível fazer escolhas mais conscientes, evitar gastos desnecessários e usar o dinheiro de forma mais eficiente para alcançar objetivos pessoais e familiares.

4ª etapa – Introdução aos Juros Simples e Compostos (2h30min)

O objetivo desta etapa é introduzir os conceitos de juros simples e compostos, apresentando suas principais características, fórmulas e aplicações práticas. O intuito é que os alunos possam desenvolver habilidades para analisar as implicações dos juros em suas finanças pessoais, permitindo que tomem decisões mais informadas ao lidarem com financiamentos e investimentos.

A Figura 4 apresenta um esquema de etapas que podem ser seguidas para a compreensão do conceito de juros: (1) introdução ao conceito; (2) definição de jutos; (3) apresentação do conceito de juros simples; (4) apresentação do conceito de juros compostos; e (5) aplicação práticas. Espera-se que a apresentação gradual e contextualizada favoreça tanto a compreensão geral do conceito quanto a da diferença entre o regime de juros simples e compostos.

O professor inicia a aula explicando o conceito de juros, destacando que se trata de um valor adicional cobrado ou pago sobre um valor inicial (capital), ao longo do tempo.

Em seguida, apresenta o regime de juros simples, explicando que esse tipo de juros é calculado sempre sobre o valor inicial, sem considerar os juros acumulados ao longo do tempo. Essa etapa deverá se realizada entre 30 a 45 minutos.

Os juros simples referem-se ao acréscimo linear sobre o valor inicial de um capital. O valor dos juros é sempre calculado sobre o valor principal, sem

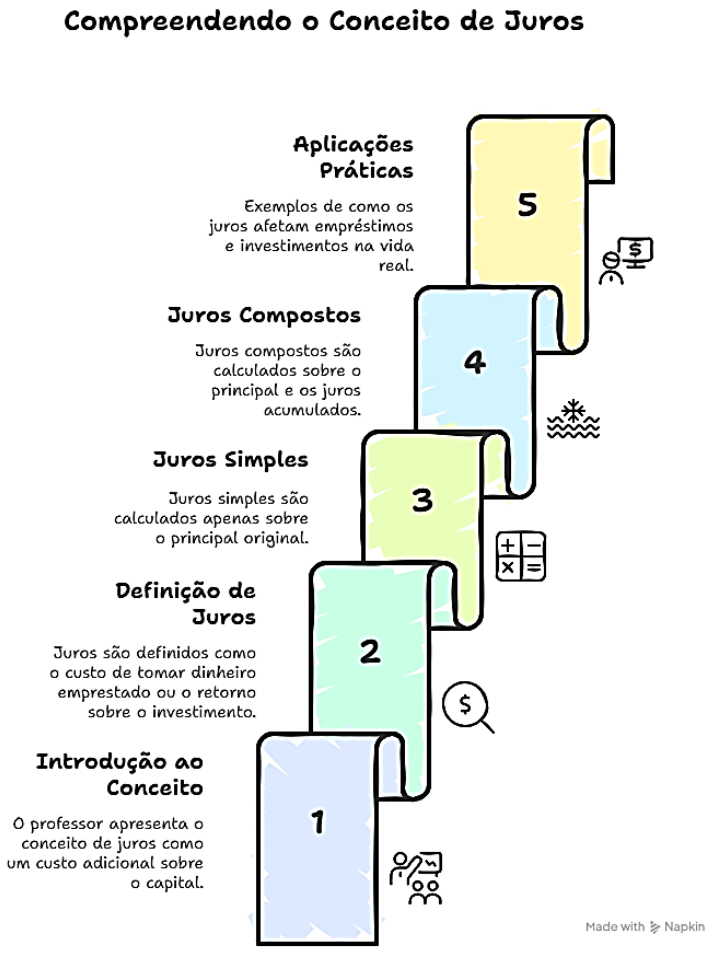
considerar os juros acumulados ao longo do tempo. A fórmula para o cálculo de juros simples é:

$$M = P(1 + i \cdot t)$$

Onde:

- *M é o montante final (valor total após juros),*
- *P é o capital inicial (valor principal),*
- *i é a taxa de juros por período,*
- *t é o tempo (em períodos de capitalização).*

Figura 4 – Esquema de etapas para a compreensão do conceito se juros.



Fonte: Elaborado pelo autor com o auxílio do aplicativo New Napkin (2025).

O professor deve escrever a fórmula no quadro e resolver com os alunos o seguinte exemplo:

Exemplo 1: Suponha que você tenha um empréstimo de R$ 1.000,00, com uma taxa de juros simples de 5% ao mês, por 3 meses. Qual o valor você pagará no final desse período?

$$M = 1000(1 + 0{,}05 \cdot 3) = 1000(1 + 0{,}15) = 1000 \cdot 1{,}15 = R\$1.150{,}00$$

O montante final após 3 meses será de R$ 1.150,00, com um acréscimo de R$ 150,00 em juros.

Após a resolução, o professor introduz o conceito de juros compostos, explicando que, nesse regime, os juros de cada período são incorporados ao capital, fazendo com que os juros do período seguinte sejam calculados sobre um valor maior.

Os juros compostos consideram o acréscimo de juros sobre os juros acumulados no período anterior. O montante de cada período é utilizado para calcular os juros do período seguinte. A fórmula para o cálculo de juros compostos é:

$$M = P(1 + i)^t$$

Onde:

M é o montante final,

P é o capital inicial,

i é a taxa de juros por período,

t é o número de períodos.

O professor deve escrever a fórmula no quadro e propor o exemplo abaixo:

Exemplo 2: Suponha um empréstimo de R$ 1.000,00, com uma taxa de juros compostos de 5% ao mês, durante 3 meses. Qual será o valor pago no final desse perído?

$$M = 1000(1 + 0{,}05)\text{^}3 \; = \; R\$1.157{,}63$$

O montante final após 3 meses será de R$ 1.157,63, com um acréscimo de R$ 157,63 em juros.

Em seguida, o professor compara os dois regimes, destacando a diferença entre eles:

- *No regime de juros simples, os juros são sempre calculados sobre o valor inicial, resultando em um crescimento linear.*
- *No regime de juros compostos, os juros são calculados sobre o montante acumulado, resultando em um crescimento mais acelerado ao longo do tempo.*

Para finalizar a etapa (cerca de 30 a 45 minutos), o professor propõe a resolução de problemas contextualizados, incentivando os alunos a aplicarem os conceitos em situações do cotidiano. Sugere-se que os alunos analisem:

Problema 1. A conta de luz do Sr. João venceu no dia 10/03, no valor de R$ 180,00. Ele pagou com 15 dias de atraso, e a concessionária cobra juros simples de 1% ao dia por atraso. Quanto ele pagou no total?

Resolução:

Valor original: $C = R\$\,180{,}00$

Taxa de juros: $i = 1\%$ ao dia $= 0{,}01$

Tempo: $t = 15$ dias

Utilizando a formulo do cálculo dos juros simples:

$$J = C \times i \times t$$

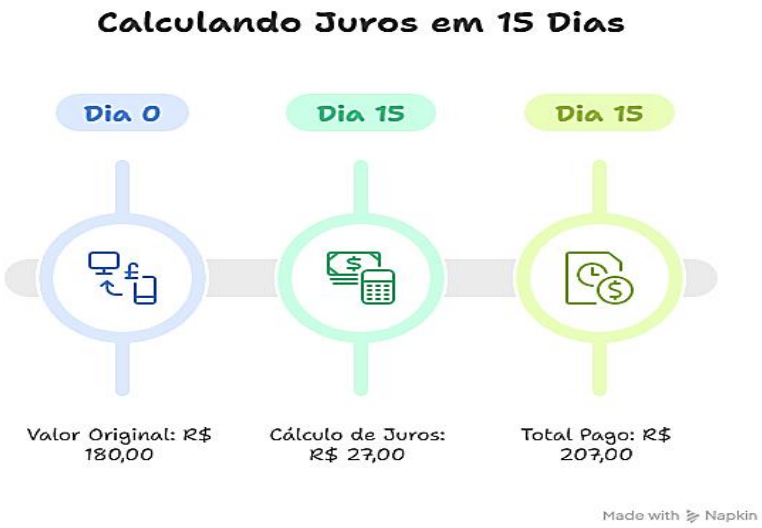
$$J = 180 \times 0{,}01 \times 15 = R\$27{,}00$$

Dessa forma o total pago (montante) é:

$$M = C + J = 180 + 27 = R\$207{,}00$$

A Figura 5 apresenta uma esquema conceitual do procedimento de cálculo dos juros simples.

Figura 5 – Esquema ilustrativo da do cálculo do total pago no Exercício 1.



Fonte: Elaborada pelo autor com o auxílio do aplicativo New Napkin (2025).

Problema 2. Maria usou R$ 500,00 do cheque especial por 10 dias. O banco cobra juros compostos de 0,2% ao dia. Qual será o valor total no final desse período?

Resolução:

Valor inicial: C = R$ 500,00

Taxa de juros: i = 0,2% ao dia = 0,002

Tempo: i = 10 dias

Logo, utilizando a fórmula do montante no regime de juros compostos:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 500 \times (1 + 0{,}002)^{10}$$

$$M = 500 \times 1{,}0202 = R\$510{,}10$$

Esses problemas devem ser apresentados com valores acessíveis à realidade dos alunos da EJA e podem ser resolvidos em grupo ou em conjunto com a turma, com o apoio do professor.

5ª etapa – Análise de Situações Financeira e Tomada de Decisões (2h30min)

O objetivo desta etapa é desenvolver habilidades analíticas e críticas para que os alunos tomem decisões financeiras mais conscientes. A ideia é capacitá-los a avaliar situações do dia a dia, como compras parceladas, dívidas e investimentos, considerando os impactos de curto e longo prazo em suas finanças pessoais.

Comparação entre pagamento à vista e parcelado

O professor inicia (com tempo de 30 a 45 minutos) a aula apresentando uma situação prática envolvendo a decisão entre pagamento à vista com desconto e pagamento parcelado. Em seguida, conduz a turma em uma simulação, resolvendo o exemplo completo no quadro.

Exemplo 1: Carlos quer comprar um smartphone que custa R$ 1.800,00. Ele pode pagar à vista com 10% de desconto ou parcelar em 12 vezes “sem juros”. Se optar pela compra parcelada, a parcela será de quanto? Qual a melhor opção para Carlos?

Resolução:

Pagamento à Vista com Desconto:

Desconto: $10\% \cdot 1.800 = 180{,}00$

Valor à vista: $1.800 - 180 = 1.620{,}00$

Pagamento Parcelado:

Dividindo o valor sem juros em 12 parcelas: $1.800/12 = 150{,}00$ por mês.

Se Carlos tiver o valor para pagamento à vista, economizará R$ 180,00 (desconto).

Se preferir parcelar, pagará o valor total de R$ 1.800,00 em 12 vezes de R$ 150,00.

Se Carlos tiver o dinheiro disponível, a melhor opção é pagar à vista, pois economiza R$ 180,00. Caso precise parcelar, a prestação será de R$ 150,00 por mês.

Após a resolução do exemplo, o professor promove uma discussão com a turma sobre os riscos e vantagens de cada forma de pagamento. É importante ressaltar que o parcelamento pode parecer vantajoso no curto prazo, mas comprometer o orçamento futuro.

Sugestão de reflexão:

É importante ressaltar que, embora a opção de parcelar a compra de um produto possa ser atraente, especialmente quando o valor total da compra é alto e o indivíduo não dispõe da quantia total à vista, essa alternativa exige cautela. Comprar parcelado permite que o consumidor dívida o custo em várias vezes, facilitando o pagamento dentro do seu orçamento mensal. No entanto, é preciso ter cuidado para que o parcelamento não comprometa o orçamento futuro e o equilíbrio financeiro. O principal risco de se optar pelo pagamento parcelado é o aumento do endividamento, especialmente quando as parcelas se acumulam com outras dívidas ou despesas.

Caso a pessoa não consiga honrar as parcelas, isso pode levar a problemas financeiros mais sérios, como o comprometimento do salário com parcelas não pagas e o acúmulo de juros. Assim, o parcelamento deve ser uma escolha estratégica, levando em consideração não apenas a possibilidade de pagar em parcelas menores, mas também se isso não irá impactar a saúde financeira a longo prazo. Portanto, antes de optar pelo parcelamento, é essencial analisar a capacidade de pagamento e o impacto que as parcelas terão no orçamento mensal.

Em seguida, o professor organiza (tempo estimado de 30 a 45 minutos) a turma em grupos de 4 a 6 alunos e propõe que discutam e respondam os seguintes questionamentos,

baseados no exemplo apresentado. O objetivo é promover a reflexão crítica sobre comportamento de consumo, planejamento financeiro e tomada de decisões. O Quadro 1 apresenta um roteiro de questionamento e o objetivo de cada pergunta:

Quadro 1 - Questionamentos para discussão em grupo sobre comprar à vista ou parcelado.

Pergunta	Objetivo
1. Como você calcularia o impacto do parcelamento em seu orçamento mensal? Quais fatores você levaria em consideração antes de optar por essa forma de pagamento?	Incentivar os alunos a refletirem sobre o impacto do parcelamento na gestão do orçamento pessoal.
2. Se o valor das parcelas fosse menor, mas o número de vezes maior (por exemplo, 24 parcelas), isso faria diferença na decisão de pagamento à vista ou parcelado? Por quê?	Fomentar a discussão sobre como o número de parcelas pode influenciar a percepção da facilidade de pagamento, mas também o custo total.
3. Quais são as vantagens e desvantagens de pagar à vista, além do desconto? Quando seria vantajoso pagar à vista e quando o parcelamento seria uma boa alternativa?	Levar os alunos a ponderarem outras vantagens do pagamento à vista, como a possibilidade de negociar melhores condições de compra, versus os benefícios de parcelar.
4. Como o consumo parcelado pode afetar as finanças pessoais de um indivíduo a longo prazo? Qual o risco de se acumular muitas parcelas ao mesmo tempo?	Estimular uma análise crítica sobre os riscos do endividamento e a importância do planejamento financeiro.
5. Você acha que, em algumas situações, o pagamento parcelado pode ser visto como uma "ilusão de conforto"?	Aprofundar a reflexão sobre o comportamento do consumidor e como as facilidades de parcelamento podem impactar a percepção da real capacidade de pagamento.
6. Se Carlos não tiver o dinheiro à vista, quais alternativas ele poderia considerar para evitar o endividamento? O parcelamento é sempre a melhor opção?	Provocar uma reflexão sobre alternativas ao parcelamento, como economizar ao longo do tempo ou buscar descontos em outros tipos de financiamento.

Planejamento da reserva de emergência

O professor inicia esta atividade propondo uma situação relacionada ao planejamento orçamentário e à importância de construir uma reserva de emergência. A ideia é apresentar um exemplo prático que envolva o cálculo de porcentagens do salário mensal, estimulando os alunos a refletirem sobre a gestão responsável de seus rendimentos.

Em seguida, a situação é apresentada no quadro e resolvida coletivamente com a turma, destacando as etapas de cálculo, análise do orçamento e tomada de decisão.

Exemplo 2: Maria recebe um salário de R$ 3.500,00 por mês e tem despesas fixas, como aluguel, contas de água, luz, internet, alimentação e transporte, que somam R$ 2.500,00 mensais. Ela deseja economizar uma reserva de emergência, portanto, decide guardar entre 5% a 10% do seu salário para isso, sem comprometer seu orçamento mensal. Qual a quantia que Maria poderá reservar para a emergência, e como ela pode equilibrar esse valor com suas despesas mensais?

Resolução:

Cálculo das Despesas Fixas:

Total de despesas fixas mensais: R$ 2.500,00

Cálculo da Reserva de Emergência:

Reserva de 5% do salário: $5\% \times 3.500 = R\$\,175{,}00$

Reserva de 10% do salário: $10\% \times 3.500 = R\$\,350{,}00$

Análise do Orçamento:

Salário total: R$ 3.500,00

Despesas fixas: R$ 2.500,00

Sobram para a reserva de emergência: $R\$\,3.500{,}00 - R\$\,2.500{,}00 = R\$\,1.000{,}00$

Maria pode reservar entre R$ 175,00 e R$ 350,00 para emergências, dependendo da porcentagem que escolher.

Após a resolução, o professor conduz uma reflexão com a turma sobre a importância de uma reserva de emergência e como ela deve ser planejada. Pode destacar que esse tipo de poupança oferece segurança em situações imprevistas, mas exige disciplina e deve estar em equilíbrio com os demais compromissos financeiros.

Sugestão de reflexão:

É importante lembrar que a reserva de emergência é um pilar fundamental do planejamento financeiro, pois ela proporciona segurança para situações imprevistas, como desemprego ou emergências médicas. No entanto, é preciso avaliar qual porcentagem do salário é viável sem comprometer o pagamento das despesas fixas e a qualidade de vida. A disciplina para

poupar de forma constante é essencial, mas deve ser equilibrada com o cuidado em manter o orçamento mensal saudável. Maria pode ajustar essa porcentagem conforme suas necessidades, mas deve garantir que ela não prejudique suas despesas essenciais.

Para aprofundar a discussão, o professor propõe que os alunos respondam e debatam, em grupos, as seguintes perguntas, conforme o Quadro 2:

Quadro 2 - Questionamento sobre a importância da reserva de emergência.

Pergunta	**Objetivo**
1. Como você pode determinar a porcentagem ideal do seu salário para economizar, sem comprometer seu orçamento? Quais fatores você considera importantes ao definir esse valor?	Incentivar os alunos a refletirem sobre o equilíbrio entre poupar e manter um orçamento saudável.
2. Qual a importância de se ter uma reserva de emergência? Você acha que ela pode ser usada em qualquer situação ou é preciso planejar melhor o que vai para essa reserva?	Fomentar a reflexão sobre a função da reserva e a disciplina financeira necessária para construí-la.
3. Se Maria tivesse mais despesas fixas (como dívidas ou dependentes), como isso impactaria a porcentagem da sua reserva de emergência? Ela teria que ajustar suas prioridades financeiras?	Ajudar os alunos a compreenderem como diferentes condições financeiras influenciam o planejamento orçamentário e as escolhas de poupança.
4. Qual é a diferença entre poupar para uma reserva de emergência e poupar para um objetivo de longo prazo? Você acha que são necessárias estratégias diferentes para essas duas formas de poupança?	Promove a análise entre as diferentes finalidades de poupança e como o planejamento pode variar conforme o objetivo.
5. Você acha que é possível economizar mesmo com um salário baixo? Quais estratégias você utilizaria para conseguir fazer uma reserva de emergência com um valor menor?	Estimula os alunos a refletirem sobre formas criativas de economizar e ajustar o planejamento financeiro de acordo com a realidade de cada um.

O professor deve acompanhar as discussões em grupo, ajudando os alunos a estruturar seus argumentos e a relacionar os conceitos trabalhados com suas próprias

realidades. Ao final da atividade, cada grupo pode compartilhar suas conclusões com a turma, promovendo um fechamento coletivo da etapa.

6ª etapa – Elaboração e Apresentação de um Planejamento Financeiro (2h30min)

O objetivo desta etapa é consolidar o aprendizado dos alunos por meio de uma atividade prática que estimule a autonomia, o pensamento crítico e a capacidade de adaptar os conhecimentos de educação financeira à sua realidade pessoal ou a contextos simulados.

O professor inicia esta etapa (que poderá ser realizada em sala de aula ou o aluno poderá levar para resolver em casa) com uma breve revisão dos principais conceitos trabalhados ao longo da sequência didática, destacando a importância de aplicar esses conhecimentos na vida real. Em seguida, apresenta a atividade avaliativa que encerrará a sequência: a elaboração e apresentação de um plano de ação financeiro.

Elaboração de um Plano de Ação Financeiro

O professor explica que cada aluno deverá elaborar um plano de ação financeiro. Esse plano pode ser baseado em sua realidade pessoal (com dados reais) ou ser fictício (uma situação inventada, mas realista). Independentemente da escolha, o plano deve conter os seguintes elementos obrigatórios:

1. *Descrição do contexto:*
   O aluno inicia o plano com um pequeno texto explicando a situação. Caso utilize dados reais, deve descrever seu perfil financeiro (exemplo: estudante com renda fixa ou variável, auxílio financeiro dos pais etc.). Se for fictício, deve criar um perfil com base em uma situação comum (exemplo: jovem que recebe um salário fixo e paga aluguel).
2. *Receitas mensais:*
   Listar todas as fontes de entrada de dinheiro, com valores estimados (exemplo: salário, mesada, bicos, bolsas, ajuda de familiares etc.).
3. *Despesas mensais:*
   Separar as despesas em duas categorias:
   - Fixas (exemplo: aluguel, contas de água, luz, internet, transporte)
   - Variáveis (exemplo: lazer, compras eventuais, alimentação fora de casa)
4. *Cálculo do orçamento mensal:*
   O aluno deverá somar as receitas e subtrair as despesas, identificar o saldo (positivo ou negativo) e, no caso positivo, indicar quanto será destinado à poupança ou reserva de emergência
5. *Metas de economia:*

Definir metas de curto ou médio prazo (exemplo: economizar R$ 100,00 por mês, juntar R$ 1.000,00 em seis meses, montar uma reserva de emergência equivalente a um mês de despesas etc.).

6. *Análise crítica e propostas de ajuste:*
   Refletir sobre o próprio orçamento: há gastos excessivos? É possível reduzir despesas? A meta de economia é realista? O aluno pode sugerir estratégias para melhorar a organização financeira (exemplo: cortar gastos supérfluos, planejar compras, negociar dívidas).

Apresentação

Depois de concluído o plano, o professor organiza a turma para que cada aluno apresente seu trabalho em sala de aula. A apresentação deve ser feita oralmente, utilizando planilhas no Excel ou cartazes explicativos, conforme os recursos disponíveis.

Durante as apresentações, o professor incentiva os alunos a explicarem suas metas e justificarem as escolhas feitas. Após cada apresentação, pode abrir espaço para perguntas ou comentários dos colegas, promovendo uma discussão construtiva e colaborativa sobre diferentes formas de lidar com as finanças pessoais.

Avaliação

A avaliação nesta sequência didática será desenvolvida de forma processual, formativa e participativa. Desse modo, serão utilizados diferentes instrumentos e momentos avaliativos, a fim de acompanhar o desenvolvimento dos alunos ao longo de todas as etapas.

Pode-se pensar a avaliação dividida em três componentes principais: avaliação diagnóstica, realizada na primeira etapa; avaliação formativa, realizada ao longo das etapas dessa sequência didática; avaliação final, que ocorre na 6ª etapa, por meio da elaboração e apresentação do planejamento financeiro pelos alunos. Neste trabalho, procurou-se evidenciar os momentos avaliativos ao longo da descrição de cada etapa. O Quadro 3 apresenta um resumo desses componentes da avaliação, juntamente com seus objetivos, instrumentos e indicadores.

Quadro 3 - Componentes da avaliação.

Avaliação Diagnóstica – 1ª etapa		
Objetivo: Identificar conhecimentos prévios, percepções e dificuldades dos alunos em relação à educação financeira.	*Instrumento:* Roda de conversa e/ou questionário com situações do cotidiano envolvendo finanças pessoais.	*Indicadores:* -Participação e interesse durante a discussão inicial. -Clareza e coerência nas ideias apresentadas. -Capacidade de relacionar experiências pessoais com situações financeiras do dia a dia.

Avaliação Formativa – 2ª etapa a 5ª etapa		
Objetivo: Acompanhar a aprendizagem de forma contínua e processual, com foco na participação dos alunos e na aplicação dos conceitos trabalhados e no retorno (feedback) que eles oferecem sobre as atividades e sobre o próprio processo de aprendizagem.	*Instrumentos:* Observação em sala, produção individual e em grupo, resolução de exercícios práticos, simulações e coleta de feedback dos alunos sobre as etapas da sequência didática.	*Indicadores:* -Participação ativa nas atividades em sala. -Cooperação em discussões e trabalhos em grupo. -Capacidade de resolver problemas matemáticos envolvendo porcentagens, parcelamentos e planejamento de despesas. -Utilização correta de conceitos como receitas, despesas, reserva de emergência, metas financeiras e planejamento de consumo. -Contribuições reflexivas dos alunos por meio do feedback, evidenciando compreensão, dúvidas e sugestões de melhoria para as próximas etapas da sequência didática.
Avaliação Final – 6ª etapa		
Objetivo: Avaliar a capacidade do aluno de integrar os conceitos aprendidos e aplicá-los na construção de um plano de ação financeiro, real ou fictício.	*Instrumento:* Produção escrita e apresentação oral do plano de ação financeiro.	*Indicadores:* -Organização e clareza na apresentação do contexto (real ou simulado). -Correta identificação e classificação das receitas e despesas mensais. -Cálculo adequado do orçamento e da porcentagem destinada à poupança. -Estabelecimento de metas de economia realistas e justificadas. -Propostas de ajustes ou estratégias de melhoria no orçamento. -Argumentação e reflexão crítica durante a apresentação. -Criatividade e adequação do formato utilizado (por exemplo, planilha ou cartaz).

Referências

Almeida, T. M., & Freire, M. R. (2022). **Tecnologias digitais e o ensino da matemática financeira no EJA**. Revista de Educação e Tecnologia, 14(2), 112-125

Araújo, J. L., & Costa, R. S. (2019). **Planejamento financeiro comunitário como ferramenta educativa no EJA**. Cadernos de Educação Matemática e Cidadania, 10(1), 67-8

Araújo, R. F., & Santos, M. J. (2022**). Matemática financeira para o EJA: Estratégias didáticas e práticas pedagógicas.** Revista Educação e Sociedade, 43(2), 234-25.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília, 2018.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática Contextualizada: Educação de Jovens e Adultos**. São Paulo: Ática, 2019.

D'Ambrosio, U. (2018). **Etnomatemática: Uma abordagem contextualizada para o ensino de matemática.** São Paulo: Autêntica.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do Oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

Freire, M. R., & Gonçalves, T. P. (2020). **Educação financeira no contexto do EJA: Desafios e oportunidades**. Revista Brasileira de Educação Matemática, 12(1), 89-102.

Lopes, A. S., & Oliveira, P. R. (2020). **Cenários reais no ensino de matemática financeira: Uma proposta para o EJA.** Educação Matemática em Pesquisa, 22(3), 98-114.

Lopes, A. S. (2019). **A integração da tecnologia no ensino de matemática financeira. Cadernos de Matemática Aplicada,** 28(3), 112-130.

Pereira, L. M., & Costa, F. S. (2023). **A interdisciplinaridade no ensino da matemática financeira no EJA: Reflexões e práticas.** Educação Matemática em Foco, 17(4), 56-71.

Pinzetta, G.; Piccini, R. A. B. (2014). **PLANEJAMENTO FINANCEIRO PESSOAL E FAMILIAR**. Seminário De Iniciação Científica E Seminário Integrado De Ensino, Pesquisa E Extensão (SIEPE), 1998.

Silva, J. C., & Oliveira, P. R. (2020**). Matemática financeira e cidadania: Um estudo sobre sua relevância no EJA**. Revista de Matemática e Ensino, 21(5), 45-60.

Silva, R. F., & Santos, G. P. (2021). **Educação financeira e planejamento no ensino da matemática para o EJA.** Revista Pedagógica, 19(2), 89-103.

Soares, R. F., & Almeida, T. M. (2021). **A matemática na BNCC: Implicações para o EJA e a educação inclusiva.** Revista Pedagógica, 18(2), 101-118.

Lista de Autores

CAMARGOS, M. L. de, 318
COSTA, K. E., 290
COSTA, V. G. da, 242
CRUZ, C. A. C., 127
CUNHA, J. B. B. da, 318

FREITAS, T. P. de A., 68, 412

LIMA, N. N., 369

MOREIRA, P. de S., 273

OLIVEIRA, L. C. de M., 412
OLIVEIRA, R. F., 242

RICK, B. de P. C., 163
ROCHA, F. F. da , 490
RODRIGUES, S. H., 434
ROMANSINA, A. R. C., 1

SANTOS, L. G. dos , 183
SANTOS, M. de O. N. dos , 68
SENA, F. C. R., 220
SILVA, F. K. da, 220, 434
SILVA, J. F. da, 52
SILVA, O. R. da, 357
SOARES, K., 462
SOUZA, C. da F., 1, 183, 273, 357, 369
SOUZA, J. M. e, 52, 127, 163, 290

VIEIRA, J., 462, 490